Судовая электротехника и электроника

СУДОВАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

60063

Под редакцией
д-ра техн. наук Д. В. Вилесова

Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для студентов
судостроительных специальностей вузов

НИИЗТ
Библиотека
Омск го заочн го ф-та

ЛЕНИНГРАД
«СУДОСТРОЕНИЕ»
1985

ББК 39.46
С89
УДК [621.3:629.12](075.8)

Авторы:
**Е. Н. Архангельский, В. Г. Богач,
Д. В. Вилесов, А. П. Сеньков**

Рецензенты:
д-р техн. наук А. В. МОЗГАЛЕВСКИЙ,
канд. техн. наук В. В. КРАСНОВ

С89 **Судовая** электротехника и электроника: Учебник/Архангельский Е. Н., Богач В. Г., Вилесов Д. В., Сеньков А. П. Под ред. д-ра техн. наук Д. В. Вилесова.— Л.: Судостроение, 1985.— 312 с., ил.

ИСБН

В соответствии с программой рассмотрены вопросы, составляющие основное содержание подготовки инженеров неэлектротехнических специальностей в области технического использования электрических и магнитных явлений: теории электрических цепей, электроники (главным образом, энергетической электроники), электрических машин и электрического привода. Теоретический материал сопровождается примерами решения отдельных задач и описаниями конкретных устройств судового электрооборудования.

Учебник предназначен для студентов кораблестроительных вузов неэлектрических специальностей и может быть полезен инженерам, работающим в области проектирования, постройки и эксплуатации судов.

С $\frac{3605030000-079}{048(01)-85}$ 36—86 **39.46**

© **Издательство «Судостроение», 1985 г.**

ПРЕДИСЛОВИЕ

На протяжении всей истории развития Советского государства, начиная со времени его образования, большое внимание уделялось проблемам создания и совершенствования технических средств, использующих явления электромагнетизма.

Основные программные документы Коммунистической партии Советского Союза указывают на ведущую роль электрификации в развитии всех отраслей народного хозяйства и осуществлении современного технического прогресса.

Свойства электрической энергии таковы, что позволяют создавать экономически наиболее выгодные и совершенные средства для решения значительной части современных технических задач преобразования энергии, информации и вещества. Для последних десятилетий характерно быстрое развитие электронной полупроводниковой техники, тесно связанной с электротехникой. Эта связь выражается в базировании на одних и тех же фундаментальных физических законах и использовании в устройствах одновременно как электротехнических, так и электронных элементов и блоков.

Методы и средства электротехники — электроники в настоящее время развиты настолько, что практически нельзя назвать ни одной области техники, в которой бы они не использовались. Поэтому естественно, что изучение основ электротехники — электроники является необходимым для будущего инженера любой специальности.

В системе кораблестроительного образования электротехническая подготовка имеет особенно важное значение. Современное судно является автономной системой со многими разнообразными техническими средствами, которые находятся в тесной информационной и энергетической взаимосвязи. Решение задач разработки и применения этих технических средств основывается на использовании методов и средств электротехники — электроники. Сказанное в не меньшей мере относится и к области судостроительного производства. Развитие современных технологических методов, охватывающих робототехнику, гибкое автоматизированное производство, требует повышения уровня электротехнического образования студентов каждой кораблестроительной специальности.

Настоящий учебник предназначен для изучения технических аспектов использования электрических и магнитных явлений применительно к задачам преобразования и передачи энергии и информации на современных судах. Изложение материала учебника

предполагает обычную подготовку читателя-студента кораблестроительной специальности в области математики, физики и общеинженерных дисциплин. Содержание учебника призвано обеспечить формирование необходимых для будущего инженера-кораблестроителя представлений об основах электротехники и электроники. В целях активизации овладения теоретическим материалом книги в ней приведены примеры расчетов и описания конкретных устройств и систем судовой электротехники — электроники.

Изучение содержания книги рекомендуется сочетать с решением соответствующих задач и выполнением учебно-экспериментальных работ в лаборатории.

Введение и гл. 1 написаны Богачем В. Г., гл. 2, 3, 4, 5 — Богачем В. Г. и Вилесовым Д. В., гл. 6, 7, 8 — Сеньковым А. П., гл. 9 — Архангельским Е. Н. и Сеньковым А. П., гл. 10 — Архангельским Е. Н., гл. 11—14 — Вилесовым Д. В.

Критические замечания по содержанию книги авторы просят направлять по адресу: 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8, издательство «Судостроение».

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника — это область науки и техники, связанная с применением электрических и магнитных явлений для преобразования энергии, получения веществ, обработки материалов, передачи информации.

В современной электротехнике выделяются три основные области: энергетическая, технологическая и информационная.

Энергетическая область охватывает производство, преобразование и передачу электрической энергии. Электрическая энергия вырабатывается на электростанциях (тепловых, атомных, гидроэлектростанциях и др.) путем преобразования других видов энергии (тепловой, получаемой в результате сжигания нефти, газа, угля и других видов природного топлива, ядерной энергии некоторых радиоактивных элементов, механической энергии падающей воды и др.). Потребление электрической энергии — это тоже процесс преобразования энергии: теперь электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии, причем в значительных количествах в те самые виды, из которых она была получена. Например, электрическая энергия преобразуется в тепловую (электронагревательные устройства) и механическую (электрические двигатели). На судах около 80 % всей вырабатываемой электрической энергии преобразуется различными электрическими двигателями в механическую.

Вместе с тем именно электрическая энергия обеспечивает как добычу энергии из природных источников, так и потребление различных видов энергии в колоссальных количествах. Ежегодно со «складов природы» поступает около 50 млрд. МВт · ч энергии, причем большая часть этой энергии сконцентрирована в угольных, нефтяных и газовых месторождениях и получается в виде тепловой энергии. Добыча указанных носителей энергии на современном уровне немыслима без использования мощных технических средств (машин), которые в своем составе содержат электрические двигатели и генераторы, электрические (электронные) системы управления, электрические системы контроля и защиты, устройства освещения и др. Таким образом, без электрической энергии была бы невозможна добыча других (первичных) видов энергии.

Еще в большей степени роль электрической энергии проявляется в доставке других видов энергии к потребителю, распределе-

нии энергии между потребителями и преобразовании ее в те формы, которые необходимы для осуществления разнообразных технологических процессов. Как известно, механическая энергия (например, энергия воды и ветра) не поддается транспортировке. Передача на большие расстояния тепловой энергии осуществляется с большими потерями. Только в последние десятилетия найдены эффективные методы транспортировки топлива по нефте- и газопроводам. В настоящее время основным способом передачи энергии на большие расстояния является преобразование ее в электрическую и передача последней по высоковольтным линиям к местам потребления.

В нашей стране построены сотни тысяч километров линий электропередач, объединяющих электрические станции в энергосистемы (европейская, восточно-сибирская и др.) и обеспечивающих снабжение промышленных и сельскохозяйственных районов электрической энергией. Строятся сверхмощные линии электропередачи на 1150 кВ переменного тока (Экибастуз—Урал) и на 1500 кВ постоянного тока (Экибастуз—Центр).

Важнейшим достижением отечественной электроэнергетики является создание Единой электроэнергетической системы (ЕЭЭС) СССР, объединяющей около 1000 электростанций общей мощностью около 300 тыс. МВт. ЕЭЭС СССР работает совместно с электроэнергетическими системами стран—членов СЭВ.

Передача и потребление различных видов энергии с использованием промежуточного звена—электрической энергии — не только экономически эффективны, но и предпочтительны с точки зрения охраны окружающей среды. Например, если для получения тепловой энергии предполагается сжигать уголь, то лучше это делать в местах его залегания, т. е., как правило, в отдаленных и малонаселенных районах. Выделяемая при этом тепловая энергия преобразуется в электрическую, которая затем в месте ее потребления (за тысячи километров от угольного бассейна) будет преобразована в тепловую, причем без побочных отрицательных воздействий на окружающую среду.

Технология электротехники — это область, охватывающая вопросы создания электротехнических установок, в которых электрические и магнитные явления используются для осуществления разнообразных технологических процессов — изменения формы и состава веществ природы, их превращения. К ним, в частности, относятся установки для электролиза, гальванопластики, высокочастотной сушки материалов, плавки и закалки металлов, сварки и др. Перспективы развития многих отраслей техники связаны именно с применением электрических технологий. Так, важным этапом в развитии судостроительной промышленности была замена клепки электросваркой; существенный рост производительности труда был достигнут внедрением плазменной резки вместо газовой. Аналогичные примеры можно привести из любой современной области техники. Знаменательно, что революционизирующую роль практического применения электрической энергии в развитии

производительных сил впервые отметили К. Маркс и Ф. Энгельс около ста лет тому назад.

Достаточно привести данные о призводстве электрической энергии в мире, чтобы представить важность для человечества этого вида энергии. В 1930 г. мировая выработка электрической энергии составляла лишь 300 млн. МВт · ч, в 1970 г. (через 40 лет) она достигла 5000 млн. МВт · ч. Ожидается, что к 2000 г. потребление электрической энергии превысит 30 000 млн. МВт · ч, а это означает 100-кратный прирост за 70 лет.

Отличительной чертой современной техники и технологии является не только высокий уровень применения электрической энергии, но и то, что управление многими технологическими процессами возможно только с помощью автоматических систем регулирования, контроля, сбора, переработки и передачи информации и др. Все в большей степени к управлению технологическими процессами привлекаются электронные вычислительные машины (ЭВМ). И разнообразные автоматические системы, и вычислительные машины — это прежде всего электротехнические (электронные) устройства, так как их действие основано на электрических и магнитных явлениях, составляющих предмет изучения одной из областей электротехники — электроники (информационной электротехники).

Информационная электротехника является наиболее молодой (ей всего несколько десятков лет) областью электротехники, которая продолжает развиваться. Ее границы пока не имеют четкого определения. В настоящее время в самостоятельную часть электроники выделяется так называемая энергетическая электроника, дающая методы и средства осуществления тех преобразований электрической энергии, о которых говорилось выше.

Широкое применение энергетическая электроника получила в судовых электроэнергетических системах. Например, преобразование электрической энергии переменного тока в электрическую энергию постоянного тока, необходимое для обеспечения электродвижения современных атомных ледоколов, осуществляется на полупроводниковой элементной базе. Мощность этих электронных устройств измеряется десятками мегаватт.

Электротехника сравнительно молодая наука, ей около 150 лет. Значительный вклад в создание и развитие электротехники сделан русскими учеными и инженерами.

В. В. Петров (1761—1834 гг.), экспериментируя с построенной им самой мощной для своего времени гальванической батареей ($U = 1500$ В), впервые делает выводы о роли изоляции в электротехнике (1802 г.), открывает электрическую дугу, доказывает возможность ее практического использования для освещения и плавки металлов.

П. Л. Шиллинг (1786—1837 гг.), продолжая исследования В. В. Петрова, создает электрическую мину с дуговым запалом (1812 г.), строит первый действующий электромагнитный телеграф (1832 г.) и впервые осуществляет телеграфную связь, ис-

пользуя созданный им же специальный изолированный электрический кабель.

Теорию и практику электротехники обогатил Э. Х. Ленц (1804—1865 гг.): он ввел правило, устанавливающее направление индукционного тока (правило Ленца, 1833 г.), экспериментально обосновал закон Джоуля—Ленца (1842 г.), совместно с Б. С. Якоби разработал методы расчета электромагнитов, открыл обратимость электрических машин.

Большую роль в развитии электротехники сыграл Б. С. Якоби (1801—1874 гг.). Он создал двигатель постоянного тока (1834 г.), предложил несколько вариантов конструкций электродвигателя, создал гальванопластину (1838 г.), сконструировал около десяти типов телеграфных аппаратов. В 1838 г. Б. С. Якоби впервые применил электродвигатель для движения судна на р. Неве, чем положил начало судовой электротехнике.

Изобретение П. Н. Яблочковым (1847—1894 гг.) электрической свечи (свеча Яблочкова, 1835 г.) явилось началом практического применения электрического освещения. Им же внедрен в практику переменный ток, осуществлено «дробление» электрической энергии посредством трансформатора (с разомкнутым магнитопроводом).

Существенный вклад в развитие и практическое применение электрического освещения внес А. Н. Ладыгин (1847—1923 гг.). Он создал первые лампы накаливания с угольным стержнем (1870 г.) и с вольфрамовой нитью (1893 г.).

Важный этап развития электротехники связан с именем М. О. Доливо-Добровольского (1861—1919 гг.). Он доказал оптимальность трехфазной системы токов, создал трехфазный трансформатор, трехфазный асинхронный двигатель, впервые осуществил передачу электрической энергии в трехфазной цепи.

Крупномасштабным этапом развития электротехники явилась реализация плана ГОЭЛРО.

Широкий круг научных и практических электротехнических задач, обусловленных этим грандиозным планом, был решен Г. О. Графтио (1864—1949 гг.) и Г. М. Кржижановским (1872—1959 гг.).

О том, какой огромный путь прошла электротехника за годы Советской власти, можно судить хотя бы по такому примеру. Если мощность Волховской ГЭС, крупнейшей электростанции, построенной в 1926 г. по плану ГОЭЛРО, составляла 58 МВт, то в настоящее время сравнимую мощность имеют судовые электростанции (атомоход «Сибирь» — 54 МВт), а мощность стационарных электростанций измеряется тысячами мегаватт (Красноярская ГЭС — 6000 МВт, Ленинградская АЭС — 4000 МВт).

Раздел I

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Глава 1
ЭЛЕМЕНТЫ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 1.1. Основные понятия. Законы и режимы электрических цепей

Электрической цепью называется совокупность источников электрической энергии, приемников электрической энергии и вспомогательных элементов, образующих путь для электрического тока.

Источниками, или генераторами, электрической энергии называются устройства, преобразующие различные виды энергии (механическую, тепловую, химическую, светового излучения и др.) в электрическую.

Приемники, или потребители, электрической энергии осуществляют обратное преобразование: электрической энергии в другие ее виды.

К элементам электрических цепей относятся также: устройства, которые связывают источники и приемники (соединительные провода, кабели, линии электропередачи); устройства включения и отключения электрической цепи и ее отдельных элементов (коммутационная аппаратура); устройства измерения и контроля параметров процессов в электрической цепи (электроизмерительные приборы); устройства и системы защиты электрических цепей и их элементов в аварийных ситуациях.

Процессы в электрических цепях характеризуются изменяющимися во времени напряжениями и токами. Важными характеристиками этих процессов являются энергия и мощность, генерируемые или потребляемые в электрической цепи.

Электрический ток (электрический ток проводимости) есть упорядоченное движение носителей электрических зарядов (электронов, положительных и отрицательных ионов). Количественно электрический ток i определяется числом электрических зарядов q, проходящих через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$i = \lim \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}, \quad \Delta t \to 0. \tag{1.1}$$

Напряжение, или разность потенциалов, u между любыми двумя точками электрической цепи (или на участке цепи) характеризует электрическое поле между этими точками (или на этом участке) и количественно равно электрической энергии W, затра-

чиваемой на перенос единицы заряда q из одной точки в другую (или через рассматриваемый участок цепи):

$$u = \lim \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{dW}{dq}, \quad \Delta q \to 0. \tag{1.2}$$

Перенос зарядов в электрических цепях длительно может происходить только за счет источников электрической энергии, в которых создается электродвижущая сила (ЭДС) неэлектрической природы или вследствие явления электромагнитной индукции.

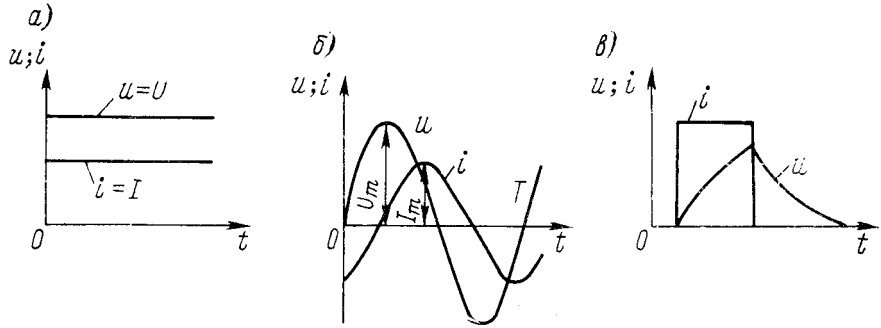


Рис. 1.1. Графики мгновенных значений напряжения и тока.

Электрическая мощность p на участке электрической цепи с напряжением u и током i характеризует скорость изменения энергии W, выделяемой (потребляемой) на этом участке цепи, и определяется уравнением

$$p = \frac{dW}{dt} = ui, \tag{1.3}$$

которое справедливо при любом законе изменения u и i во времени.

Электрическая энергия W, потребляемая (или затрачиваемая) на участке электрической цепи за время t, согласно (1.3) будет равна

$$W = \int_0^t p\,dt = \int_0^t ui\,dt. \tag{1.4}$$

Ток, напряжение, ЭДС, мощность, характеризующие состояние электрической цепи, в общем случае являются функциями времени. На рис. 1.1 показаны графики изменений напряжения и тока во времени: $u(t)$ и $i(t)$. Такие графики называются временны́ми диаграммами.

Значения временны́х функций $u(t)$ и $i(t)$ в любой определенный момент времени t называются мгновенными значениями напряжения и тока и обозначаются строчными буквами соответственно u и i.

Выражения (1.1)—(1.4) записаны для мгновенных значений входящих в них тока, напряжения, мощности.

Законы изменения во времени электрических величин, характеризующих состояние цепи, используются для классификации электрических цепей. В соответствии с этим различают электрические цепи постоянного и переменного (синусоидального) тока и цепи с другими законами изменения тока.

В цепях постоянного тока имеют место постоянные (не зависящие от времени) напряжения U и токи I (рис. 1.1, *а*). В качестве примера переменных напряжений и токов на рис. 1.1, *б* показаны периодически изменяющиеся напряжение u и ток i синусоидальной формы, широко используемые в современной электротехнике, а также u и i в форме отдельных импульсов (рис. 1.1, *в*).

Периодические (периода T) напряжения и токи в общем случае отвечают условиям

$$u(t) = u(t + kT); \quad i(t) = i(t + kT), \tag{1.5}$$

где $k = 1, 2, \ldots$.

Для описания электрических величин помимо мгновенных значений применяются и другие, определяющие их значения. Например, синусоидальные напряжение и ток, показанные на рис. 1.1, *б*, определяются их максимальными значениями соответственно U_m и I_m.

Используются и другие величины, характеризующие напряжение и ток. К их числу относятся, в частности, средние значения напряжения и тока, обозначаемые соответственно $U_{ср}$ и $I_{ср}$. При интервале времени усреднения $T_{ср}$ они описываются равенствами

$$U_{ср} = \frac{1}{T_{ср}} \int_{t}^{t+T_{ср}} u\,dt \quad \text{и} \quad I_{ср} = \frac{1}{T_{ср}} \int_{t}^{t+T_{ср}} i\,dt. \tag{1.6}$$

В цепях электротехнических устройств в зависимости от значений напряжений, токов, мощностей различают ряд режимов работы. К ним относятся режимы: номинальный, холостого хода и короткого замыкания.

Номинальный режим электрического устройства соответствует наиболее выгодным условиям его производства и эксплуатации (по экономичности, долговечности и др.). Так, например, электрическая лампочка в номинальном режиме сочетает требуемую яркость и достаточно большой срок службы, электродвигатель — работает с высоким КПД и долговечен при нормальных эксплуатационных условиях и т. д. Значения (параметры) электрических величин, имеющие место в номинальном режиме, называются номинальными (номинальное напряжение $U_{ном}$, номинальный ток $I_{ном}$ и т. д.) и приводятся в паспортных данных электротехнических устройств.

Режим холостого хода возможен для тех электротехнических устройств, которые приводят в действие или обеспечивают работу других устройств, являющихся для них нагрузкой. К та-

ким электротехническим устройствам относятся, в частности, генераторы электрической энергии (их нагрузка — это подключаемые потребители электрической энергии), электродвигатели (их нагрузка — механизмы, приводимые в движение) и др. Режим холостого хода — это режим работы без нагрузки. КПД устройства в режиме холостого хода равен нулю. Значения электрических величин, соответствующих режиму холостого хода, называются значениями этих величин в режиме холостого хода: напряжение холостого хода $U_х$, ток холостого хода $I_х$, мощность холостого хода $P_х$ и т. д.

Режим короткого замыкания возникает при соединении между собой без сопротивления («накоротко») выходных зажимов источников, входных зажимов приемников, соединительных проводов, а также любых других точек электрических цепей, между которыми до соединения напряжение не равнялось нулю. Режим короткого замыкания может возникнуть вследствие нарушения изоляции между токоведущими элементами и обычно сопровождается значительным увеличением (по сравнению с номинальным режимом) токов. Значения токов, напряжений, мощностей в режиме короткого замыкания называются соответственно током короткого замыкания $I_к$, напряжением короткого замыкания $U_к$, мощностью короткого замыкания $P_к$.

Иногда используется понятие «согласованный режим», при котором источник отдает приемнику максимально возможную мощность.

Процессы (или режимы) в электрических цепях подразделяются также на установившиеся и переходные.

Установившимся процессом в электрической цепи называют такой, при котором мгновенные значения напряжений и токов либо остаются постоянными (см. рис. 1.1, *а*), либо изменяются по периодическим законам согласно (1.6). Напряжения и токи при этом называются установившимися.

При переключениях (коммутациях) в электрической цепи (отключение или подключение источников электрической энергии, а также отдельных электротехнических устройств) существовавший до этого установившийся процесс нарушается, и цепь переходит в другой установившийся режим работы. Этот процесс называется переходным. Длительность переходного процесса зависит от свойств электрической цепи.

Электрические цепи принято представлять графически электрическими схемами, которые с помощью условных графических изображений входящих в цепь электротехнических устройств показывают их соединения между собой проводниками. Каждому соединительному проводнику, изображаемому на схеме линией произвольной конфигурации, приписывается постоянство потенциала на всем его протяжении.

На электрической схеме указывают стрелками те направления напряжений, токов и ЭДС, которые условно выбираются положительными. Для потребителя электрической энергии положитель-

ные направления напряжения и тока выбираются совпадающими. Положительным направлением считается направление от точки (клеммы, зажима, вывода) с более высоким потенциалом к точке с более низким потенциалом, или иначе от «+» и «—» (рис. 1.2, *а*). Для источника электрической энергии положительное направление тока i совпадает с направлением его внутренней ЭДС e; по-

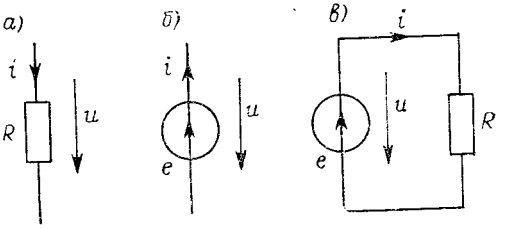


Рис. 1.2. Положительные направления напряжений, ЭДС и токов на электрических схемах.

ложительное направление напряжения u для внешней цепи источника такое же, как для потребителя, т. е. от «+» к «—» (рис. 1.2, *б*). Для внутренней цепи источника положительное направление напряжения не совпадает с положительным направлением тока (рис. 1.2, *в*).

В соответствии с выбранными направлениями ставятся знаки перед ЭДС, напряжениями, токами, входящими в математическое описание рассматриваемой электрической цепи.

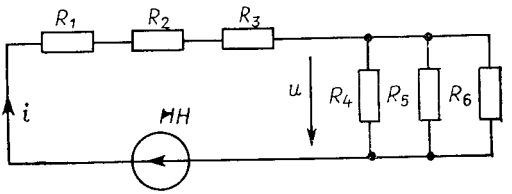


Рис. 1.3. Последовательное и параллельное соединение элементов в электрических цепях.

Основными структурными понятиями электрической цепи являются ветвь, узел и контур.

Ветвью электрической цепи называется тот ее участок, по которому протекает один и тот же ток. На рис. 1.3 ветвью является участок, который включает последовательно соединенные источник напряжения *ИН* и сопротивления R_1, R_2 и R_3.

Место соединения трех и более ветвей называется узлом. На рис. 1.3 узлом является место соединения общим проводом сопротивлений R_3, R_4, R_5 и R_6, а также R_4, R_5, R_6 и источника напряжения *ИН*. (Узел показан также на рис. 1.5.)

Контуром (замкнутым контуром) называется участок схемы, который является замкнутым последовательным соединением нескольких ветвей (элементов). На рис. 1.3 замкнутый контур образуется, например, последовательностью соединений: *ИН*, R_1, R_2, R_3 и R_5. Замкнутый контур показан также на рис. 1.6.

Последовательным соединением элементов цепи называется такое, при котором по всем этим элементам протекает один и тот же ток (например, *ИН* и R_1).

Параллельным соединением элементов (ветвей) цепи называется такое, при котором все эти элементы (ветви) находятся под одним и тем же напряжением (например, R_4 и R_6).

Возможны соединения элементов треугольником и звездой, которые нельзя отнести ни к последовательному, ни к параллельному, так как нет элементов, по которым шел бы один и тот же ток, а также нет элементов, на которых было бы одинако-

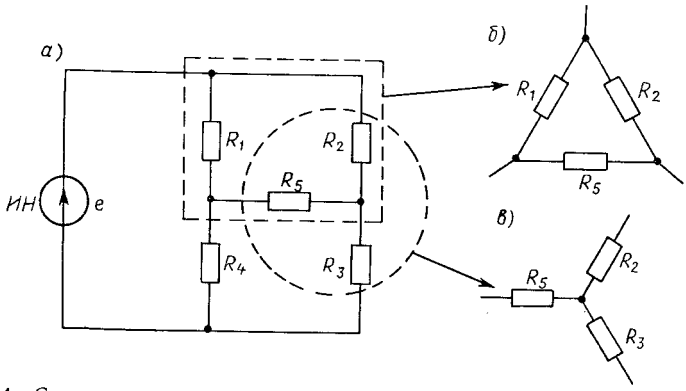


Рис. 1.4. Соединение элементов электрической цепи треугольником и звездой.

вое напряжение (см. рис. 1.4, *а*). Элементы R_1, R_2 и R_5 соединены треугольником, а элементы R_2, R_3 и R_5 — звездой. Структуры этих видов соединений показаны на рис. 1.4, *б* и *в* соответственно.

Соотношения токов, напряжений и ЭДС в электрических цепях подчинены законам Кирхгофа. Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов в ветвях, образующих общий узел, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{K} i_k = 0, \tag{1.7}$$

где K — число ветвей, образующих узел. Токи, направленные к узлу, берутся в (1.7) с одним знаком, а направленные от узла — с другим. Например, для узла на схеме, показанной на рис. 1.5, уравнение (1.7) имеет вид

$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 + i_5 = 0.$$

Согласно второму закону Кирхгофа алгебраическая сумма напряжений на потребителях u_k в ветвях, образующих замкнутый контур, равна алгебраической сумме ЭДС e_n источников, действующих в этом контуре:

$$\sum_{k=1}^{K} u_k = \sum_{n=1}^{N} e_n, \tag{1.8}$$

где K — число потребителей в контуре; N — число источников в контуре. Знаки напряжений и ЭДС, входящих в (1.8), определяются ориентировкой их направлений относительно произвольно

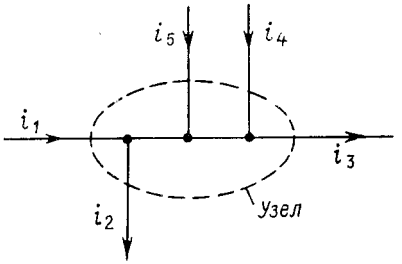


Рис. 1.5. Узел электрической цепи.

выбранного направления обхода контура: напряжения и ЭДС, направления которых совпадают с направлением обхода контура, входят в (1.8) со знаком «плюс», другие — со знаком «минус». Например, для контура, представленного на рис. 1.6, согласно второму закону Кирхгофа можно записать

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 = e_1 - e_2.$$

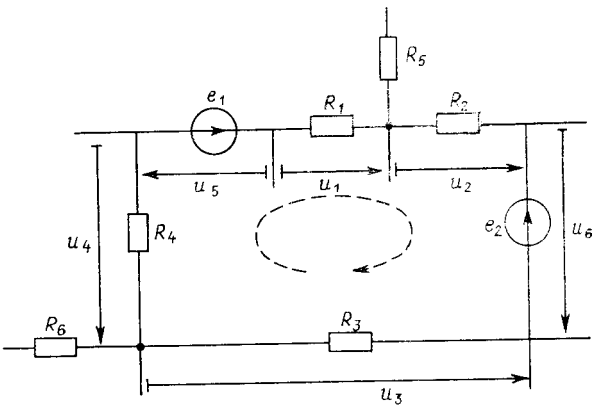


Рис. 1.6. Контур электрической цепи.

Если вместо ЭДС источников рассматривать напряжения на них, то согласно второму закону Кирхгофа алгебраическую сумму напряжений на всех элементах, образующих замкнутый контур, можно определить так:

$$\sum_{k=1}^{K} u_k = 0, \tag{1.9}$$

где K — число всех элементов (потребителей и источников) в контуре. В форме (1.9) уравнение, описывающее контур на рис. 1.6, принимает вид

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 - u_5 + u_6 = 0.$$

Уравнения вида (1.7) и (1.8) или (1.9) совместно с уравнениями всех элементов, входящих в электрическую цепь, составляют математическое описание электрической цепи.

§ 1.2. Потребители электрической энергии. *R*-, *L*- и *C*-элементы

Потребители или приемники электрической энергии весьма разнообразны — это нагревательные и осветительные устройства, электродвигатели, радиотехнические системы, вычислительные машины, системы сбора, обработки и передачи информации и многие другие приборы, аппараты, машины, устройства, функционирование которых связано с потреблением электрической энергии. На современном судне перечень различных потребителей насчитывает тысячи наименований.

В потребителях электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии. Это отличительное свойство всех потребителей. Поэтому основным признаком, по которому классифицируются потребители, является вид энергии, полученной после преобразования электрической энергии.

Электрическая энергия в потребителях преобразуется главным образом в тепловую и механическую энергию; энергию магнитного поля; энергию электрического поля. Преобразование электрической энергии в химическую и энергию электромагнитного излучения в электротехнических задачах рассматривается редко.

Преобразование в тепловую и механическую энергию имеет необратимый характер. Энергия, накопленная в результате ее преобразования в магнитном или в электрическом полях, может опять преобразоваться в электрическую и возвратиться в источник.

Для описания указанных преобразований энергии в электротехнике вводятся три идеализированных элемента:

1) резистивный, или *R*-элемент;
2) индуктивный, или *L*-элемент;
3) емкостный, или *C*-элемент.

Любой потребитель в зависимости от происходящих в нем энергетических процессов можно представить (эквивалентировать) одним или несколькими указанными идеализированными элементами. Получаемые в результате такого эквивалентирования электрические схемы, включающие *R*-, *L*- и *C*-элементы, называются эквивалентными или схемами замещения.

Резистивный элемент (*R*-элемент) — идеализированный элемент электрической цепи, при протекании по которому электрического тока происходит необратимое преобразование электрической энергии в тепловую. Условное изображение *R*-элемента в электрических схемах показано на рис. 1.7, *а*. Основное уравнение *R*-элемента, связывающее напряжение и ток, определяется законом Ома:

$$u = Ri, \tag{1.10}$$

где R является параметром резистивного элемента и называется **сопротивлением**.

Параметр R резистивных элементов определяется обычно геометрией пути протекания тока и физическими свойствами материала токопровода. Простейший резистивный элемент в виде токопровода цилиндрической формы (рис. 1.7, *б*) длиной l с сечением S и удельным электрическим сопротивлением материала ρ имеет сопротивление R, равное

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

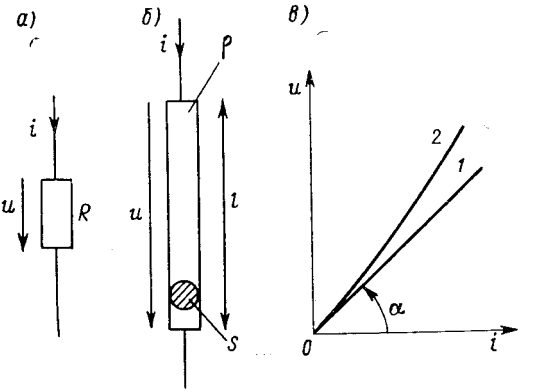


Рис. 1.7. Резистивный элемент: *а* — условное обозначение; *б* — физическая модель; *в* — вольт-амперные характеристики.

1 — линейная; *2* — нелинейная.

Зависимость напряжения от тока (или тока от напряжения) называется **вольт-амперной характеристикой**. Вольт-амперная характеристика идеального линейного R-элемента представляет собой прямую, проходящую через начало координат под углом $\alpha = \operatorname{arctg} R$ (кривая *1* на рис. 1.7, *в*).

Из уравнения R-элемента (1.10) также следует, что функции $u(t)$ и $i(t)$ по своей форме подобны.

Мощность, выделяемая в R-элементе, в соответствии с общей формулой электрической мощности (1.3) описывается законом Джоуля—Ленца:

$$p = ui = Ri^2. \tag{1.11}$$

Мощность p для R-элемента является квадратичной функцией тока, следовательно, ее знак не зависит от направления тока. Это соответствует принятому для R-элемента свойству необратимого преобразования электрической энергии в тепловую.

В качестве параметра резистивного элемента применяется также величина, обратная сопротивлению R,— проводимость G:

$$G = 1/R = i/u. \tag{1.12}$$

Формула для мощности (1.11) принимает вид

$$p = Gu^2. \tag{1.13}$$

Реальными электротехническими устройствами, близкими по свойствам к R-элементу, являются резисторы, электронагревательные устройства, лампы накаливания.

Индуктивный элемент (L-элемент) — идеализированный элемент электрической цепи, при появлении в котором электрического тока i в окружающем пространстве возникает магнитное поле. Энергия этого магнитного поля по мере уменьшения тока i отдается в подсоединенную электрическую цепь. Условное изображение L-элемента показано на рис. 1.8, *а*.

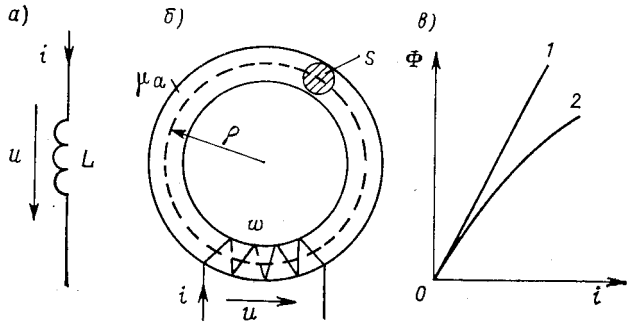


Рис. 1.8. Индуктивный элемент.

Физическим аналогом L-элемента является катушка индуктивности, представляющая собой обмотку (выполненную из проводника электрического тока), витки которой наматываются на сердечник (основание), изготовляемый обычно из ферромагнитного материала (рис. 1.8, *б*). Электрический ток, идущий по виткам обмотки (катушки), число которых w, создает магнитное поле. Каждый k-й виток катушки пронизывается магнитным потоком Φ_k. Сумма всех потоков Φ_k ($k=1, 2, \ldots, w$), пронизывающих витки катушки, равна так называемому потокосцеплению Ψ катушки индуктивности:

$$\Psi = \sum_{k=1}^{w} \Phi_k. \qquad (1.14)$$

Величина потокосцепления Ψ есть функция тока i, протекающего по катушке. Эта зависимость называется вебер-амперной характеристикой.

Идеализированный индуктивный элемент имеет линейную вебер-амперную характеристику (кривая *1* на рис. 1.8, *в*), описываемую уравнением

$$\Psi = Li, \qquad (1.15)$$

где L — коэффициент пропорциональности между Ψ и i, называемый индуктивностью. Индуктивность L — это параметр индуктивного элемента.

Параметр индуктивного элемента определяется конфигурацией его токопровода (обмотки) и геометрией и физическими свойствами пространства, в котором создается магнитное поле этого элемента (см. § 4.1). Если индуктивный элемент представляет собой тороидальный электромагнит (см. рис. 1.8, *б*) с числом витков обмотки w, наложенной на кольцевой магнитопровод с радиусом средней окружности ρ и поперечным сечением S, который выполнен из ферромагнетика с абсолютной магнитной проницаемостью μ_a, то его индуктивность L будет равна

$$L = \mu_a \frac{w^2 S}{2\pi\rho}.$$

В общем случае зависимость $\Psi(i)$ нелинейна (кривая *2* на рис. 1.8, *в*).

В соответствии с законом электромагнитной индукции при изменении во времени магнитного потока Φ_k, сцепляющегося с k-м витком обмотки, в последнем индуцируется ЭДС

$$e_k = -\frac{d\Phi_k}{dt},$$

а в катушке индуктивности в целом создается ЭДС

$$e = \sum_{k=1}^{w} e_k = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (1.16)$$

Так как потокосцепление обмотки Ψ здесь создается идущим по ней током i, то ЭДС e, индуцируемая изменением этого потокосцепления, называется ЭДС самоиндукции.

Потокосцепление контура (обмотки) Ψ, которое обусловлено магнитным полем, создаваемым током i другого контура, определяется по формуле, аналогичной (1.15),

$$\Psi = Mi,$$

где коэффициент M называется взаимной индуктивностью контуров (см. § 4.4).

В индуктивном элементе положительное направление ЭДС самоиндукции совпадает с положительным направлением тока.

Согласно второму закону Кирхгофа (1.8) для контура, образованного источником напряжения u и L-элементом, можно записать

$$u = -e,$$

где e — ЭДС самоиндукции, индуцируемая в L-элементе.

Последнее равенство с учетом (1.15) и (1.16) приводится к уравнению

$$u = L\frac{di}{dt}, \qquad (1.17)$$

устанавливающему взаимосвязь между напряжением и током идеального индуктивного элемента.

Реальным элементам в той или иной мере присущи все свойства, приписываемые идеализированным элементам (R, L, C). Поэтому в зависимости от решаемой задачи описание реального элемента может потребовать одновременного использования разных комбинаций нескольких идеализированных элементов.

Обычный судовой кабель может служить примером электротехнического устройства, для эквивалентного описания которого оказывается необходимым использовать разные схемы, отличающиеся различными сочетаниями идеальных элементов R, L, C. Выбор состава и схемы соединения эквивалентирующих элементов зависит

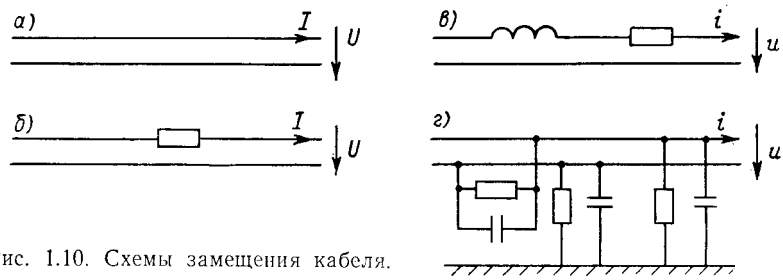


Рис. 1.10. Схемы замещения кабеля.

от существенных (для решаемой конкретной задачи) аспектов рассмотрения физических процессов, связанных с передачей электрической энергии по кабелю. На рис. 1.10 показаны варианты схем замещения судового кабеля в зависимости от решаемой задачи по расчету: передачи по кабелю энергии на постоянном токе без учета (*а*) и с учетом (*б*) потерь на нагрев; падения напряжения в линии переменного тока (*в*); снижения сопротивления изоляции линии и электробезопасности в сетях переменного тока (*г*).

Эквивалентные схемы для решения задач расчета электромагнитных процессов в сложных устройствах составляются исходя из соображений, подобных высказанным в примере с кабелем.

Реальные электротехнические устройства отличаются от идеализированных R-, L- и C-элементов не только сложностью схем замещения, но и тем, что параметры R, L, C в этих схемах могут быть переменными величинами. Это можно пояснить на примере простейшего электронагревательного устройства, применяемого во многих бытовых электроприборах. Основным элементом такого нагревателя является металлическая спираль, которая нагревается при прохождении по ней электрического тока. Являясь преобразователем электрической энергии в тепловую, это устройство, подобно идеализированному R-элементу, описывается уравнением

$$u = Ri,$$

где R — сопротивление металлической спирали нагревателя.

Сопротивление R металлических проводников в первом приближении линейно зависит от температуры θ:

$$R = R_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)],$$

где R_0 — сопротивление рассматриваемого металлического проводника при некоторой начальной температуре θ_0; α — температурный коэффициент сопротивления.

Изменение температуры $\theta - \theta_0$ в свою очередь есть функция тепловой энергии $W_т$, выделяемой в проводнике в единицу времени, иначе говоря, мощности $p = ui$. Следовательно, сопротивление R зависит от тока i, т. е. $R = R(i)$. Вольт-амперная характеристика такого проводника нелинейна (см. кривую 2 на рис. 1.7, *в*).

Таким образом, нагревательное устройство для повышения точности расчетов должно описываться нелинейным уравнением

$$u = R(i)\, i.$$

Необходимость в подобных уточнениях процессов в других реальных электротехнических устройствах приводит к использованию для их описания нелинейных уравнений.

Таким образом, реальные электротехнические устройства в зависимости от степени их идеализации, определяемой точностью исследования, могут описываться либо линейными, либо нелинейными уравнениями. В первом случае эти устройства называются линейными, а во втором — нелинейными.

Соответственно различают линейные и нелинейные электрические цепи. Линейная электрическая цепь содержит только линейные электротехнические устройства (элементы). Если в состав цепи входит хотя бы один нелинейный элемент, то она будет нелинейной.

Методы расчетов линейных и нелинейных цепей различны. Расчеты режимов линейных электрических цепей сводятся к решению линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. Решение нелинейных уравнений, описывающих нелинейные электрические цепи, как правило, представляет собой достаточно сложную математическую задачу, сопряженную со значительными вычислительными трудностями.

Электротехнические устройства относятся к классу линейных или нелинейных в зависимости от требуемой точности расчетов. При невысокой точности расчетов (в первом приближении) многие устройства электротехники (нагревательные и осветительные устройства, электродвигатели, генераторы электрической энергии и т. д.) и электрические цепи в целом вполне допустимо рассматривать как линейные. При необходимости более точного учета физических явлений, имеющих место в этих же реальных элементах, для их описания используются нелинейные уравнения.

§ 1.3. Источники электрической энергии

Основными параметрами, описывающими работу источника электрической энергии при нагрузке, являются напряжение u на его выходе (на внешних клеммах) и ток i, протекающий по цепи. Напряжение u и ток i любого источника или преобразователя электрической энергии оказываются связанными функциональной за-

висимостью, описываемой вольт-амперной, или внешней, характеристикой: $u=f_1(i)$ или $i=f_2(u)$. Эта зависимость напряжения и тока определяется различными физическими причинами: внутренними потерями энергии, изменениями внутренних магнитных или электрических полей при изменениях нагрузки. Вольт-амперная характеристика источника существенно влияет на режим работы всей электрической цепи.

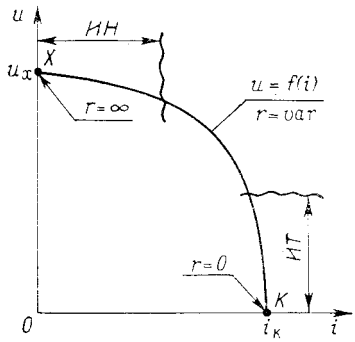


Рис. 1.11. Вольт-амперная (внешняя) характеристика реального источника электроэнергии.

Вольт-амперная характеристика источника определяется при изменении сопротивления r внешней цепи (нагрузки) от бесконечности (холостой ход источника) до нуля (короткое замыкание источника). На внешней характеристике $u=f(i)$ режиму холостого хода соответствует точка X с координатами $u=u_x$, $i=0$. Режиму короткого замыкания соответствует точка K с координатами $u=0$, $i=i_к$. У реальных источников вольт-амперные характеристики нелинейны (рис. 1.11).

Обычно источники используются при напряжениях, близких к напряжению холостого хода, и называются при этом источниками напряжения (ИН). Иногда источники используются при токах, близких к току короткого замыкания. При этом они называются источниками тока (ИТ).

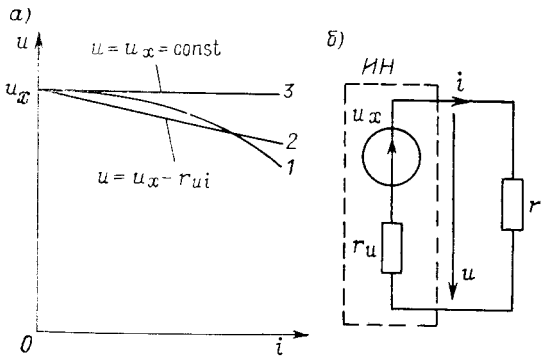


Рис. 1.12. Внешняя характеристика (*а*) и эквивалентная схема (*б*) источника напряжения.

В режиме источника напряжения, т. е. в области относительно малых изменений напряжения (рис. 1.12, *а*), реальная вольт-амперная характеристика (кривая *1*) может быть приближенно описана линейной зависимостью (кривая *2*)

$$u = u_x - r_u i. \qquad (1.24)$$

Этому уравнению соответствует схема (рис. 1.12, *б*) последовательно соединенных источника постоянного напряжения u_x и сопротивления r_u. Величине u_x придают смысл внутренней ЭДС источника e, а сопротивление r_u рассматривается как внутреннее сопротивление реального источника.

В электротехнике широко используется понятие «идеальный источник напряжения», который отличается постоянством напряжения u вне зависимости от тока его нагрузки. Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю ($r_u=0$). Вольт-амперная характеристика идеального источника на-

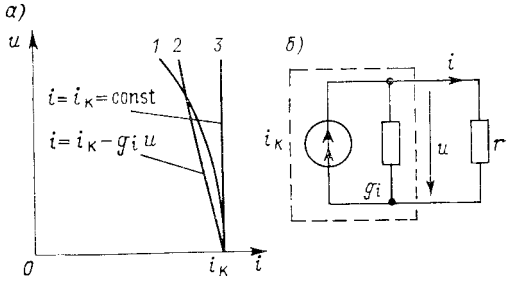


Рис. 1.13. Внешняя характеристика (*а*) и эквивалентная схема (*б*) источника тока.

пряжения является прямой, параллельной оси тока (см. рис. 1.12, *а*, кривая *3*).

В режиме источника тока, т. е. в области относительно малых изменений тока, реальная вольт-амперная характеристика (рис. 1.13, *а*, кривая *1*) может быть приближенно описана линейной зависимостью (кривая *2*)

$$i = i_к - g_i u. \tag{1.25}$$

Этому уравнению соответствует схема (рис. 1.13, *б*) параллельного соединения источника постоянного тока $i_к$ и проводимости g_i. Проводимость g_i рассматривается как внутренняя проводимость реального источника тока. Идеальный источник тока не имеет внутренней проводимости ($g_i=0$), и его ток i не зависит от напряжения на нагрузке u (или от сопротивления нагрузки r). Вольт-амперная характеристика идеального источника тока описывается прямой, параллельной оси напряжения (рис. 1.13, *б*, кривая *3*).

В случаях если вольт-амперная характеристика линеаризуется на всем своем протяжении от режима холостого хода до короткого замыкания, то зависимости (1.24) и (1.25) должны совпадать и, следовательно, удовлетворять условию

$$r_u g_i = 1. \tag{1.26}$$

Понятия источников напряжения u и тока i используются также и в цепях синусоидального тока. Этим идеальным источникам приписываются свойства постоянства частот ω и амплитуд соответственно напряжения (1.27) и тока (1.28):

$$u = U_m \sin \omega t \text{ при } U_m = \text{const и } \omega = \text{const}; \tag{1.27}$$

$$i = I_m \sin \omega t \text{ при } I_m = \text{const и } \omega = \text{const}. \tag{1.28}$$

§ 1.4. Расчет электрических цепей постоянного тока

Проектирование и эксплуатация электрических установок и устройств требуют выполнения расчетов для выбора состава их элементов, номинальных параметров (мощности, напряжения, частоты, тока и т. д.), схем соединений, а также для определения режимов работы установок, состава элементов и схемы соединения которых заданы. Решение таких задач обычно базируется на расчетах эквивалентных электрических цепей (схем замещения). В качестве примеров применительно к судовым электрическим цепям постоянного и переменного тока можно назвать: расчет нагрева и определение сечения кабеля; определение напряжений, токов, мощностей отдельных электротехнических устройств, работающих в составе судовой электрической цепи; расчет изменений напряжений и токов на участке электрической цепи, обусловленных включением или отключением отдельных потребителей или источников, и др.

Общим для задач анализа электрических цепей является то, что состав элементов (источников и потребителей) и способ их соединения в электрической цепи известны (заданы). Требуется либо рассчитать напряжения, токи, мощности, характеризующие работу отдельных элементов и цепи в целом, в установившихся или переходных режимах при условии, что параметры всех элементов заданы, либо наоборот определить параметры элементов, при которых обеспечиваются требуемые (заданные) значения напряжений, токов, мощностей.

Решение задачи анализа в любом ее варианте сводится к следующему. С использованием схем замещения всех устройств, входящих в рассматриваемую электрическую цепь, и в соответствии со способом их соединения составляется общая схема электрической цепи. Составляется математическое описание (модель) исследуемой электрической цепи, включающее в себя уравнения всех элементов, вошедших в электрическую схему, и уравнения, составленные для узлов и контуров схемы по законам Кирхгофа. В зависимости от степени идеализации элементов электрической цепи ее математическая модель будет либо линейной (все уравнения линейны), либо нелинейной (присутствуют нелинейные уравнения). Определение по составленным уравнениям либо искомых токов и напряжений, либо неизвестных значений параметров элементов составляет сущность решения задач анализа электрических цепей.

Задачи синтеза электрических цепей являются существенно более сложными. Их цель — определение структуры и состава элементов цепи, обладающей определенными свойствами.

В электрических цепях постоянного тока действуют источники постоянного напряжения (или тока), обеспечивающие на всех участках цепи в установившихся режимах постоянные напряжения и токи: $u=U=\text{const}$, $i=I=\text{const}$. В установившихся режимах цепей постоянного тока L- и C-элементы «исключаются» в силу

(1.17) и (1.21): зажимы L-элементов замыкаются накоротко, а ветви, содержащие C-элементы, размыкаются. В результате схемы цепей постоянного тока в установившихся режимах содержат только R-элементы, описываемые в соответствии с (1.10) уравнениями вида

$$U = RI. \tag{1.29}$$

Математическое описание электрической цепи постоянного тока дают законы Кирхгофа (1.7) и (1.8) или (1.9), которые применительно к цепям постоянного тока записываются в форме

$$\sum_{k=1}^{K} I_k = 0; \tag{1.30}$$

$$\sum_{k=1}^{K} U_k = \sum_{n=1}^{N} E_n \text{ или } \sum_{k=1}^{K} U_k = 0, \tag{1.31}$$

где напряжения и токи связаны между собой соотношениями вида (1.29).

Расчеты линейных цепей постоянного тока в установившихся режимах сводятся к решению системы линейных алгебраических уравнений (1.30)—(1.31). При этом возможно применение любых известных методов решения подобных уравнений, в том числе и использование вычислительной техники.

Метод непосредственного применения законов Кирхгофа для расчета электрических цепей состоит в анализе их математического описания в форме уравнений (1.30), (1.31) без каких-либо предварительных упрощений или преобразований в исходной электрической схеме. При использовании этого наиболее общего метода суммарное число уравнений вида (1.30) и (1.31), записываемых по законам Кирхгофа, может быть для сложных схем достаточно большим. Для контроля линейной независимости составляемых уравнений целесообразно применять следующие два правила: а) для схемы, содержащей m узлов, можно составить $m-1$ линейно независимых уравнений вида (1.30); б) для схемы, содержащей n контуров, можно составить $n-1$ линейно независимых уравнений вида (1.31).

Метод эквивалентирования уменьшает трудоемкость расчета электрической цепи за счет упрощения исходной электрической схемы цепи. Это достигается заменой некоторых участков схемы другими участками с меньшим числом источников и приемников. Замена одних участков другими должна быть обязательно эквивалентной: напряжения и токи на всех участках схемы, которые не подверглись преобразованию, должны остаться без изменения. Эквивалентными преобразованиями достигается сокращение либо числа R-элементов схемы, либо числа узлов и контуров схемы. Это сокращает число уравнений в математическом описании электрической цепи и упрощает ее расчет.

Эквивалентирование может использоваться в отношении групп источников и групп потребителей электрической энергии с соблю-

дением правил, вытекающих из основных законов электрических цепей.

Типичные соотношения для эквивалентирования групп потребителей с линейными характеристиками, представленных схемами замещения из R-элементов, указаны в табл. 1.1. Формулы расчета параметров эквивалентных схем выводятся путем приравнивания общих напряжений и токов схем и соответствующих им напряжений и токов эквивалентных схем. В табл. 1.2 представлены соотношения для эквивалентирования групп источников напряжения и тока с линейными характеристиками.

Метод наложения (суперпозиции) оказывается удобным для расчетов сложных электрических цепей с несколькими источниками электрической энергии. Метод наложения основан на том,

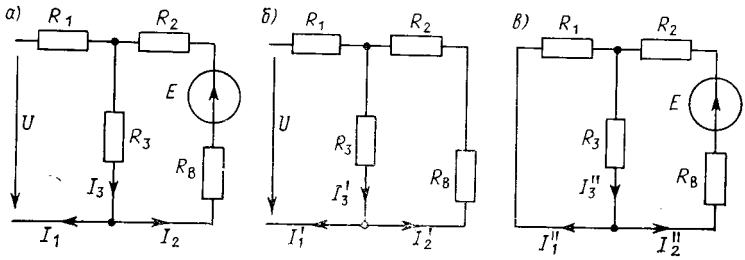


Рис. 1.14. Схемы для расчета методом наложения.

что в линейной электрической цепи, содержащей несколько источников, ток в любой ветви равен алгебраической сумме токов, обусловленных каждым источником в отдельности (принцип суперпозиции).

В соответствии с методом наложения расчет токов в цепи, включающей Q источников, проводится в Q этапов, на каждом из которых с номером q учитывается действие только одного источника. Остальные источники на каждом этапе исключаются: напряжения идеальных ИН и токи идеальных ИТ принимаются равными нулю. Иначе говоря, зажимы идеальных ИН закорачиваются накоротко, а цепи идеальных ИТ размыкаются. На каждом этапе рассматривается своя упрощенная схема и определяются токи в ее ветвях. В результате для каждой ветви исходной схемы определяются Q частных значений тока: I_{k1}, I_{k2}, ..., I_{kQ}, где k — номер ветви. Результирующий ток в любой ветви исходной схемы находится как алгебраическая сумма его частных значений. Например, для k-й ветви

$$I_k = \sum_{q=1}^{Q} I_{kq}.$$

Если направления всех частных токов I_{kq} на схемах этапов выбраны такими же, как направления соответствующих результирующих токов на исходной схеме, то все слагаемые входят в последнее выражение со знаком «плюс».

Таблица 1.1. **Эквивалентирование групп сопротивлений**

Исходная схема соединения	Эквивалентная схема	Формулы эквивалентирования
Последовательное соединение		$R_э = \sum_{k=1}^{N} R_k$
Параллельное соединение		$G_э = \sum_{k=1}^{N} G_k$
Соединение треугольником		$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$; $R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$; $R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$
Соединение звездой		$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$; $R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$; $R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2}$

Таблица 1.2. **Эквивалентирование групп источников напряжения (ИН) и источников тока (ИТ)**

Исходная схема соединений	Эквивалентная схема	Формулы эквивалентирован
Последовательное соединение ИН		$u_э = \sum_{n=1}^{N} u_n;$ $R_э = \sum_{n=1}^{N} R_n$
Параллельное соединение ИН		$u_э = \frac{\sum_{n=1}^{N} u_n \frac{1}{R_n}}{\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}};$ $\frac{1}{R_э} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}$
Параллельное соединение ИТ		$i_э = \sum_{n=1}^{N} i_n;$ $g_э = \sum_{n=1}^{N} g_n$

На рис. 1.14, *а* показана схема электрической цепи, содержащей два ИН ($Q=2$): идеальный источник, обеспечивающий на входе схемы напряжение U, и источник, представленный схемой замещения с параметрами E и $R_в$. На первом этапе исходная схема преобразуется к виду, показанному на рис. 1.14, *б*, и определяются частные токи I'_1, I'_2 и I'_3. На втором этапе составляется схема, показанная на рис. 1.14, *в*, и рассчитываются частные токи I''_1, I''_2 и I''_3. Результирующие токи будут

$$I_1 = I'_1 + I''_1; \quad I_2 = I'_2 + I''_2; \quad I_3 = I'_3 + I''_3.$$

§ 1.5. Расчет градуировочной характеристики термометра сопротивлений

Для измерения температур рабочих сред в судовых энергетических установках используются электрические термометры сопротивления. В схемах этих термометров (рис. 1.15, *а*) попарно со-

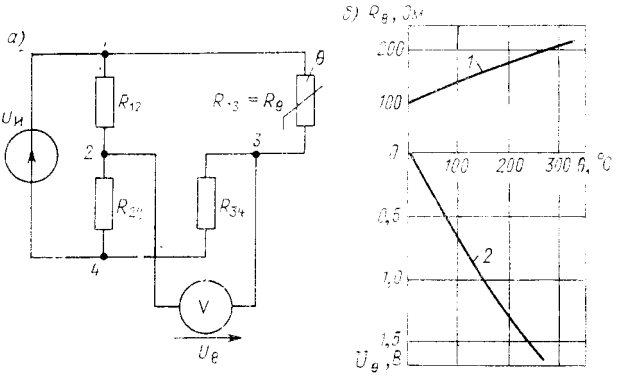


Рис. 1.15. Мостовая схема измерения температуры (*а*) и характеристики плеча (*б*) с терморезистором (*1*) и градуировочная (*2*).

единены четыре резистора, образуя так называемую мостовую схему. Резисторы называются здесь плечами моста. На одну пару узлов моста *1—4* подается напряжение источника питания $U_и$, а на другую — *2—3* включается измерительный прибор — вольтметр V. Один из резисторов $R_{13}=R_θ$, имеющий существенную зависимость $R_θ$ от температуры (терморезистор), помещается в среду, температура которой подлежит измерению. При изменении температуры изменяются сопротивление терморезистора $R_θ$ и, как следствие, его ток и напряжение U_{14}. Это приводит к изменению напряжения на диагонали *2—3*. Таким образом, напряжение на вольтметре $U_θ$ оказывается функционально связанным с температурой терморезистора θ, равной температуре окружающей среды. В термометре используется мостовая схема включения терморезистора для повышения чувствительности схемы измерения. Терморезистор — датчик температуры — связан с остальными

элементами схемы лишь электрически. Пространственно он может быть удален на расстояние, достаточное для обеспечения удобства измерений температуры объекта.

Электрический термометр сопротивления с мостовой схемой имеет в плечах *1—2*, *2—4* и *3—4* постоянные сопротивления $R_{12}=R_{24}=R_{34}=R_0=100$ Ом, а в плече *1—3* нелинейное сопротивление — терморезистор, у которого сопротивление $R_{13}=R_\theta$ существенно зависит от его температуры θ. Температурная характеристика терморезистора (см. рис. 1.15, *б*) в области рабочих температур приближенно описывается линейной зависимостью

$$R_\theta = R_\theta(\theta=0)(1+\alpha\theta) = R_0(1+\alpha\theta),$$

где θ — температура, °С; α — температурный коэффициент сопротивления, равный 0,003 97 Ом/°С; $R_\theta(\theta=0)=100$ Ом.

Требуется рассчитать зависимость температуры θ пространства, в которое помещен терморезистор с целью ее измерения, от показаний вольтметра U_θ, включенного на диагональ моста *2—3*. Электрический термометр сопротивления питается от источника постоянного напряжения $U_и=10$ В, включенного на диагональ моста *1—4*.

Решение. Напряжение на вольтметре $U_{23}=U_\theta$ равно

$$U_{23} = U_{24} - U_{34},$$

где U_{34} — напряжение, не зависящее от измеряемой температуры, так как

$$U_{24} = R_{24}I_{24} = R_0\frac{U_и}{R_{12}+R_{24}} = \frac{1}{2}U_и.$$

Напряжение на резисторе R_{34} равно

$$U_{34} = R_{34}I_{34} = R_0\frac{U_и}{R_{13}+R_{34}} = \frac{R_0U_и}{2R_0+\alpha\theta R_0} = \frac{U_и}{2+\alpha\theta}.$$

Таким образом,

$$U_\theta = U_{24} - U_{34} = \frac{U_и}{2} - \frac{U_и}{2+\alpha\theta} = \frac{\alpha\theta}{4+2\alpha\theta}U_и.$$

Отсюда находится искомая градуировочная зависимость $\theta=f(U_\theta)$, позволяющая по показаниям вольтметра U_θ в вольтах рассчитывать измеряемую температуру среды θ в градусах Цельсия:

$$\theta = \frac{4U_\theta}{\alpha(U_и-2U_\theta)} = \frac{4U_\theta}{3{,}97\cdot10^{-3}(U_и-2U_\theta)}.$$

На рис. 1.15, *б* приведен график градуировочной характеристики для диапазона температур $0<\theta<300$ °С. При больших температурах принятая линейная аппроксимация зависимости сопротивления от температуры терморезистора (здесь из платиновой проволоки) должна быть заменена более точной

$$R_\theta = R_\theta(\theta=0)(1+3{,}97\cdot10^{-3}\theta-5{,}84\cdot10^{-4}\theta^2).$$

Глава 2
ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

§ 2.1. Основные понятия и определения

Цепями синусоидального электрического тока называют такие электрические цепи, в которых напряжения, ЭДС и токи изменяются по синусоидальному (гармоническому) закону. Широкое распространение в современной технике устройств и систем, в которых используется переменный синусоидальный ток, определяется главным образом удобством его трансформации, т. е. повышения или понижения, а также преимуществами электрических машин переменного тока.

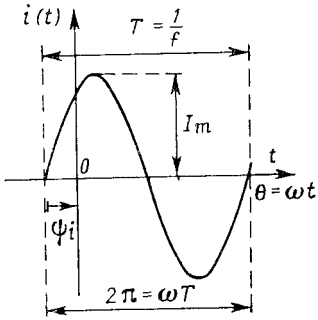


Рис. 2.1. Мгновенное значение синусоидального тока i.

Закон изменения мгновенного значения синусоидального тока $i(t)$ является гармонической функцией времени вида (рис. 2.1)

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \qquad (2.1)$$

Ее максимальное значение I_m называется амплитудой тока, а аргумент $(\omega t + \psi_i)$ — фазой тока. Значение фазы в момент времени $t=0$, равное ψ_i, называется начальной фазой.

Угловая частота ω обратно пропорциональна периоду T периодического закона (2.1):

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Величина, обратная периоду, называется частотой $f = 1/T$, она пропорциональна угловой частоте: $\omega = 2\pi f$.

Иногда бывает удобно представлять $i(t)$ в функции другого аргумента — фазового угла $\theta = \omega t$:

$$i(t) = i(\theta) = I_m \sin(\theta + \psi_i).$$

Во многих задачах электротехники для количественного определения периодически изменяющегося (в частности, синусоидального) тока используется так называемое действующее значение тока I, которое представляет собой среднеквадратичную величину мгновенного значения тока i, вычисленную за один период T:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt}. \qquad (2.2)$$

Использование действующего значения I переменного тока упрощает энергетические расчеты в цепях переменного тока. Действительно, среднее за период T значение мощности p, выделяемой в резисторе R при токе i, просто определяется с помощью действующего значения I протекающего переменного тока i:

$$\bar{p} = P = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} p\,dt = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} Ri^2\,dt = RI^2. \qquad (2.3)$$

Действующее значение переменного тока I и постоянный ток I в энергетическом отношении эквивалентны.

Формула (2.2) справедлива для определения действующего значения периодического переменного тока любой формы. В частности, для синусоидального тока (2.1) она дает соотношение

$$I = I_m/\sqrt{2}. \qquad (2.4)$$

Все сказанное о синусоидальном токе в равной степени относится к синусоидальному напряжению:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \qquad (2.5)$$

где U_m и ψ_u — амплитуда и начальная фаза напряжения, и к синусоидальной ЭДС:

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \qquad (2.6)$$

где E_m и ψ_e — амплитуда и начальная фаза ЭДС.

Действующие значения периодически изменяющихся напряжения u и ЭДС e определяются по формулам, аналогичным (2.2):

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{0}^{T} u^2\,dt} \quad \text{и} \quad E = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{0}^{T} e^2\,dt}. \qquad (2.7)$$

Подстановка в (2.7) выражений соответственно для синусоидального напряжения (2.5) и синусоидальной ЭДС (2.6) дает их действующие значения в зависимости от амплитуд:

$$U = U_m/\sqrt{2} \quad \text{и} \quad E = E_m/\sqrt{2}. \qquad (2.8)$$

При расчетах электрических цепей переменного тока бывает необходимо совместно рассмотреть синусоиды напряжений или токов, характеризующих единый электромагнитный процесс в цепи. В качестве примера на рис. 2.2 показаны два синусоидальных напряжения

$$u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \psi_{u1}) \quad \text{и} \quad u_2 = U_{m2} \sin(\omega t + \psi_{u2}),$$

имеющих одинаковую угловую частоту и соответственно разные амплитуды U_{m1} и U_{m2} и начальные фазы ψ_{u1} и ψ_{u2}.

Разность начальных фаз

$$\Delta\psi = \psi_{u1} - \psi_{u2}$$

называется **фазовым сдвигом** между напряжениями u_1 и u_2. В зависимости от величин и знаков ψ_{u1} и ψ_{u2} значение $\Delta\psi$ может быть как больше, так и меньше нуля. При $\Delta\psi > 0$ говорят, что синусоида u_1 опережает по фазе синусоиду u_2, при $\Delta\psi < 0$ синусоида u_1 отстает по фазе от синусоиды u_2.

Аналогично определяются фазовые сдвиги между любыми другими синусоидальными функциями времени с равными частотами.

Фазовый сдвиг φ между напряжением u и током i элемента (участка) цепи

$$\varphi = \psi_u - \psi_i \tag{2.9}$$

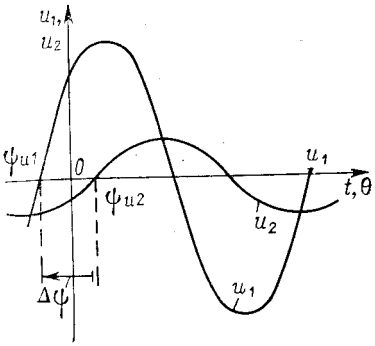


Рис. 2.2. Синусоидальные напряжения u_1 и u_2 с разными амплитудами и сдвинутые по фазе.

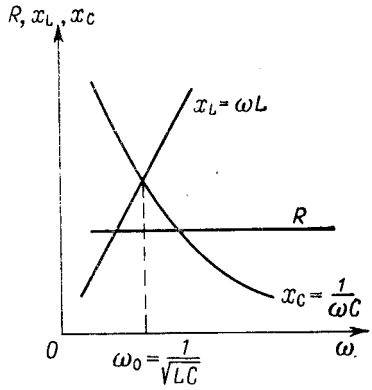


Рис. 2.3. Зависимость сопротивлений элементов R, L, C от частоты тока ω.

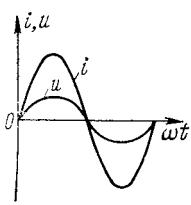
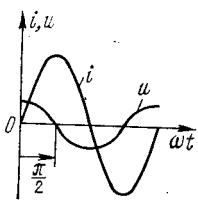
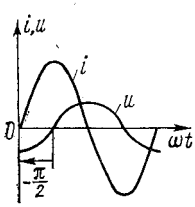
зависит от типа элемента (или сочетаний элементов в цепи). Зависимости амплитуд и фаз напряжений u и токов i основных элементов электрических цепей, рассчитанные согласно уравнениям (1.10), (1.17) и (1.21), показаны в табл. 2.1.

Отношения амплитуд (или действующих значений) напряжений и токов элементов называются **сопротивлениями**. В частности, для элементов C и L они называются соответственно индуктивным $x_L = \omega L$ и емкостным $x_C = 1/\omega C$ сопротивлениями. Индуктивное и емкостное сопротивления элементов L и C зависят очевидным образом от частоты приложенного напряжения (рис. 2.3).

Для удобства расчетов цепей с параллельным соединением элементов вводятся обратные величины: отношения амплитуд (или действующих значений) токов и напряжений, называемые **проводимостями** элементов. У элементов L и C они называются соответственно индуктивной $b_L = 1/\omega L$ и емкостной $b_C = \omega C$ проводимостями.

Мгновенное значение мощности p в цепи синусоидального тока определяется согласно (1.3) произведением мгновенных значений напряжения u и тока i (рис. 2.4, *а*).

Таблица 2.1. **Напряжения, сопротивления и проводимости элементов R, L и C при синусоидальном токе $i = I_m \sin \omega t$**

R	L	C
$u = Ri$	$u = L\dfrac{di}{dt}$	$u = \dfrac{1}{C}\int i\,dt$
$u = RI_m \sin \omega t$	$u = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$	$u = \dfrac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$
$U_m = RI_m$	$U_m = \omega L I_m$	$U_m = \dfrac{1}{\omega C} I_m$
$U = RI$	$U = \omega L I$	$U = \dfrac{1}{\omega C} I$
R	$x_L = \omega L$	$x_C = \dfrac{1}{\omega C}$
$g = \dfrac{1}{R}$	$b_L = \dfrac{1}{\omega L}$	$b_C = \omega C$
$I = gU$	$I = b_L U$	$I = b_C U$
$\varphi = 0$	$\varphi = \dfrac{\pi}{2}$	$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$
		

Если с целью упрощения записи формулы для p положить $\psi_u = \varphi$ и $\psi_i = 0$, то

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi)\, I_m \sin \omega t = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] =$$

$$= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi). \qquad (2.10)$$

Мгновенная мощность в цепи синусоидального тока изменяется во времени по гармоническому закону с двойной частотой 2ω и принимает в общем случае ($\varphi \neq 0$) как положительные, так и отрицательные значения (рис. 2.4, *б*). Следовательно, в цепи переменного тока периодически изменяется направление передачи электрической энергии: на интервалах времени, где $p > 0$, энергия от источника передается к потребителю, а где $p < 0$ — от потребителя к источнику.

Среднее значение мгновенной мощности, передаваемой за период T, называется **активной мощностью** и обозначается P:

$$P = UI\cos\varphi. \tag{2.11}$$

Подстановка в (2.11) выражения для мгновенной мощности (2.10) дает формулу для определения активной мощности в цепи синусоидального тока

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T ui\,dt. \tag{2.12}$$

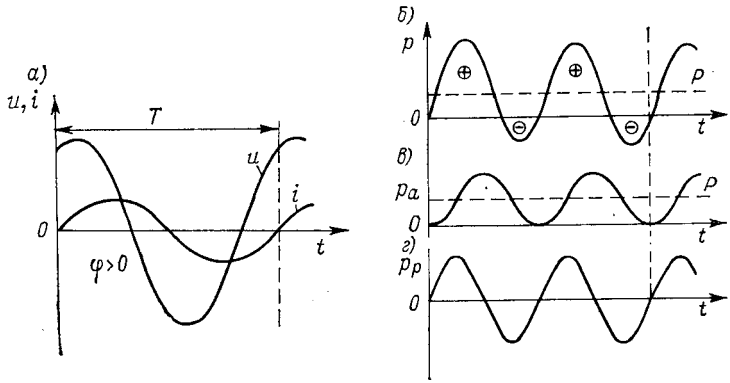


Рис. 2.4. Мгновенные значения мощности p и ее составляющих $p_а$ и $p_р$.

Активная мощность определяет в среднем скорость безвозвратного преобразования электрической энергии переменного тока в другие ее виды.

Понятию активной мощности P ставится в соответствие активное сопротивление r пассивного элемента (участка) электрической цепи, которое является ее параметром.* Активное сопротивление равно отношению активной мощности, выделяемой в элементе (цепи), к квадрату действующего значения протекающего по нему тока:

$$r = \frac{P}{I^2}. \tag{2.13}$$

Активное сопротивление элементов (участков) электрических цепей переменного тока в общем случае отличается от их электрического сопротивления постоянному току.

Мгновенная мощность p, описываемая (2.10), может быть представлена также в форме двух составляющих:

$$p = p_а + p_р. \tag{2.14}$$

* У идеального резистивного элемента активное сопротивление r равно его параметру R, определяемому (1.10). Ниже этим параметрам в элементарных цепях переменного тока будет придаваться тождественный смысл.

Составляющая $p_а$ (рис. 2.4, *в*) равна мгновенной скорости вы ления энергии в активном элементе цепи:

$$p_а = UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t) = P(1-\cos 2\omega t),$$

имеет среднее значение P и не принимает отрицательных зна ний.

Составляющая $p_р$ (см. рис. 2.4, *г*) равна мгновенной скорос обмена энергией между источником и реактивным (реактивным элементом (элементами) цепи:

$$p_р = UI\sin\varphi\sin 2\omega t = Q\sin 2\omega t.$$

Ее среднее значение равно нулю, а амплитудное

$$Q = UI\sin\varphi \qquad (2.1$$

и называется реактивной мощностью цепи. Она равна а плитуде колебаний мощности в обмене энергией между источн ком и цепью, содержащей элементы L и C.

Разделение мгновенной мощности на составляющие $p_а$ и p бывает полезно при рассмотрении энергетических процессов в це пях с параллельным соединением элементов.

Амплитуда изменений мгновенного значения мощности p отн сительно ее среднего значения P называется полной мощно стью S:

$$S = UI. \qquad (2.1$$

Активная, реактивная и полная мощности в цепи синусоидал ного тока связаны согласно (2.12), (2.15) и (2.16) соотношение

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \qquad (2.17$$

Характеристики мощности основных элементов электрически цепей (R, L, C) приведены в табл. 2.2.

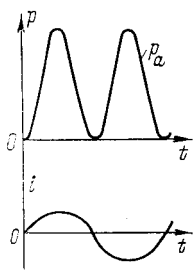
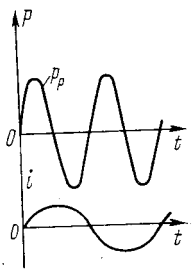
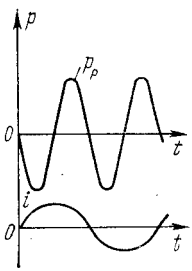
Важной энергетической характеристикой электрических цепе переменного тока является коэффициент мощности λ, к торым называется отношение активной мощности P к полной S

$$\lambda = \frac{P}{S}. \qquad (2.1$$

В цепях синусоидального тока $\lambda = \cos\varphi$. Коэффициент мощно сти является показателем эффективности работы источника и цеп переменного тока в целом.

Обычно в электрических системах снижение коэффициент мощности происходит из-за потребления ими индуктивной мощно сти ($Q > 0$). Повышение коэффициента мощности в электрическ установках является важной технической задачей, успешное ре шение которой обеспечивает существенную экономию электроэнер гии. Повышение коэффициента мощности у потребителей электро энергии снижает (при постоянстве ее мощности) ток в линии пе редачи и у источников. Тем самым при неизменности снабжени электроэнергией потребителей уменьшаются потери в активны

Таблица 2.2. **Характеристики мощности в элементах R, L и C при синусоидальном напряжении $u=U_m \sin(\omega t+\varphi)$ и токе $i=I_m \sin \omega t$**

R	L	C
$p=p_a+p_p=UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t)+UI\sin\varphi\sin 2\omega t$		
$\varphi=0$	$\varphi=\frac{\pi}{2}$	$\varphi=-\frac{\pi}{2}$
$p_a=UI(1-\cos 2\omega t)$ $P=\bar{p}_a=UI$ $P=rI^2=\frac{U^2}{g}$	$p_a=0$ $P=0$	$p_a=0$ $P=0$
$p_p=0$ $Q=0$	$p_p=UI\sin 2\omega t$ $Q=UI$ $Q=x_L I^2=\frac{U^2}{b_L}$	$p_p=-UI\sin 2\omega t$ $Q=-UI$ $Q=-x_C I^2=-\frac{U^2}{b_C}$
$S=UI$ $\lambda=\cos\varphi=1$ 	$S=UI$ $\lambda=0$ 	$S=UI$ $\lambda=0$ 

сопротивлениях линии и генераторов, которые пропорциональны квадрату действующего значения тока.

Если у потребителя $\lambda=1$, то это означает, что у него отсутствует обмен энергией с источником и, следовательно, отсутствуют связанные с этим потери.

Повышение коэффициента мощности достигается правильным выбором типа и мощности электродвигателей переменного тока, а также включением параллельно приемникам конденсаторов, которые потребляют реактивную мощность $Q<0$. Последние компенсируют индуктивную нагрузку (мощность) потребителей.

§ 2.2. Расчет электрических цепей методом комплексных переменных

В расчетах установившихся режимов цепей переменного то определяются амплитуды (действующие значения) и взаимн сдвиги по фазам синусоидальных напряжений, ЭДС, токов элеме тов цепей в соответствии с параметрами и схемами соединен этих элементов. Расчеты могут быть проведены с помощью ура нений для мгновенных значений переменных, составленных с гласно общим законам электрических цепей (см. § 1.1 и 1.4). П этом требуется выполнение операций сложения, умножения, ди ференцирования и интегрирования синусоидально изменяющих во времени величин. Выполнение этих операций при представлен гармонических функций времени в тригонометрической форме ок зывается трудоемким. Расчеты существенно упрощаются, есл воспользоваться представлением синусоидальных величин ко плексными функциями вещественного аргумента — времени. Эт метод расчета электрических цепей в комплексной форме (иногд называемый символическим методом) был предложен в кон прошлого столетия. Он нашел широкое применение в современно электротехнике, а также других областях техники при анали гармонических процессов.

Комплексная функция $\underline{I}_m$ от действительной переменной t в п казательной форме

$$\underline{I}_m = I_m e^{j\omega t} e^{j\psi_i} = I_m \exp j\,(\omega t + \psi_i)$$

с модулем $\operatorname{mod} \underline{I}_m = I_m$ и аргументом $\arg \underline{I}_m = \omega t + \psi_i$ может бы представлена в виде суммы действительной Re и мнимой Im с ставляющих, т. е. в алгебраической форме:

$$\underline{I}_m = \operatorname{Re} \underline{I}_m + j \operatorname{Im} \underline{I}_m,$$

где $j = \sqrt{-1}$.

Согласно формуле Эйлера $\underline{I}_m$ может быть представлена так в тригонометрической форме:

$$\operatorname{Re} \underline{I}_m = \operatorname{mod} \underline{I}_m \cos \arg \underline{I}_m = I_m \cos(\omega t + \psi_i);$$

$$\operatorname{Im} \underline{I}_m = \operatorname{mod} \underline{I}_m \sin \arg \underline{I}_m = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

так как

$$\operatorname{mod} \underline{I}_m = \sqrt{\operatorname{Re}^2 \underline{I}_m + \operatorname{Im}^2 \underline{I}_m} = I_m;$$

$$\arg \underline{I}_m = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \underline{I}_m}{\operatorname{Re} \underline{I}_m} = \omega t + \psi_i.$$

Таким образом, описание синусоидального тока i в форме (2.1 можно рассматривать как мнимую составляющую комплексно функции $\underline{I}_m$ (рис. 2.5):

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \operatorname{Im} I_m e^{j\omega t} e^{j\psi_i}. \qquad (2.1$$

Синусоидально изменяющиеся напряжение u (2.5) и ЭДС e (2.6) также можно описывать мнимыми составляющими соответствующих комплексных функций:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = \operatorname{Im} U_m e^{j\omega t} e^{j\psi_u};$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) = \operatorname{Im} E_m e^{j\omega t} e^{j\psi_e}.$$

Однозначность функциональных зависимостей вида $i = f_1(\underline{I}_m)$ и $\underline{I}_m = f_2(i)$ позволяет вычислительные операции с мгновенными

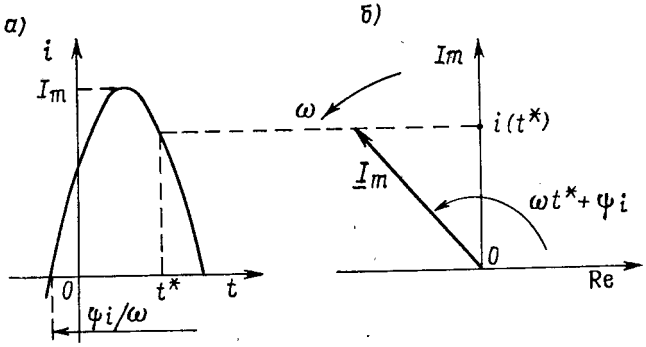


Рис. 2.5. Графики мгновенного значения тока $i = f(t)$ (*а*) и соответствующего комплексного мгновенного тока $\underline{I}_m$ при $t = t^*$ (*б*).

значениями синусоидальных величин заменить (с соблюдением определенных правил) операциями с соответствующими им комплексными функциями.

Известные определения для комплексных функций и величин и правила операций над ними, которые используются в теории линейных электрических цепей переменного (синусоидального) тока, приведены в табл. 2.3 на примере комплексной функции $\underline{I}_m = I_m \exp j(\omega t + \psi_i)$ и комплексной величины $\underline{Z} = r + jx$.

В расчетах цепей переменного тока комплексные функции времени $\underline{I}_m$, $\underline{U}_m$ и $\underline{E}_m$, называемые комплексными мгновенными значениями (тока, напряжения, ЭДС), обычно заменяют соответствующими им комплексными величинами, называемыми комплексными действующими значениями соответственно тока $\underline{I}$, напряжения $\underline{U}$ и ЭДС $\underline{E}$. Комплексные действующие значения равны комплексным мгновенным значениям, умноженным на комплексную функцию времени $\frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-j\omega t)$:

$$\left.\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_m \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-j\omega t) = I \exp j\psi_i; \\ \underline{U} &= \underline{U}_m \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-j\omega t) = U \exp j\psi_u; \\ \underline{E} &= \underline{E}_m \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-j\omega t) = E \exp j\psi_e. \end{aligned}\right\} \qquad (2.20)$$

Таблица 2.3. **Определения и некоторые операции с комплексными переменными**

Комплексная функция	$\underline{I}_m = I_m \exp j(\omega t + \psi_i)$
Модуль	$\operatorname{mod} \underline{I}_m = I_m = \sqrt{\operatorname{Re}^2 \underline{I}_m + \operatorname{Im}^2 \underline{I}_m}$
Аргумент	$\arg \underline{I}_m = \omega t + \psi_i = \operatorname{arctg} \dfrac{\operatorname{Im} \underline{I}_m}{\operatorname{Re} \underline{I}_m}$
Действительная часть	$\operatorname{Re} \underline{I}_m = \operatorname{mod} \underline{I}_m \cos \arg \underline{I}_m = I_m \cos(\omega t + \psi_u)$
Мнимая часть	$\operatorname{Im} \underline{I}_m = \operatorname{mod} \underline{I}_m \sin \arg \underline{I}_m = I_m \sin(\omega t + \psi_u)$
Суммирование $\underline{I}'_m = \operatorname{Re} \underline{I}'_m + \operatorname{Im} \underline{I}'_m$ и $\underline{I}''_m = \operatorname{Re} \underline{I}''_m + \operatorname{Im} \underline{I}''_m$	$\underline{I}'_m + \underline{I}''_m = \operatorname{Re} \underline{I}'_m + \operatorname{Re} \underline{I}''_m + j(\operatorname{Im} \underline{I}'_m + \operatorname{Im} \underline{I}''_m$
Умножение $\underline{I}_m$ на комплексную величину $\underline{Z} = Z \exp j\varphi = r + jx$	$\underline{Z}\,\underline{I}_m = Z \exp j\varphi \underline{I}_m \exp j(\omega t + \psi_i) = Z I_m \exp j(\omega t + \psi_i + \varphi)$
при $\underline{Z} = r$ $(x = 0)$	$r\underline{I}_m = r I_m \exp j(\omega t + \psi_i)$
при $\underline{Z} = jx$ $(r = 0)$	$jx\underline{I}_m = x I_m \exp j\left(\omega t + \psi_i + \dfrac{\pi}{2}\right)$
Дифференцирование $\underline{I}_m$ по переменной t	$\dfrac{d}{dt} \underline{I}_m = j\omega I_m \exp j(\omega t + \psi_i) = j\omega \underline{I}_m$
Интегрирование $\underline{I}_m$ по переменной t	$\int \underline{I}_m dt = \dfrac{1}{j\omega} \exp j(\omega t + \psi_i) = -j \dfrac{1}{\omega} \underline{I}_m$
Сопряженные комплексные величины $\underline{I} = I \exp j\psi_i$ и $\underline{I}^*$	$\underline{I}^* = \operatorname{Re} \underline{I} - j \operatorname{Im} \underline{I} = I \exp(-j\psi_i)$

Комплексное действующее значение тока $\underline{I}$ определяет дейс вующее значение I (амплитуду) синусоидального тока и его на чальную фазу ψ_i. Аналогичный смысл имеют комплексы $\underline{U}$ и $\underline{I}$ Информация о частоте ω, отсутствующая в этих двух параметри ческих (амплитуда, начальная фаза) векторных величинах, в боль шей части электротехнических расчетов не нужна, а при необходи мости оговаривается в их общих условиях.

Комплексное действующее значение тока $\underline{I}$ можно представит в виде вектора $\underline{I}$ (рис. 2.6), ортогональные составляющие кото рого на комплексной плоскости равны действительной и мнимой частям комплекса $\underline{I}$. Аналогично вводятся векторы напряжения $\underline{U}$ и ЭДС $\underline{E}$.

Переход к векторным величинам позволяет представить сину соидальные величины в графической форме, удобной для нагляд ных изображений и графических расчетов.

Отношение комплексных напряжений $\underline{U}$ и тока $\underline{I}$ на элементе или участке электрической цепи называется комплексным сопротивлением $\underline{Z}$:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \exp j\psi_u}{I \exp j\psi_i} = \frac{U}{I} \exp j(\psi_u - \psi_i) = \frac{U}{I} \exp j\varphi,$$

чаще представляемым в алгебраической форме:

$$\underline{Z} = \operatorname{Re} \underline{Z} + j \operatorname{Im} \underline{Z} = r + jx. \qquad (2.21)$$

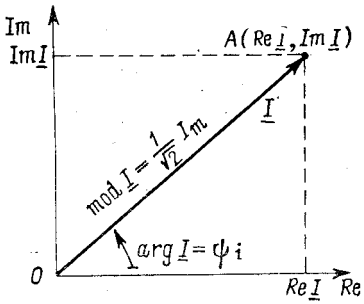


Рис. 2.6. Комплексное действующее значение тока $\underline{I}$.

Составляющие комплексного сопротивления называются активным ($\operatorname{Re} \underline{Z} = r$) и реактивным ($\operatorname{Im} \underline{Z} = x$) сопротивлениями.

Пользуясь обозначением $\varphi = \psi_u - \psi_i$, активную и реактивную составляющие $\underline{Z}$ можно представить в виде

$$r = Z \cos\varphi \quad \text{и} \quad x = Z \sin\varphi.$$

Величина $\underline{Y}$, обратная $\underline{Z}$, называется комплексной проводимостью:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I}{U} \exp j(\psi_i - \psi_u) = g - ib, \qquad (2.22)$$

ее составляющие называются активной ($\operatorname{Re} \underline{Y} = g$) и реактивной ($\operatorname{Im} \underline{Y} = b$) проводимостями, причем

$$g = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} = Y \cos\varphi \quad \text{и} \quad b = \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} = Y \sin\varphi.$$

Произведение комплексного напряжения $\underline{U}$ и сопряженного комплексного тока $\underline{I}^*$ ($\arg \underline{I}^* = -\arg \underline{I}$) называется комплексной полной мощностью $\underline{S}$:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = U \exp j\psi_u \cdot I \exp j(-\psi_i) = UI \exp\varphi =$$
$$= UI \cos\varphi + jUI \sin\varphi = P + jQ. \qquad (2.23)$$

Действительная часть комплексной мощности $\underline{S}$ является активной мощностью P, а мнимая — реактивной Q, причем в соответствии с (2.12) и (2.15)

$$P = UI \cos\varphi = rI^2 \quad \text{и} \quad Q = UI \sin\varphi = xI^2.$$

В табл. 2.4 приведены данные по описанию комплексными величинами элементов R, L, C и их напряжений, токов и мощност (аналогично данным табл. 2.1 и 2.2).

Эти комплексные величины с учетом правил их преобразов ния (см. табл. 2.3) позволяют вывести законы электрических цепей переменного синусоидального тока в комплексной форме, которые аналогичны соответствующим законам электрических цепе определяющим зависимости мгновенных и постоянных напряжений и токов (1.7), (1.9) и (1.10).

Закон Ома в комплексной форме

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}, \text{ где } \underline{Z} = r + jx, \qquad (2.2$$

или

$$\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}, \text{ где } \underline{Y} = g - jb. \qquad (2.2$$

Первый закон Кирхгофа в комплексной форме для узла, образованного K ветвями:

$$\sum_{k=1}^{K} \underline{I}_k = 0, \qquad (2.2$$

где $\underline{I}_k$ — комплексный ток ветви k.

Второй закон Кирхгофа в комплексной форме для замкнутого контура, содержащего N элементов:

$$\sum_{n=1}^{N} \underline{U}_n = 0, \qquad (2.2$$

где $\underline{U}_n$ — комплексное напряжение на n-м элементе цепи.

В установившихся режимах работы цепей синусоидального тока формулы (2.24)—(2.27) справедливы также и для мгновенных комплексных значений напряжений, ЭДС и токов. Уравнение (2.26), например, приобретает в этом случае вид

$$\sum_{k=1}^{K} \underline{I}_{mk} = 0.$$

Расчет установившегося режима в цепи переменного тока комплексным методом выполняется в следующей последовательности.

1. Составляется электрическая схема, на которой все источники (ИТ и ИН) и пассивные элементы представляются комплексными величинами соответственно напряжений, токов и сопротивлений (проводимостей).

2. Выбираются условно положительные направления для комплексных напряжений, ЭДС и токов.

3. Согласно уравнениям электрических цепей (Ома, Кирхгофа) в комплексной форме составляются алгебраические уравнения для рассчитываемой цепи.

4. Уравнения цепи разрешаются относительно искомых переменных (токов, напряжений, мощностей) в их комплексной форме.

Таблица 2.4. **Описание элементов R, L и C в комплексной форме**

R	L	C	$R-L-C$
$\underline{Z}=R$	$\underline{Z}=j\omega L=jx_L$	$\underline{Z}=-j\dfrac{1}{\omega C}=-jx_C$	$\underline{Z}=R+j\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)=R+$ $+j\,(x_L-x_C)$
$\underline{Y}=g=\dfrac{1}{R}$	$\underline{Y}=-j\dfrac{1}{\omega L}=-jb_L$	$\underline{Y}=j\omega C=jb_C$	$\underline{Y}=\dfrac{1}{\underline{Z}}=g-j\,(b_L-b_C)$
$\underline{U}=R\underline{I}$	$\underline{U}=jx_L\underline{I}$	$\underline{U}=-jx_C\underline{I}$	$\underline{U}=(R+jx)\,\underline{I}=\underline{Z}\underline{I}$
$\underline{I}=g\underline{U}$	$\underline{I}=-jb_L\underline{U}$	$\underline{I}=jb_C\underline{U}$	$\underline{I}=(g-jb)\,\underline{U}=\underline{Y}\underline{U}$
$\underline{S}=P$	$\underline{S}=jQ$	$\underline{S}=-jQ$	$\underline{S}=P+jQ$
$\varphi=0$	$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$	$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$	$0<\lvert\varphi\rvert<\dfrac{\pi}{2}$
$\underline{U}$ $\underline{I}$	$\underline{U}$ $\dfrac{\pi}{2}$ $\underline{I}$	$\underline{I}$ $-\dfrac{\pi}{2}$ $\underline{U}$	$\underline{U}$ φ $(\varphi>0)$ $\underline{I}$

5. При необходимости осуществляется переход от выражений величин в комплексной форме к соответствующим им выражениям в форме мгновенных значений.

Частные приемы (методы) решения составленных уравнений рассчитываемой электрической цепи в комплексной форме аналогичны тем, которые используются для расчета цепей постоянного тока (см. § 1.4). Остаются также справедливыми и формулы для эквивалентирования групп сопротивлений и источников питания (см. табл. 1.1 и 1.2), но при этом напряжения, токи и сопротивления должны быть представлены в комплексной форме.

Так, например, комплексное сопротивление $\underline{Z}$, эквивалентное группе N последовательно соединенных сопротивлений $\underline{Z}_n = r_n + jx_n$, при $n = 1, 2, \ldots, N$ будет равно

$$\underline{Z} = \sum_{n=1}^{N} \underline{Z}_n = \sum_{n=1}^{N} (r_n + jx_n) = \sum_{n=1}^{N} r_n + j \sum_{n=1}^{N} x_n = r + jx, \qquad (2.28)$$

где

$$r = \sum_{n=1}^{N} r_n \quad \text{и} \quad x = \sum_{n=1}^{N} x_n.$$

Комплексная проводимость $\underline{Y}$, эквивалентная группе параллельно соединенных проводимостей $\underline{Y}_n = g_n - jb_n$, при $n = 1, 2, \ldots, N$ будет равна

$$\underline{Y} = \sum_{n=1}^{N} \underline{Y}_n = \sum_{n=1}^{N} (g_n - jb_n) = g - jb, \qquad (2.29)$$

где

$$g = \sum_{n=1}^{N} g_n \quad \text{и} \quad b = \sum_{n=1}^{N} b_n.$$

§ 2.3. Цепи переменного тока с последовательным и параллельным соединением элементов

При *последовательном соединении* элементов в цепях переменного тока с произвольным их составом (рис. 2.7, *а*) происходящие в них процессы отличаются общими закономерностями, которые присущи также элементарной цепи с последовательным соединением элементов R, L, C и источника синусоидального напряжения (рис. 2.7, *б*).

Согласно второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений на элементах u_R, u_L и u_C справедливо интегродифференциальное уравнение

$$u = u_R + u_L + u_C = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt. \qquad (2.30)$$

Установившиеся режимы цепи, описываемые (2.30), как указывалось в § 2.2, удобно рассчитывать, пользуясь представлением

входящих в него переменных в комплексной форме. Каждая из синусоидально изменяющихся в установившихся режимах величин (u, u_R, u_L, u_C, i) в уравнении (2.30) может рассматриваться как мнимая составляющая соответствующей комплексной переменной ($\underline{U}_m$, $\underline{U}_{mR}$, $\underline{U}_{mL}$, $\underline{U}_{mC}$, $\underline{I}_m$). Если воспользоваться этими переменными и составить уравнение, аналогичное (2.30):

$$\underline{U}_m = \underline{U}_{mR} + \underline{U}_{mL} + \underline{U}_{mC} = r\underline{I}_m + L\frac{d}{dt}\underline{I}_m + \frac{1}{C}\int \underline{I}_m dt, \qquad (2.31)$$

то можно убедиться, что соотношение его мнимых составляющих является исходным уравнением Кирхгофа (2.30). Выполнив

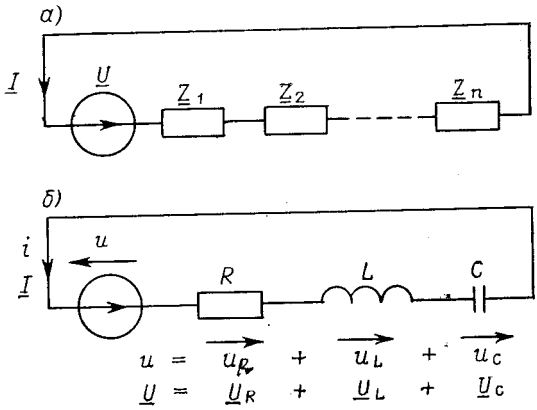


Рис. 2.7. Цепь переменного тока с последовательным соединением сопротивлений $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, ... (*а*) и эквивалентная цепь с последовательным соединением элементов R, L, C (*б*).

в (2.31) операции дифференцирования и интегрирования и умножив согласно (2.20) все его члены на оператор $(1/\sqrt{2})\exp(-j\omega t)$, можно получить алгебраическое уравнение, связывающее комплексные действующие значения напряжений $\underline{U}$, $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$, $\underline{U}_C$ и тока $\underline{I}$:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = r\underline{I} + j\omega L\underline{I} - j\frac{1}{\omega C}\underline{I}. \qquad (2.32)$$

Тем самым на частном примере цепи с последовательным соединением резистивного, индуктивного и емкостного элементов прослеживается переход к описанию такой цепи комплексными величинами, связанными алгебраическим уравнением в соответствии с (2.19), (2.21), (2.27) и табл. 2.3.

Пользуясь определением комплексного сопротивления $\underline{Z}$, можно (2.32) привести к виду

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I},$$

где

$$\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = r + jx.$$

Реактивное сопротивление x определяется как разность индуктивного x_L и емкостного x_C сопротивлений:

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Модуль и аргумент комплексного сопротивления последовательно включенных элементов R, L и C будут равны

$$Z = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r},$$

откуда также следуют соотношения

$$r = Z \cos \varphi; \quad x = Z \sin \varphi.$$

Аргумент $\underline{Z}$ при $x > 0$ будет положительным, а при $x < 0$ (в случае $x_C > x_L$) $\arg \underline{Z} = \varphi < 0$.

При известных параметрах элементов определяются модуль Z и аргумент φ комплексного сопротивления $\underline{Z}$, что позволяет по закону Ома (2.24) рассчитать ток в цепи:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} U_m \exp j\psi_u}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \exp j\varphi} = I \exp j\psi_i, \qquad (2.33)$$

где

$$I = \frac{U_m}{\sqrt{2}\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}} \quad \text{и} \quad \psi_i = \psi_u - \varphi.$$

Комплексы $\underline{U}$, $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$, $\underline{U}_C$ и $\underline{I}$ с учетом выражений, приведенных в табл. 2.4, показаны на некоторых диаграммах рис. 2.8 для случаев $\varphi > 0$ ($x_L > x_C$) и $\varphi < 0$ ($x_L < x_C$).

Мгновенное значение тока i в цепи согласно (2.19) будет равно

$$i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi). \qquad (2.34)$$

Итак, расчет мгновенного значения тока i в цепи последовательно соединенных элементов R, L, C требует определения частного решения интегродифференциального уравнения (2.30). Расчет был выполнен путем решения соответствующего ему алгебраического уравнения для комплексных величин (2.32) и обратного преобразования комплексного мгновенного тока $\underline{I}_m = \sqrt{2}\underline{I} \exp j\omega t$ в соответствующий ему мгновенный ток i.

Составляющие комплексной полной мощности $\underline{S}$: $P = UI \cos \varphi$ и $Q = UI \sin \varphi$ могут быть представлены в форме

$$P = UI_a \quad \text{и} \quad Q = UI_p, \qquad (2.35)$$

где $I_a = I \cos \varphi$ и $I_p = I \sin \varphi$ называются активной и реактивной составляющими комплекса тока $\underline{I}$, причем

$$I^2 = I_a^2 + I_p^2. \qquad (2.36)$$

Если изображать $\underline{U}$ и $\underline{I}$ на векторной диаграмме, то $I_а$ будет проекцией вектора $\underline{I}$ на направление вектора $\underline{U}$, а $I_р$ — проекцией на направление, перпендикулярное к $\underline{U}$ (рис. 2.9, *а*). Активная $I_а$ и реактивная $I_р$ составляющие комплексного тока $\underline{I}$ исчерпывающе

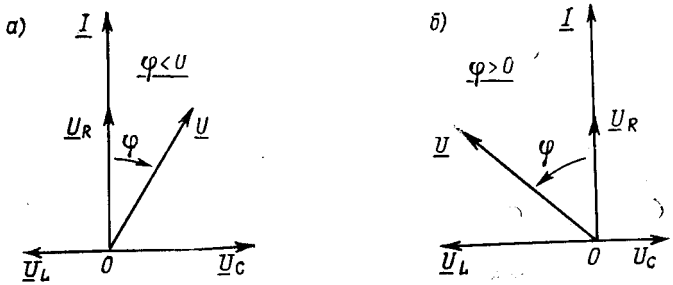


Рис. 2.8. Диаграмма векторов тока и напряжений в цепи с последовательно включенными элементами *R*, *L*, *C* при $\varphi<0$ (*а*) и при $\varphi>0$ (*б*).

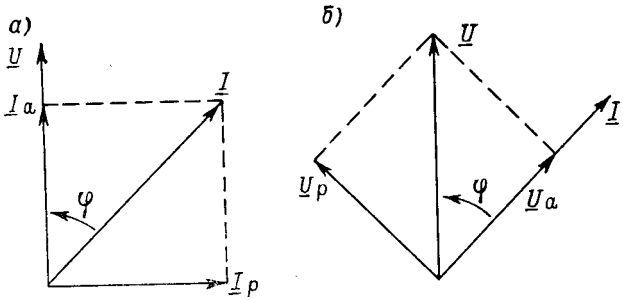


Рис. 2.9. Активные и реактивные составляющие комплексов тока $\underline{I}$ (*а*) и напряжения $\underline{U}$ (*б*).

характеризуют мощностные процессы в электрических цепях с постоянным напряжением источника питания $\underline{U}$.

Аналогичным образом может быть разложен на взаимно перпендикулярные составляющие и вектор напряжения $\underline{U}$. Активная составляющая $U_а = U\cos\varphi$ будет совпадать по направлению с вектором тока $\underline{I}$, а реактивная $U_р = U\sin\varphi$ будет к нему перпендикулярна (рис. 2.9, *б*). Принимая во внимание зависимость модулей комплексов напряжений $\underline{U}$ и тока $\underline{I}$ ($U = ZI$), можно получить другую форму уравнений для активной и реактивной составляющих напряжения:

$$U_а = rI \quad \text{и} \quad U_р = xI$$

и далее привести уравнения для активной и реактивной мощностей к виду, соответствующему (2.13):

$$P = rI^2 \quad \text{и} \quad Q = xI^2. \tag{2.37}$$

В цепи с последовательным соединением элементов активная реактивная составляющие напряжения $\underline{U}$ могут быть непосредственно измерены вольтметрами: напряжение на элементе R равн $U_а$ и суммарное напряжение на элементах L и C — $U_р$. Непосредственное измерение амперметром активной и реактивной составляющих тока здесь невозможно.

Последовательному соединению группы элементов, сопротивление которых $\underline{Z}=r+j(x_L-x_C)=r+jx$, эквивалентно параллельное соединение активной g и реактивной b проводимостей, значения которых удовлетворяют условию

$$\underline{Y}=g-jb=\frac{1}{\underline{Z}}=\frac{1}{r+jx}$$

или

$$g=\frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}} \quad \text{и} \quad b=\frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}.$$

В цепи с последовательно соединенными элементами R, L и имеет место так называемый резонанс напряжений, если напряжение на индуктивности U_L равно напряжению на емкости U_C. Резонанс напряжений возникает при равенстве нулю реактивного сопротивления цепи с элементами L и C. Режим резонанса соответствует также условиям

$$U_р=U_L-U_C=0, \quad \omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{или} \quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$\varphi=0, \quad \underline{Z}=r.$$

Частота ω_0 называется резонансной для цепи с данными значениями L и C. Напряжения на реактивных элементах цепи U_L и U_C определяются (в силу очевидных соотношений $U=rI$, $U_L=x_L I$ и $U_C=x_C I$) следующими равенствами:

$$U_L=\frac{x_L}{r}U; \quad U_C=\frac{x_C}{r}U,$$

из которых следует принципиальная возможность существования неравенства $U<U_L=U_C$, если $x_L=x_C>r$. Иначе говоря, при резонансе в цепи с последовательно включенными элементами возможны напряжения $U_L=U_C$ на элементах L и C, превышающие напряжение источника U.

Эффект резонанса напряжений наглядно проявляется в цепи R, L, C, подключенной к источнику напряжения, у которого при постоянной амплитуде U_m частота ω может изменяться в широких пределах (рис. 2.10, *а*).

В зоне резонансной частоты $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ имеет место снижение реактивного сопротивления до нуля, а сопротивления z до минимума и увеличение тока до максимума I_0, равного

$$I_0=\frac{U_m}{\sqrt{2}\,r}.$$

Максимумы возможных значений напряжений на элементах L и C наступают соответственно при $\omega > \omega_0$ и $\omega < \omega_0$ (рис. 2.10, *б*).

При резонансе напряжения имеет место равенство нулю реактивной мощности, поступающей от источника в цепь ($Q = U_p I = 0$). Полная мощность нагрузки источника $S = UI$ оказывается равной активной мощности $P = UI$.

Вместе с тем в режиме резонанса напряжений происходит непрерывный взаимный обмен энергиями магнитного поля W_m и электрического поля W_e. Согласно данным табл. 2.2 мгновенное

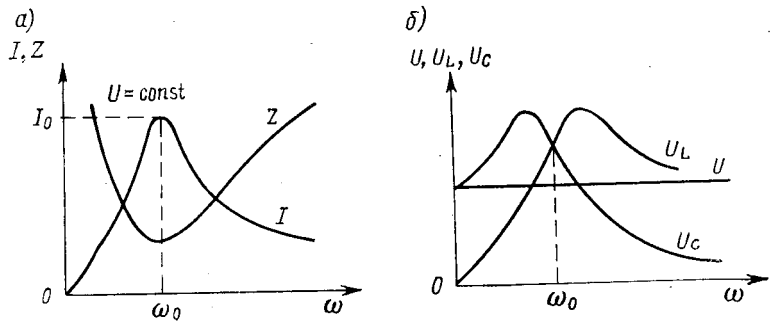


Рис. 2.10. Частотные характеристики цепи с последовательным соединением элементов R, L, C.

значение мощности этого процесса равно мгновенному значению реактивной мощности:

$$p_p = Q \sin 2\omega t, \tag{2.38}$$

где

$$Q = U_L I = U_C I = x_L I^2 = x_C I^2.$$

Сумма мгновенных значений энергий электрического $W_e(t)$ и магнитного $W_m(t)$ полей во времени не изменяется:

$$W_m(t) + W_e(t) = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_C^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2},$$

что доказывается с помощью (1.19) и (1.23).

Параллельное включение элементов в цепи переменного тока (рис. 2.11) имеет общие закономерности, которые здесь рассмотрим на примере цепи с параллельным включением элементов R, L и C на источник синусоидального напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$.

Согласно первому закону Кирхгофа для мгновенных значений токов всех элементов цепи (i_R, i_L, i_C) и источника i справедливо уравнение (1.30), т. е.

$$i = i_R + i_L + i_C = \frac{1}{R} u + \frac{1}{L} \int u\, dt + C \frac{du}{dt}. \tag{2.39}$$

Комплексные значения соответствующих величин связаны уравн нием

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = g\underline{U} - jb_L\underline{U} + jb_C\underline{U} = \underline{Y}\underline{U}, \qquad (2.4$$

где $g = \frac{1}{R}$, $b_L = \frac{1}{\omega L}$, $b_C = \omega C$ — соответственно активна, индуктивная и емкостная составляющие комплексной проводим сти $\underline{Y}$.

Модуль Y и аргумент $-\varphi$ комплексной проводимости $\underline{Y}$ равн

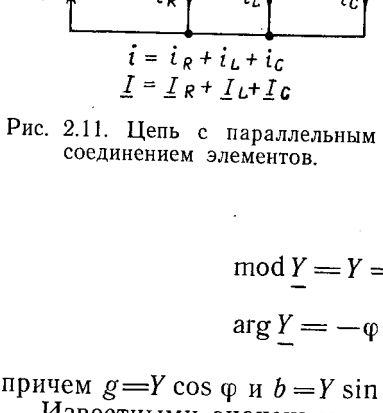


Рис. 2.11. Цепь с параллельным соединением элементов.

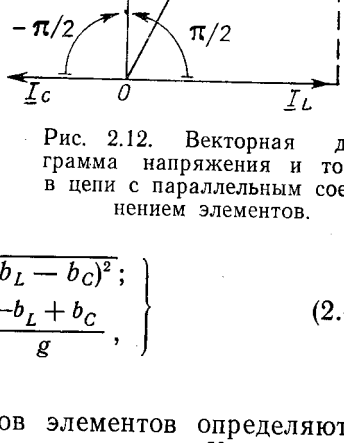


Рис. 2.12. Векторная диа грамма напряжения и токо в цепи с параллельным соеди нением элементов.

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{mod}\underline{Y} = Y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}; \\ \arg\underline{Y} = -\varphi = \operatorname{arctg}\frac{-b_L + b_C}{g}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.41$$

причем $g = Y\cos\varphi$ и $b = Y\sin\varphi$.

Известными значениями параметров элементов определяются модуль Y и аргумент $-\varphi$ комплексной проводимости $\underline{Y}$, что позво ляет рассчитать комплексное действующее значение тока источ ника

$$\underline{I} = \underline{Y}\underline{U} = \sqrt{g^2 + b^2}\exp j(-\varphi)\frac{1}{2}U_m \exp j\psi_u = I\exp j\psi_i,$$

где

$$I = \sqrt{g^2 + b^2}\frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad \psi_i = \psi_u - \varphi.$$

Векторные диаграммы комплексов $\underline{U}$, $\underline{I}$, $\underline{I}_R$, $\underline{I}_L$ и $\underline{I}_C$ с учетом данных табл. 2.4 показаны на рис. 2.12. При необходимости мгновенные значения токов источника и всех элементов определяются рассмотренным выше обратным преобразованием комплексной величины в соответствующую ей синусоиду.

Комплексная полная мощность источника $\underline{S}$ и его активная и реактивная составляющие P и Q определяются комплексами $\underline{U}$

и $\underline{I}$ так же, как в случае последовательного соединения элементов. Аналогично комплексы $\underline{U}$ и $\underline{I}$ могут быть представлены активными ($U_а$, $I_а$) и реактивными ($U_р$, $I_р$) составляющими.

В схеме с параллельным соединением элементов активную и реактивную составляющие токов можно измерить непосредственно амперметром: $I_а$ — ток в элементе R, а $I_р$ — сумма токов в элементах L и C. Выделение составляющих $U_а$ и $U_р$ при параллельном соединении элементов является формальной операцией: непосредственно измерить эти составляющие с помощью вольтметра нельзя.

Параллельно соединенные элементы с активной g и реактивной b проводимостями ($\underline{Y}=g-jb$) могут быть эквивалентированы последовательно соединенными активным r и реактивным x сопротивлениями ($\underline{Z}=r+jx$), отвечающими условию $\underline{Z}\underline{Y}=1$.

Резонанс токов — это такой режим работы цепи с параллельно соединенными элементами R, L и C, при котором токи в индуктивном элементе i_L ($\underline{I}_L$) и емкостном элементе i_C ($\underline{I}_C$) равны по величине и противоположны по знаку. Резонанс токов имеет место, если реактивная проводимость цепи равна нулю, т. е. если $b=b_L-b_C=0$ при $b_L=b_C\neq 0$.

Это условие соответствует также равенствам

$$I_р=I_L-I_C=0;\quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}};\quad \varphi=0;\quad \underline{Y}=g.$$

В цепи с параллельно соединенными элементами более очевиден смысл понятий активная P и реактивная Q мощности. Здесь P — среднее значение мгновенной мощности источника, которая поступает только в элемент R. Реактивная мощность Q является амплитудой мгновенного значения реактивной мощности $p_р$, которая описывает во времени процесс обмена энергией источника и элементов L и C, и определяется суммой энергий магнитного $W_m(t)$ и электрического $W_e(t)$ полей. При резонансе токов, так же как и в цепи с последовательным соединением элементов в режиме резонанса напряжений, сумма $W_m(t)+W_e(t)$ остается величиной постоянной:

$$W_m(t)+W_e(t)=\frac{Li_L^2}{2}+\frac{CU^2}{2}=\frac{CU_m^2}{2}. \qquad (2.42)$$

Число K параллельно включенных элементов в цепи с проводимостями $\underline{Y}$ может быть любым. Расчет такой цепи в целом приводится к расчету эквивалентной цепи с тремя параллельно включенными элементами R, L, C, проводимость которой $\underline{Y}$ равна

$$\underline{Y}=\sum_{k=1}^{K}\underline{Y}_k. \qquad (2.43)$$

Сложные электрические цепи могут рассматриваться как совокупности групп последовательно и параллельно соединенных

элементов, подчиняющиеся рассмотренным закономерностям последовательно и параллельно соединенных элементов R, L, C и описываемые основными соотношениями, приведенными в табл. 2.5.

Таблица 2.5. **Основные формулы для расчета цепей с последовательным и параллельным соединением элементов R, L, C**

Последовательное соединение	Параллельное соединение
$\underline{U}=\underline{U}_R+\underline{U}_L+\underline{U}_C=r\underline{I}+$ $+j\omega\underline{I}-j\frac{1}{\omega C}\underline{I}$	$\underline{I}=\underline{I}_R+\underline{I}_L+\underline{I}_C=$ $=\frac{1}{r}\underline{U}-j\frac{1}{\omega L}\underline{U}+j\omega C\underline{U}$
$\underline{U}=\underline{Z}\underline{I}$	$\underline{I}=\underline{Y}\underline{U}$
$\underline{Z}=r+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=$ $=r+j(x_L-x_C)=r+jx$	$\underline{Y}=\frac{1}{r}-j\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)=$ $=g-j(b_L-b_C)=g-jb$
$r=Z\cos\varphi$	$g=Y\cos\varphi$
$x=Z\sin\varphi$	$b=Y\sin\varphi$
$Z=\sqrt{r^2+x^2}$	$Y=\sqrt{g^2+b^2}$
$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{x_L-x_C}{r}$	$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{b_i-b_C}{Y}$
$\underline{Z}=\frac{1}{\underline{Y}}=\frac{g}{Y^2}+j\frac{b}{Y^2}$	$\underline{Y}=\frac{1}{\underline{Z}}=\frac{r}{Z^2}-j\frac{x}{Z^2}$
$P=rI^2$	$P=gU^2$
$Q=xI^2$	$Q=bU^2$

§ 2.4. Цепи с периодическими негармоническими напряжениями и токами

Периодические негармонические (несинусоидальные) напряжения и токи в электрических цепях могут возникать по двум причинам: 1) несинусоидальность напряжения (ЭДС) источников питания; 2) зависимость параметров (R, L, C) элементов цепей от токов или напряжений этих так называемых нелинейных элементов (рис. 2.13).

Периодические процессы в электрических цепях с нелинейными элементами подчиняются законам Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов. Составленные на их основе уравнения оказываются нелинейными дифференциальными уравнениями в силу нелинейности параметров цепей.

Такие уравнения не имеют общих методов решения. Поэтому расчеты нелинейных цепей проводятся приближенными аналитиче-

скими и графическими методами, рассматриваемыми обычно в специальных разделах электротехники.

Расчеты режимов электрических цепей с линейными элементами при несинусоидальных периодических токах и напряжениях могут производиться методом наложения. При этом каждое несинусоидальное периодическое напряжение или ток представляется суммой членов гармонического ряда в соответствии с разложением периодических функций по Фурье. Члены ряда, называемые гармониками, отличаются своими частотами ω_k, кратными частоте ω исходной периодической функции, т. е. $\omega_k = k\omega$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$.

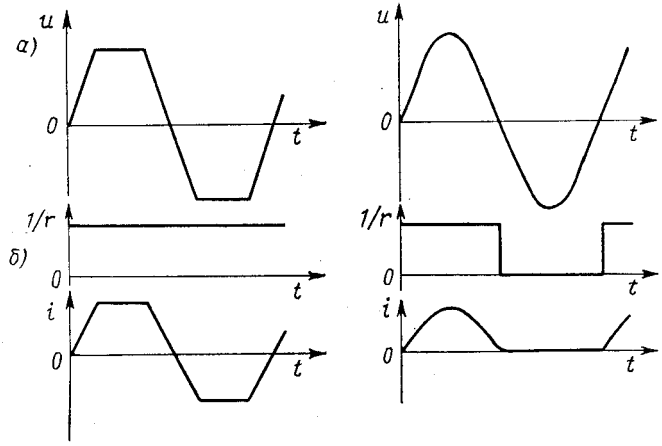


Рис. 2.13. Негармонический периодический ток i как следствие несинусоидальности напряжения источника u (*а*) или нелинейности проводимости цепи $1/r$ (*б*).

Для каждой гармоники напряжения u_k рассчитывается соответствующая гармоника тока i_k. Конечным результатом расчета напряжений и токов в цепи являются суммы их гармонических составляющих.

Несинусоидально изменяющееся периодическое периода $T = \omega/2\pi$ напряжение $u(\omega t)$, удовлетворяющее условию (1.5) и условиям Дирихле, может быть описано рядом Фурье в виде

$$u(\omega t) = \sum_{k=0,\,1,\,2,\,\ldots} u_k(k\omega t). \tag{2.44}$$

Каждая гармоническая составляющая (гармоника) напряжения

$$u_k(k\omega t) = U_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) \tag{2.45}$$

определяется согласно правилам разложения периодических функций в ряд Фурье следующими формулами:

при $k=0$

$$U_{m0} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(\omega t)\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(\omega t)\, d\omega t; \tag{2.46}$$

при $k=1, 2, \ldots$

$$U_{mk}=\sqrt{A_k^2+B_k^2}; \quad \psi_{uk}=\operatorname{arctg}\frac{B_k}{A_k}, \tag{2.47}$$

где

$$\left.\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} u(\omega t)\sin k\omega t\, d\omega t; \\ B_k &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} u(\omega t)\cos k\omega t\, d\omega t. \end{aligned}\right\} \tag{2.48}$$

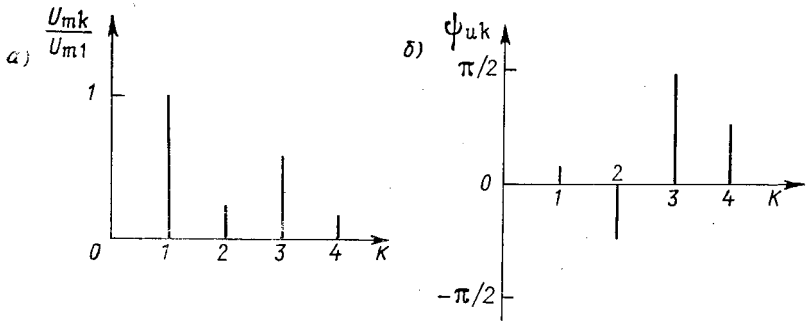


Рис. 2.14. Амплитудно-частотные (*а*) и фазочастотные (*б*) характеристики негармонического периодического напряжения.

Если кривая $u(\omega t)$ симметрична относительно оси абсцисс, т. е. $u(\omega t)=u(\omega t+\pi)$, то $U_{mk}=0$ для нечетных k и $k=0$. Если кривая $u(\omega t)$ симметрична относительно оси ординат, т. е. $u(\omega t)=u(-\omega t)$, то $A_k=0$.

Если кривая $u(\omega t)$ симметрична относительно начала координат, т. е. $u(\omega t)=-u(-\omega t)$, то $U_{m0}=0$ и $B_k=0$.

При задании $u(\omega t)$ в графической форме используется графоаналитическое определение параметров разложения U_{m0}, A_k и B_k, в котором вместо соответствующих интегралов берутся их приближенные представления в виде сумм конечного числа членов.

Функция $u(\omega t)=\Sigma u_k(k\omega t)$ может быть для наглядности представлена в виде амплитудно-частотной и фазочастотной спектральных характеристик (рис. 2.14).

Элементы L и C при каждой частоте $\omega_k=k\omega$ должны замещаться реактивными сопротивлениями x_{Lk} и x_{Ck}, зависящими от частоты ω_k по определению:

$$x_{Lk}=\omega_k L=k\omega L; \quad x_{Ck}=\frac{1}{\omega_k C}=\frac{1}{k\omega C}.$$

Активное сопротивление r_k обычно считается не зависящим от частоты, т. е. $r_k=r$.

Таким образом, если элемент электрической цепи эквивалентируется последовательным соединением элементов R, L, C, то его

комплексные сопротивления $\underline{Z}_k$ на частоте $\omega_k = k\omega$ будут в соответствии с данными табл. 2.4 равны

$$\underline{Z}_k = r + j\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right). \tag{2.49}$$

При эквивалентировании участка цепи параллельным соединением элементов их комплексные проводимости при частоте $\omega_k = k\omega$ будут равны

$$\underline{Y}_k = \frac{1}{r} - j\left(\frac{1}{k\omega L} - k\omega C\right). \tag{2.50}$$

Мгновенное значение тока i источника несинусоидального периодического напряжения $u(t) = u(t+nT)$ (где n — целое число), включенного, например, на цепь с последовательно соединенными элементами R, L и C, определяется по следующему алгоритму.

1. Периодическая функция напряжения источника разлагается в ряд Фурье, каждый член которого представляет собой синусоидальную функцию, описывающую мгновенное значение напряжения k-й гармоники:

$$u_k(k\omega t) = U_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk}).$$

2. Действующее значение напряжения k-й гармоники представляется в комплексной форме

$$\underline{U}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{mk} \exp j\psi_{uk}. \tag{2.51}$$

3. Определяется комплексное сопротивление нагрузки $\underline{Z}_k$ для k-й гармоники согласно данным табл. 2.4.

4. Определяется комплексное действующее значение тока $\underline{I}_k$ k-й гармоники:

$$\underline{I}_k = \frac{\underline{U}_k}{\underline{Z}_k} = I_k \exp j(\psi_{uk} - \varphi_k). \tag{2.52}$$

5. Согласно п. 4 составляются уравнения для мгновенных значений токов

$$i_k(k\omega t) = \frac{U_{mk}}{z_k} \sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_k). \tag{2.53}$$

6. Для определения мгновенного значения тока i источника несинусоидального напряжения $u(\omega t)$ суммируются результаты расчетов (согласно п. 5) всех токов $i_k(k\omega t)$, каждый из которых обусловлен действием соответствующей k-й гармоники напряжения $u_k(k\omega t)$, т. е.

$$i = \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} i_k(k\omega t). \tag{2.54}$$

Суммирование комплексных токов различных частот $\underline{I}_k$ для последующего определения тока i принципиально недопустимо, так как функция $i(t)$ по определению равна

$$i = \operatorname{Im} \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} \sqrt{2}\, I_k \exp j\,(k\omega t + \psi_{ik}). \qquad (2.55)$$

Несинусоидальные процессы в линейных электрических цепях характеризуются и другими величинами, принятыми для описания процессов в цепях синусоидального тока. Наиболее важными из них являются следующие.

Действующие значения тока I и напряжения U:

$$\left.\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt} = \sqrt{\sum_{k=0,\,1,\,\ldots} I_k^2}; \\ U &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt} = \sqrt{\sum_{k=0,\,1,\,\ldots} U_k^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.56)$$

Активная мощность P:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)\,dt = \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} P_k = \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} U_k I_k \cos\varphi_k, \qquad (2.57)$$

где $P_k = U_k I_k \cos\varphi_k$ — активная мощность k-й гармоники.

Реактивная мощность Q:

$$Q = \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} Q_k = \sum U_k I_k \sin\varphi_k, \qquad (2.58)$$

где $Q_k = U_k I_k \sin\varphi_k$ — реактивная мощность k-й гармоники.

Полная мощность негармонического тока

$$S = UI = \sqrt{\sum_{k=0,\,1,\,\ldots} U_k^2 \cdot \sum_{k=0,\,1,\,\ldots} I_k^2}. \qquad (2.59)$$

В электрических сетях переменного тока важно знать, в какой мере их напряжение u отличается по форме от идеальной синусоиды. Количественно это отличие определяется рядом параметров и в том числе так называемым коэффициентом искажения формы кривой напряжения

$$k_\text{ф} = \frac{U_1}{U}, \qquad (2.60)$$

где $U = \sqrt{\Sigma U_k^2}$ — действующее значение напряжения u, а U_1 — действующее значение первой (основной) гармонической составляющей напряжения u (рис. 2.15).

Свойство L и C элементов изменять свои реактивные сопротивления при различной частоте приложенного напряжения используется в цепях с негармоническими процессами для ослабления

или выделения гармонических составляющих определенных частот или определенной части их спектра. Эти эффекты достигаются различными комбинациями последовательного и параллельного включения элементов L и C. Для определенных частот соответствующие сочетания величин L и C будут обусловливать условия резонанса напряжения (тока). Тем самым в цепи для соответствующих гармоник тока i_k могут быть существенно уменьшены полное сопротивление $\underline{Z}_k$ (резонанс напряжения) или полная проводимость Y_k (резонанс тока).

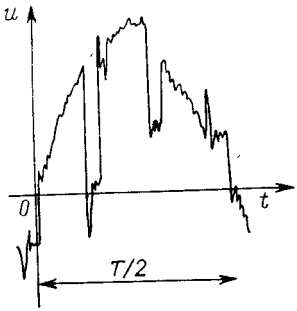


Рис. 2.15. Пример значительного искажения формы синусоидального напряжения ($k_ф \approx 0{,}8$).

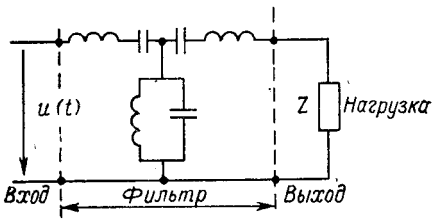


Рис. 2.16. Схема включения электрического фильтра (полосового типа).

Устройства, предназначенные для выделения определенных гармонических составляющих напряжения (тока), называются электрическими фильтрами. Они обычно представляют собой четырехполюсники: имеют две клеммы «входа» для подключения источника несинусоидального напряжения $u(t)$ (тока) и две клеммы «выхода» для подключения нагрузки $\underline{Z}$, гармонический состав напряжения которой подлежит фильтрации (рис. 2.16). Различают фильтры, пропускающие гармоники ω_k: 1) низких частот ($0 < \omega_k < \omega_0$); 2) высоких частот ($\omega_0 < \omega_k < \infty$); 3) в полосе средних частот ($\omega_1 < \omega_k < \omega_2$); 4) вне полосы средних частот ($0 < \omega_k < \omega_1$ и $\omega_2 < \omega_k < \infty$). Здесь ω_0, ω_1 и ω_2 — граничные частоты полос пропускания.

§ 2.5. Пример расчета судовой цепи переменного тока

Требуется обеспечить передачу электрической энергии по двухжильному кабелю длиной 100 м от источника *И* переменного напряжения 230 В с частотой $f=50$ Гц к группе потребителей *П1*, *П2* и *П3*, имеющих номинальное напряжение 220 В и соответственно значения потребляемой активной мощности P и коэффициента мощности λ: $P_1=1$ кВт, $\lambda_1=1$; $P_2=2$ кВт, $\lambda_2=0{,}7$; $P_3=3$ кВт, $\lambda_3=0{,}45$ (рис. 2.17). Согласно Правилам Регистра СССР при действующем значении напряжения источника $U_и=230$ В напряжение

на потребителях $U_п$ не должно более чем на ± 5 % отличаться от номинального значения $U_{п.\,ном} = 220$ В. Необходимо оценить также емкость C компенсатора K реактивной мощности, при которой в цепи обеспечивается $\lambda = 1$.

Поставленная задача решается выбором кабеля и расчетом емкости компенсатора реактивной мощности.

Выбор кабеля осуществляется в зависимости от действующего значения передаваемого тока I, который согласно первому закону Кирхгофа в комплексной форме (2.26) равен

$$\underline{I} = \underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3,$$

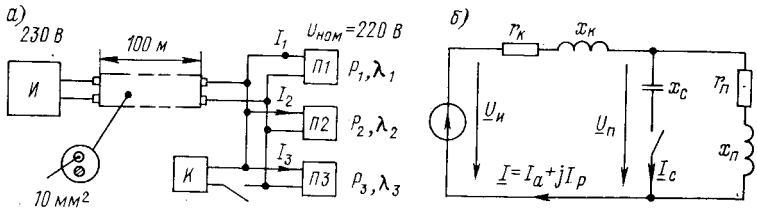


Рис. 2.17. Структурная (*а*) и эквивалентная (*б*) схемы участка судовой сети.

где $\underline{I}$ — комплекс тока, идущего по общему кабелю; $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ и $\underline{I}_3$ — комплексы токов потребителей соответственно *П1*, *П2* и *П3*.

Согласно (2.20) комплексы действующих значений токов $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ и $\underline{I}_3$:

$$\underline{I}_1 = I_1 \exp j\psi_{i1}; \quad \underline{I}_2 = I_2 \exp j\psi_{i2}; \quad \underline{I}_3 = I_3 \exp j\psi_{i3}$$

имеют модули I_1, I_2 и I_3 и аргументы (начальные фазы) ψ_{i1}, ψ_{i2} и ψ_{i3}, которые определяются по заданным активным мощностям потребителей, их коэффициентам мощности и номинальному напряжению. Ток первого потребителя I_1 согласно (2.11)

$$I_1 = \frac{P_1}{U_{ном} \cos \varphi_1} = \frac{1000}{220 \cdot 1} = 4{,}5 \text{ А},$$

так как $\cos \varphi_1 = \lambda_1$.

Начальную фазу общего для всех трех потребителей напряжения удобно принять равной нулю, откуда следует, что $\psi_i = -\varphi$. Для первого потребителя $\psi_{i1} = \varphi_1 = 0$, так как $\cos \varphi_1 = 0$.

Аналогично находятся токи второго потребителя ($I_2 = 13{,}0$ А, $\psi_{i2} = -0{,}79$ рад) и третьего потребителя ($I_3 = 30{,}3$ А, $\psi_{i3} = -1{,}1$ рад). Таким образом,

$$\underline{I}_1 = 4{,}5 \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = 13{,}0 \exp j(-0{,}79) \text{ А}; \quad \underline{I}_3 = 30{,}3 \exp j(-1{,}1) \text{ А}.$$

Активные и реактивные составляющие токов I_1, I_2 и I_3 указаны в табл. 2.6.

Таблица 2.6. **Активные и реактивные составляющие мощностей и токов потребителей**

Потребители (см. рис. 2.17)	P, Вт	$\lambda = \cos\varphi$	I, А	$I_а$, А	$I_р$, А	Q, вар
П1	1	1,00	4,5	4,5	0	0
П2	2	0,70	13,0	9,1	9,2	2,04
П3	3	0,45	30,3	13,6	27,1	5,96
П1—П2—П3	6	0,60	45,3	27,2	36,3	8,00
К	0	0,00	36,3	0	—36,3	—8,00
П1—П2—П3—К	6	1,00	27,2	27,2	0	0

Комплексное действующее значение тока в кабеле согласно данным табл. 2.6 равно

$$\underline{I} = I \exp j\psi_i = I_{а1} + I_{а2} + I_{а3} + j\,(I_{р1} + I_{р2} + I_{р3}) =$$

$$= 4{,}5 + 9{,}1 + 13{,}6 + j\,(0 + 9{,}2 + 27{,}1) = 45{,}4 \exp j\,(-0{,}93)\ \text{А}.$$

По справочным данным судовой двухжильный кабель типа КНРП (корабельный, негорючий, резиновый, с проволочной оплеткой) с площадью сечения токоведущих медных жил 10 мм² допускает длительный ток нагрузки 47 А.

Рассчитанный ток кабеля $I = 45{,}4$ А близок к допустимому значению тока для этого типа кабеля при выбранном сечении жил. Поэтому температура нагрева жил кабеля при $I = 45{,}4$ А будет близка к их номинальной (допустимой) температуре 65 °С.

Каждая жила кабеля как элемент электрической цепи эквивалентируется последовательной схемой замещения, включающей резистивный и индуктивный элементы (рис. 2.17, *б*) с активным $r_ж$ и индуктивным $x_ж$ сопротивлениями:

$$\underline{Z}_ж = r_ж + jx_ж.$$

По справочным данным кабель типа КНРП длиной 100 м и с площадью сечения жил 10 мм² при температуре жил 65 °С имеет сопротивление: $r_ж = 0{,}21$ Ом, $x_ж = 0{,}01$ Ом ($\underline{Z}_ж = 0{,}21 + j0{,}01$ Ом).

При последовательной схеме замещения потребителей (см. рис. 2.17, *б*) эквивалентное комплексное сопротивление потребителей *П1*, *П2* и *П3* будет равно

$$\underline{Z}_п = r_п + jx_п.$$

Активная $r_п$ и реактивная $x_п$ составляющие сопротивления $\underline{Z}_п$ могут быть рассчитаны с помощью формул, приведенных в табл. 2.5:

$$r_п = Z_п \cos\varphi = \frac{U_{ном}}{I} \cos\varphi = \frac{220 \cdot 0{,}6}{45{,}4} = 2{,}91\ \text{Ом};$$

$$x_п = Z_п \sin\varphi = \frac{U_{ном}}{I} \sin\varphi = \frac{220 \cdot 0{,}8}{45{,}4} = 3{,}88\ \text{Ом}.$$

На рис. 2.17, *б* показана эквивалентная схема всей рассматриваемой цепи, включающей идеальный источник напряжения, кабель и потребители. Две жилы кабеля, каждая из которых имеет комплексное сопротивление $\underline{Z}_ж$, заменены общим комплексным сопротивлением кабеля $\underline{Z}_к$:

$$\underline{Z}_к = 2\underline{Z}_ж = 2r_ж + j2x_ж = r_к + jx_к = 0{,}42 + j0{,}02 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи $\underline{Z}_э$, равное сумме сопротивлений $\underline{Z}_п$ и $\underline{Z}_к$, имеет активную $r_э$ и реактивную $x_э$ составляющие:

$$r_э = r_п + r_к = 2{,}91 + 0{,}42 = 3{,}33 \text{ Ом}; \quad x_э = x_п + x_к = \\ = 3{,}88 + 0{,}02 = 3{,}90 \text{ Ом}.$$

Действующее значение напряжения на потребителях по (2.24) оказывается равным

$$U_п = Z_п I_п = Z_п \frac{U_и}{Z_э} = \frac{4{,}85 \cdot 230}{5{,}12} = 218 \text{ В},$$

так как

$$Z_п = \sqrt{r_п^2 + x_п^2} = \sqrt{2{,}91^2 + 3{,}88^2} = 4{,}85 \text{ Ом};$$

$$Z_э = \sqrt{r_э^2 + x_э^2} = \sqrt{3{,}33^2 + 3{,}90^2} = 5{,}12 \text{ Ом}.$$

Действующее значение напряжения на потребителях $U_п = 218$ В отличается от его номинального значения $U_{п.ном} = 220$ В менее чем на 1 %. Следовательно, при выбранном кабеле требование по допустимому отклонению напряжения на потребителях выполняется.

Прохождение тока по кабелю сопровождается выделением активной мощности $P_к$, обусловливающей нагрев кабеля. Согласно данным табл. 2.5

$$P_к = r_к I^2 = r_к \frac{U_и^2}{Z_э^2} = 0{,}42 \frac{230^2}{5{,}12^2} = 834 \text{ Вт},$$

что составляет около 14 % номинальной суммарной мощности потребителей (6 кВт). Потери мощности в кабеле могут быть уменьшены увеличением коэффициента мощности λ всей цепи.

Коэффициент мощности рассматриваемой цепи равен $\lambda = r_э/Z_э$.

Увеличение коэффициента мощности в судовых цепях переменного тока может быть достигнуто включением компенсаторов реактивной мощности. На рис. 2.17, *б* показано включение емкостного компенсатора *К* в виде конденсаторов с общей емкостью *С*.

Коэффициент мощности группы приемников *П1*, *П2*, *П3* будет равен единице, если реактивная составляющая их общего тока *I*

равна нулю. Это достигается включением компенсатора K с таким реактивным сопротивлением x_C, при котором его ток I_C будет равен $I_р$:

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{U_п}{I_р} = \frac{220}{36,2} = 6,06 \text{ Ом},$$

т. е. при

$$C = \frac{1}{2\pi f x_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 6,06} = 525 \text{ мкФ}$$

общий ток в кабеле I снизится до значения $I_а = 27,2$ А, так как его реактивная составляющая $(I_р - I_C)$ становится равной нулю.

Потери в кабеле существенно уменьшатся:

$$P_к = r_к I_а^2 + 0,42 \cdot 27,2^2 = 305 \text{ Вт}.$$

Достигнутое с помощью компенсатора значительное снижение тока в кабеле позволяет выбрать более дешевый и легкий кабель с сечением жил 6 мм^2, допустимый ток нагрузки которого равен 35 А.

Глава 3
ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

§ 3.1. Элементы трехфазных цепей переменного тока

Генераторы, линии передачи электроэнергии и электродвигатели оказываются технически более совершенными и в конечном итоге экономически более выгодными, если они построены на принципах трехфазных цепей переменного тока.

Трехфазная электрическая цепь является упорядоченным электрическим соединением трех источников переменного напряжения (или тока), имеющих постоянную разность временных фаз, и трех потребителей (или трех групп потребителей) электроэнергии.

Каждая ветвь трехфазной цепи (рис. 3.1) называется фазой. Упорядоченность трехфазной цепи проявляется в том, что в фазах источника обеспечивается примерное равенство амплитуд напряжений, а также амплитуд токов. Это достигается конструкцией генераторов и выравниванием сопротивлений фаз потребителей.

Трехфазным генератором называется техническое устройство, в котором объединены три источника переменного напряжения (тока) трехфазной цепи. Простейшая модель трехфазного генератора показана на рис. 3.2. Три одинаковые плоские катушки w_A, w_B, w_C расположены в однородном магнитном поле $\bar{B}$ так, что углы между плоскостями катушек равны $2\pi/3$, т. е. катушки ориентированы в пространстве взаимно симметрично. При одновременном вращении катушек относительно оси O, перпенди-

кулярной к магнитным силовым линиям, с угловой скоростью ω в них будут индуцироваться синусоидальные ЭДС с частотой ω. Эти ЭДС обусловят на концах проводников катушек напряжения

$$\left.\begin{aligned} u_A &= U_{mA}\sin(\omega t + \psi_{uA});\\ u_B &= U_{mB}\sin(\omega t + \psi_{uB});\\ u_C &= U_{mC}\sin(\omega t + \psi_{uC}). \end{aligned}\right\} \quad (3.1)$$

Благодаря симметрии модели имеют место равенства

$$\left.\begin{aligned} &U_{mA} = U_{mB} = U_{mC} = U_m;\\ &\psi_{uA} - \psi_{uB} = \psi_{uB} - \psi_{uC} = \psi_{uC} - \psi_{uA}, \end{aligned}\right\} \quad (3.2)$$

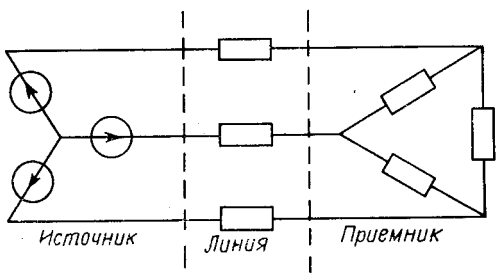


Рис. 3.1. Трехфазная цепь источник—линия—нагрузка.

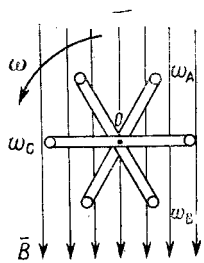


Рис. 3.2. Модель трехфазного генератора.

т. е. u_A, u_B и u_C являются тройкой взаимно симметричных напряжений (рис. 3.3).

Мгновенные значения напряжений (3.1) могут быть описаны комплексами

$$\underline{U}_A = \frac{U_m}{\sqrt{2}}\exp j0; \quad \underline{U}_B = \frac{U_m}{\sqrt{2}}\exp\left(-j\frac{2\pi}{3}\right);$$

$$\underline{U}_C = \frac{U_m}{\sqrt{2}}\exp\left(-j\frac{4\pi}{3}\right),$$

если условиться, что $\psi_{uA} = 0$.

Каждая катушка является однофазным источником напряжения, входящим в общую трехфазную систему, и называется фазой генератора. Начала и концы фаз обозначаются соответственно A—X, B—Y, C—Z (рис. 3.4).

Практически используются две схемы симметричных соединений трех фаз: «звезда» λ (рис. 3.4, *а*), когда соединяются вместе концы всех обмоток X, Y, Z, и «треугольник» $\triangle$ (рис. 3.4, *б*), когда соединяются начало одной обмотки с концом другой в последовательности A—Z, B—X, C—Y.

Трехфазный потребитель энергии является объединением трех пассивных двухполюсников, каждый из которых называется фазой потребителя. Начала и концы фаз потребителя обозначаются соответственно a—x, b—y, c—z.

Фазы трехфазного потребителя, так же как и у трехфазного источника, соединяются либо звездой (соединение точек x, y, z), либо треугольником (соединения a—y, b—z, c—x).

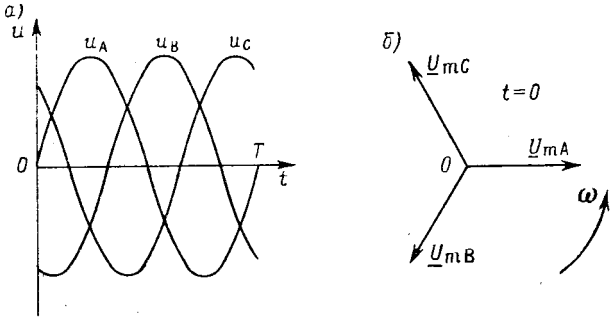


Рис. 3.3. Диаграммы мгновенных значений напряжений трех фаз (*а*) и вращающихся векторов их комплексов (*б*).

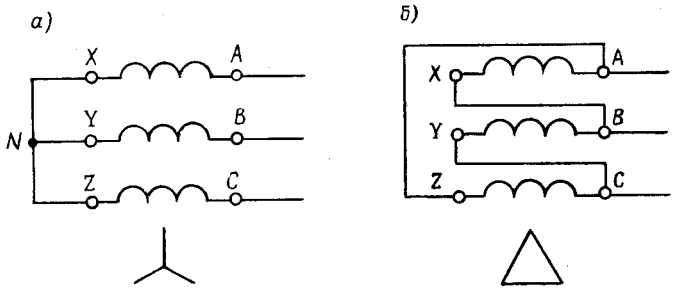


Рис. 3.4. Схемы соединений в трехфазной системе: *а* — «звезда»; *б* — «треугольник».

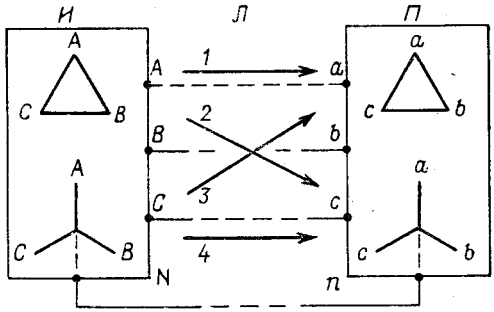


Рис. 3.5. Применяемые варианты схем соединений фаз источников и приемников.

1 — «треугольник—треугольник»; *2* — «треугольник—звезда»; *3* — «звезда—треугольник»; *4* — «звезда—звезда» (с нейтральным проводом N—n линии $Л$).

Трехпроводная линия соединяет начала соответствующих фаз источника и приемника (A—a, B—b, C—c).

Участки цепи A—a, B—b, C—c называются **фазами линии**.

Возможны любые сочетания схем соединений у источника $И$ и приемника $П$ (рис. 3.5). В цепях с соединением «звезда—звезда» используется также четвертая линия, соединяющая нуль источника N (соединение X, Y, Z) и нуль приемника n (соединение x, y, z).

Эта соединительная линия называется нейтральным проводом или нейтралью.

В трехфазной цепи возможно включение отдельных однофазных потребителей (или их сочетаний) на фазы линии и на одну фазу и нулевой провод (рис. 3.6).

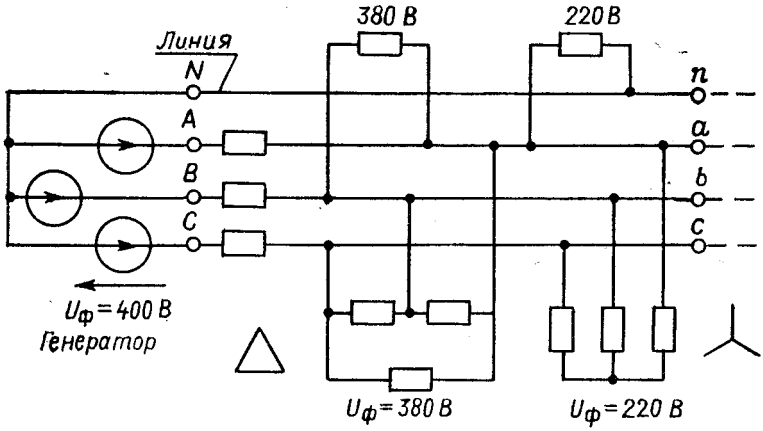


Рис. 3.6. Включения в трехфазной системе однофазных приемников с напряжениями $U_ф$ и $U_л=\sqrt{3}U_ф$ и трехфазных приемников при соединении по схемам «треугольник» и «звезда».

Трехфазные цепи являются частной разновидностью многофазных (m-фазных) электрических цепей, в которых число фаз бывает 5, 6, 12, . . ., m.

§ 3.2. Напряжения, токи и сопротивления в трехфазных цепях

Расчет режимов трехфазных цепей возможно выполнить с помощью методов, рассмотренных для однофазных цепей. Однако существование характерных зависимостей между напряжениями, токами, сопротивлениями и мощностями в трехфазных цепях обусловило практическое использование этих зависимостей для упрощения расчетов трехфазных систем. В таких расчетах вводятся понятия фазных и линейных величин.

Фазными напряжениями (рис. 3.7) называются напряжения между началами и концами фаз; они обозначаются: у генератора — u_A, u_B, u_C (или $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$, $\underline{U}_C$); у приемника — u_a, u_b, u_c (или $\underline{U}_a$, $\underline{U}_b$, $\underline{U}_c$).

Линейными напряжениями называются напряжения между началами фаз; они обозначаются: у источника — u_{AB}, u_{BC}, u_{CA} (или $\underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_{BC}$, $\underline{U}_{CA}$); у приемника — u_{ab}, u_{bc}, u_{ca} (или $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$, $\underline{U}_{ca}$).

Фазными токами называются токи, протекающие по фазам, причем у источников их положительные направления прини-

маются от конца фазы к ее началу ($\underline{I}_{XA}$, $\underline{I}_{YB}$, $\underline{I}_{ZC}$), а у приемников — в противоположном направлении ($\underline{I}_{ax}$, $\underline{I}_{by}$, $\underline{I}_{cz}$).

Линейными токами называются токи, протекающие по линиям i_A, i_B, i_C ($\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$). Мгновенные значения токов описываются уравнениями

$$i_A = I_{mA} \sin(\omega t + \psi_{iA});$$
$$i_B = I_{mB} \sin(\omega t + \varphi_{iB});$$
$$i_C = I_{mC} \sin(\omega t + \psi_{iC}),$$

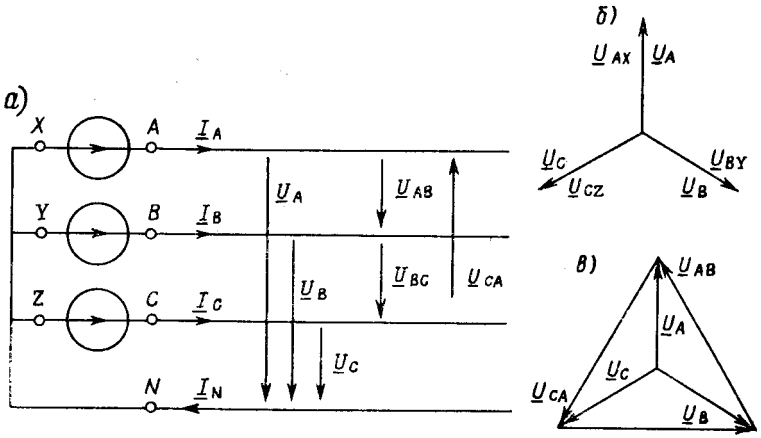


Рис. 3.7. Трехфазный источник с соединением фаз звездой с нейтральным проводом (*а*) и векторные диаграммы фазных (*б*) и линейных (*в*) напряжений.

в которых в случае симметричной системы

$$\psi_{iA} - \psi_{iB} = \psi_{iB} - \psi_{iC} = \psi_{iC} - \psi_{iA};$$
$$I_{mA} = I_{mB} = I_{mC} = \sqrt{2}\, I_л,$$

где $I_л$ — действующее значение линейного тока любой фазы.

Соединение фаз звездой. При соединении фаз источника звездой (см. рис. 3.7, *а*) фазные напряжения будут равны

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{AX}; \quad \underline{U}_B = \underline{U}_{BY}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_{CZ}. \tag{3.3}$$

Линейные напряжения являются по определению разностями соответствующих фазных напряжений: $u_{AB} = u_A - u_B$ (рис. 3.8). В комплексной форме линейные напряжения определяются так:

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_{AX} - \underline{U}_{BY} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_{BY} - \underline{U}_{CZ} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_{CZ} - \underline{U}_{AX} = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

Уравнения (3.4) удовлетворяют очевидному условию

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0.$$

Комплексы фазных и линейных напряжений всех фаз показаны на векторной диаграмме (рис. 3.7, *б*) для симметричной системы. Для симметричной трехфазной системы равны действующие значения (модули) всех фазных напряжений: $U_A = U_B = U_C = U_ф$, а также действующие значения (модули) всех линейных напряжений $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_л$.

Согласно векторной диаграмме, приведенной на рис. 3.7, *в*, имеет место равенство $U_л = 2U_ф \cos \frac{\pi}{6}$ или

$$U_л = \sqrt{3}\, U_ф. \tag{3.5}$$

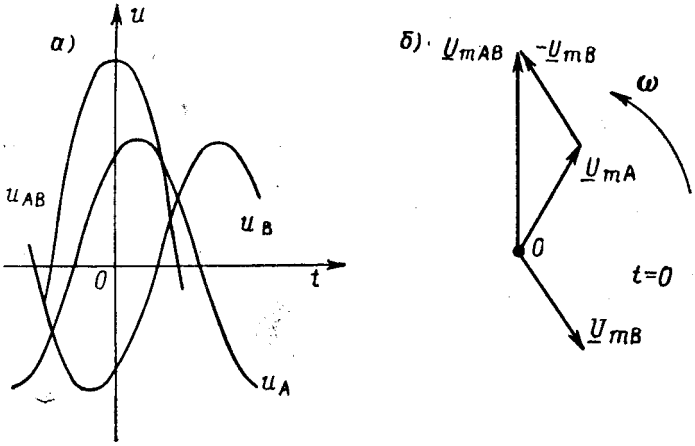


Рис. 3.8. Мгновенные значения линейного напряжения u_{AB} как разности фазных напряжений u_A и u_B (*а*) и векторная диаграмма их комплексных мгновенных значений (*б*).

Токи фаз источника (потребителя) будут равны соответствующим токам линии (см. рис. 3.7, *а*):

$$\underline{I}_{XA} = \underline{I}_A; \quad \underline{I}_{YB} = \underline{I}_B; \quad \underline{I}_{ZC} = \underline{I}_C, \tag{3.6}$$

которые в силу первого закона Кирхгофа связаны зависимостью

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_N, \tag{3.7}$$

где $\underline{I}_N$ — ток в нейтральном проводе.

В симметричной системе действующие значения токов всех фаз равны:

$$I_A = I_B = I_C = I_ф, \tag{3.8}$$

а ток нейтрального провода $I_N = 0$.

Модуль фазных токов $I_ф$ здесь по определению равен модулю линейных токов $I_л$: $I_ф = I_л$.

Соотношения фазных и линейных напряжений и токов при соединении фаз звездой у потребителей и генераторов одинаковы.

Комплексы сопротивлений фаз приемников определяются соотношением комплексов их фазных напряжений и токов:

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{I}_a}; \quad \underline{Z}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{I}_b}; \quad \underline{Z}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{I}_c}. \tag{3.9}$$

У симметричных приемников $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$.

Если фазы генератора обладают существенными для расчетов

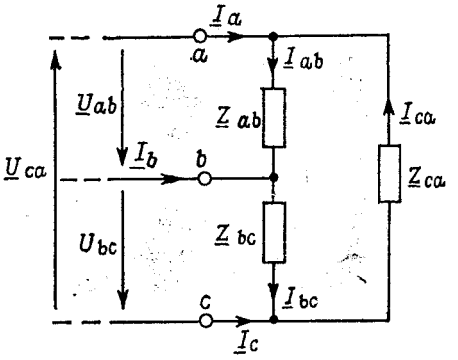


Рис. 3.9. Фазные и линейные токи и напряжения приемника с несимметричными сопротивлениями фаз $\underline{Z}_{ab}$, $\underline{Z}_{bc}$, $\underline{Z}_{ca}$.

сопротивлениями $\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$, $\underline{Z}_C$, то фазные напряжения такого генератора согласно (2.25) описываются равенствами

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{E}_A - \underline{Z}_A\underline{I}_A; \\ \underline{U}_B &= \underline{E}_B - \underline{Z}_B\underline{I}_B; \\ \underline{U}_C &= \underline{E}_C - \underline{Z}_C\underline{I}_C, \end{aligned}\right\} \tag{3.10}$$

где $\underline{E}_A$, $\underline{E}_B$, $\underline{E}_C$ рассматриваются как генерируемые в фазах ЭДС, не зависящие от токов этих фаз.

В симметричных цепях напряжения, ЭДС и токи для отдельных фаз цепи отличаются только временными фазами. Поэтому расчеты выполняются только для одной фазы цепи, а их результаты распространяются на две другие.

Соединение фаз треугольником. При соединении фаз источника по схеме «треугольник» (см. рис. 3.4, *б*) линейные напряжения будут напряжениями его фаз:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{AX}; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{BY}; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{CZ}, \tag{3.11}$$

причем

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0.$$

У приемника линейные напряжения $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$ и $\underline{U}_{ca}$ также будут напряжениями на соответствующих фазах нагрузки (рис. 3.9).

При симметричной системе модули фазных напряжений $U_ф$ и линейных напряжений $U_л$ равны:

$$U_ф = U_л. \tag{3.12}$$

Соотношения токов фаз генератора и токов линии определяются уравнениями Кирхгофа, составленными для вершин треугольника:

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

Аналогичная система уравнений описывает соотношения токов линий $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ и токов фаз приемника $\underline{I}_{ab}$, $\underline{I}_{bc}$, $\underline{I}_{ca}$.

Если трехфазная система «треугольник» симметрична, то отношение модулей токов линий $I_л$ и фазных токов $I_ф$ равно $\sqrt{3}$:

$$I_л = \sqrt{3}\, I_ф, \qquad (3.14)$$

что доказывается аналогично (3.5).

Комплексы сопротивлений фаз приемника определяются соотношением комплексов фазных (здесь линейных) напряжений и фазных токов:

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{I}_{ab}}; \quad \underline{Z}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{I}_{bc}}; \quad \underline{Z}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{I}_{ca}}. \qquad (3.15)$$

Соединение «треугольник» сопротивлений $\underline{Z}_{ab}$, $\underline{Z}_{bc}$, $\underline{Z}_{ca}$ может быть заменено эквивалентным соединением «звезда» сопротивлений $\underline{Z}_a$, $\underline{Z}_b$, $\underline{Z}_c$, значения которых определяются согласно табл. 1.1.

§ 3.3. Мощность в трехфазных цепях

Мгновенная мощность трехфазного генератора равна сумме мгновенных мощностей всех трех фаз:

$$p = p_A + p_B + p_C \qquad (3.16)$$

или

$$p = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

При отсутствии нейтрального провода уравнение (3.16) приобретает вид

$$p = u_{AB} i_A + u_{BC} i_C,$$

так как в этом случае $i_B = -i_A - i_C$, а по определению

$$u_{AB} = u_A - u_B \text{ и } u_{BC} = u_C - u_B.$$

Активная мощность P трехфазного генератора согласно (1.4) и (3.16) равна сумме активных мощностей всех трех фаз:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\, dt = P_A + P_B + P_C,$$

которая в соответствии с (2.11) приводится к виду

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C.$$

В симметричной системе

$$P_A = P_B = P_C = U_ф I_ф \cos\varphi_ф \tag{3.17}$$

и, следовательно, независимо от схемы соединений фаз

$$P = 3U_ф I_ф \cos\varphi_ф = \sqrt{3}\, U_л I_л \cos\varphi_ф. \tag{3.18}$$

Применяя (3.16) к расчету мгновенного значения мощности в трехфазной симметричной системе, можно убедиться, что $p = P$, т. е. сумма мгновенных значений мощностей всех трех фаз — величина постоянная.

Реактивная мощность Q трехфазного генератора определяется как алгебраическая сумма реактивных мощностей всех фаз:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C \tag{3.19}$$

и, в частности, для симметричной системы независимо от схемы соединения фаз

$$Q = 3U_ф I_ф \sin\varphi_ф = \sqrt{3}\, U_л I_л \sin\varphi_ф. \tag{3.20}$$

Полная мощность S симметричной трехфазной цепи определяется согласно (2.16):

$$S = 3U_ф I_ф = \sqrt{3}\, U_л I_л = \sqrt{P^2 + Q^2}. \tag{3.21}$$

Коэффициент мощности λ для трехфазной цепи вычисляется согласно (2.18), т. е. $\lambda = P/S$.

Таблица 3.1. **Напряжения, токи, сопротивления и мощности в симметричных трехфазных цепях**

Величина	Соединение звездой ⅄	Соединение треугольником △
Напряжение фазное	$U_ф$	$U_ф$
Напряжение линейное	$U_л = \sqrt{3}U_ф$	$U_л = U_ф$
Ток фазный	$I_ф$	$I_ф$
Ток линейный	$I_л = I_ф$	$I_л = \sqrt{3}I_ф$
Сопротивление фазы	$z_{ф⅄} = \frac{U_ф}{I_ф} = \frac{U_л}{\sqrt{3}I_л}$	$z_{ф△} = \frac{U_ф}{I_ф} = \frac{\sqrt{3}U_л}{I_л}$
Эквивалентные сопротивления фаз	$z_{ф⅄} = \frac{1}{3} z_{ф△}$	$z_{ф△} = 3z_{ф⅄}$
Мощность активная	$P = 3U_ф I_ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_л I_л \cos\varphi$	
Мощность реактивная	$Q = 3U_ф I_ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_л I_л \sin\varphi$	
Мощность полная	$S = 3U_ф I_ф = \sqrt{3}\, U_л I_л$	

Зависимости напряжений, токов и мощностей в трехфазных симметричных цепях с соединением фаз звездой и треугольником сведены в табл. 3.1.

§ 3.4. Расчет трехфазной цепи с несколькими потребителями

В трехфазной электрической цепи генератор обычно питает несколько потребителей (см. рис. 3.6).

Число фаз и схемы их соединений бывают различными. Генераторы и линии передачи электроэнергии обладают собственными сопротивлениями. Поэтому задачи расчета таких трехфазных цепей оказываются трудоемкими. Значительное упрощение расчетов достигается, если без существенного ущерба для точности можно предположить, что генератор и линия идеальны (см. рис. 3.1): напряжения генератора не зависят от токов нагрузки, а сопротивление линии равно нулю. В таком случае каждый приемник оказывается включенным на трехфазный генератор с постоянными по амплитуде и фазе напряжениями фаз.

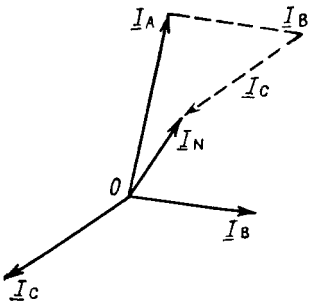


Рис. 3.10. Токи фаз и нейтрального провода в несимметричной системе.

1. Фазы приемника соединены по схеме «треугольник» (см. рис. 3.9). Согласно условиям задачи рассчитывается режим работы каждой фазы, который по определению не зависит от режима двух других фаз. Расчеты выполняются методами, рассмотренными в гл. 2. Ток каждой фазы линии определяется как сумма комплексных токов прилегающих фаз приемника (3.13).

2. Фазы генератора и приемников соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом (см. рис. 3.5). Ток нейтрального провода $\underline{I}_N$ (рис. 3.10) согласно закону Кирхгофа будет равен сумме токов фаз генератора (или приемника):

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c. \qquad (3.22)$$

Если фазы нагрузки, соединенные здесь в звезду, имеют проводимости $\underline{Y}_a$, $\underline{Y}_b$, $\underline{Y}_c$ и если для общности считать, что проводимость нейтрального провода $\underline{Y}_N$ — величина конечная, то

$$\underline{I}_A = \underline{Y}_a(\underline{U}_A - \underline{U}_N); \quad \underline{I}_B = \underline{Y}_b(\underline{U}_B - \underline{U}_N); \quad \underline{I}_C = \underline{I}_c(\underline{U}_C - \underline{U}_N);$$
$$\underline{I}_N = \underline{Y}_N \underline{U}_N, \qquad (3.23)$$

где $\underline{U}_N$ — напряжение между нейтральными точками нагрузки n и генератора N. Совместным решением уравнений (3.22) и

(3.23), составленных для схемы «звезда—звезда» с нейтральным проводом (в общем случае несимметричной), определяется напряжение на нейтральном проводе:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A\underline{Y}_a + \underline{U}_B\underline{Y}_b + \underline{U}_C\underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}. \qquad (3.24)$$

Определив $\underline{U}_N$ согласно (3.24) при известных напряжениях генератора и проводимостях (сопротивлениях) фаз нагрузки и нейтрального провода, по (3.23) можно рассчитать токи фаз и нейтрального провода, а также напряжения на фазах нагрузки:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N = \underline{Y}_a^{-1}\underline{I}_A; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N = \underline{Y}_b^{-1}\underline{I}_B;$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N = \underline{Y}_c^{-1}\underline{I}_C.$$

Уравнение (3.24) будет справедливо и для неидеального генератора и неидеальной линии, если воспользоваться (3.10) и понимать под комплексами проводимостей фаз величины, обратные суммам комплексов сопротивлений генератора и линии нагрузки (для каждой фазы), а напряжениям фаз генератора придать смысл его внутренних ЭДС.

При отсутствии нейтрального провода ($\underline{Y}_N = 0$) и несимметричной нагрузке $\underline{Y}_a \neq \underline{Y}_b \neq \underline{Y}_c$ уравнение (3.24) также справедливо.

Если сопротивление нейтрального провода равно нулю ($\underline{Y}_N = \infty$), то режим работы каждой фазы трехфазной системы оказывается независимым и определяется по обычным соотношениям однофазных цепей. Для определения токов фаз генератора при нескольких потребителях с несимметричными фазами суммируются пофазно комплексы токов всех потребителей или комплексы их проводимостей.

При отсутствии нейтрального провода ($\underline{Y}_N = 0$) предельно увеличивается $\underline{U}_N$, что повышает несимметрию фазных напряжений нагрузки и ведет к ухудшению условий работы несимметричных потребителей. Если у потребителей фазы симметричны: $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c$, то при симметричном напряжении генератора $\underline{U}_N = 0$.

3. Несколько трехфазных потребителей с соединениями фаз звездой и треугольником, а также однофазные потребители включены на один генератор (см. рис. 3.6). Расчет комплексов токов в линиях, ведущих к каждому потребителю, выполняется отдельно, пофазно, а далее находится суммарный ток каждой фазы общей линии (генератора).

§ 3.5. Расчет поражающего тока в трехфазной цепи

Изоляция считается идеальной, если ее проводимость равна нулю. Электрическая изоляция электрооборудования на судне неидеальна. Имеет место протекание токов по изоляции между токопроводами, находящимися под разными потенциалами, и между

кабеля, перегреве от рабочих токов, протекающих по жилам, механических повреждениях оболочек и их отсыревании сопротивление изоляции $R_{из}$ снижается, достигая сотен килоом и даже десятков ом. В приведенном ниже расчете принимается реальное значение активного сопротивления изоляции 500 кОм, которому соответствует активная проводимость $g = 2 \cdot 10^{-6}$ См.

Токоведущие жилы кабеля и металлические конструкции корпуса судна, на которых проложен кабель, являются как бы обкладками конденсатора, разделенными изоляционными оболочками кабеля. Это представление важно для эквивалентирования кабеля переменного тока (см. рис. 1.10, *г*). Емкость такого «конденсатора» C зависит от диэлектрических свойств материала изоляции, конструкции и протяженности кабеля, а также способов его крепления на корпусе. Экспериментально установлено, что емкость C судовых кабельных сетей находится, как правило, в диапазоне от 10^{-2} до 1 мкФ. Если принять $C = 0{,}1$ мкФ, то емкостная проводимость оболочек кабеля при частоте 50 Гц будет равна

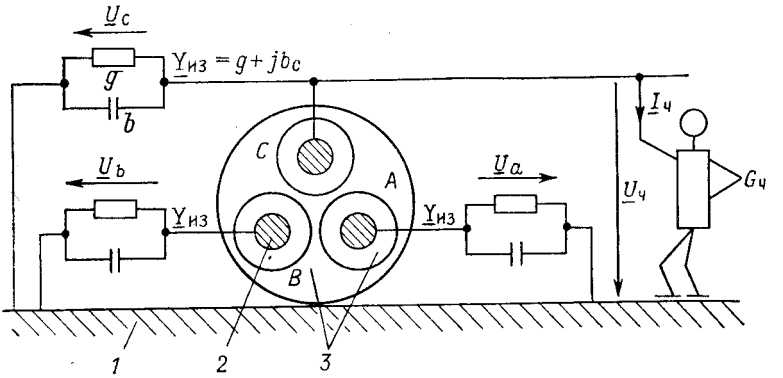


Рис. 3.12. Сечение лежащего на корпусе (*1*) трехжильного кабеля (*2*) с изоляцией (*3*), эквивалентируемой проводимостями $\underline{Y}_{из}$.

$$b_C = 2\pi f C = 2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ См.}$$

Таким образом, в схеме замещения электрическую изоляцию каждой жилы кабеля относительно корпуса можно эквивалентировать комплексной проводимостью $\underline{Y}_{из}$:

$$\underline{Y}_{из} = g + jb_C = 2 \cdot 10^{-6} + j30 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$$

Человек, касающийся одновременно оголенного токопровода (жилы кабеля) и корпуса, оказывается «включенным» в электрическую цепь параллельно проводимости $\underline{Y}_{из}$. Ток $I_ч$, который будет при этом протекать по телу человека, определится напряжением $\underline{U}_c = \underline{U}_ч$ и электрическим сопротивлением тела $R_ч$.

Электрическое сопротивление тела (между двумя участками поверхности касания кожи) $R_ч$ существенно зависит от площади

касания и состояния кожных покровов (огрубления кожи, ее влажности, чистоты и т. д.). В приближенных расчетах при напряжении сети около 250 В обычно принимают $R_ч = 10^3$ Ом или $G_ч = 10^{-3}$ См. Считается, что даже весьма кратковременное протекание тока $I_ч \geqslant 0{,}1$ А смертельно для человека. При токах 0,01—0,05 А возникают болезненные ощущения, управление мышцами утрачивается; длительное протекание таких токов приводит к травмам.

Напряжение $\underline{U}_ч$, приложенное к телу человека, при выбранной схеме расчета (см. рис. 3.11) равно напряжению между фазой C и корпусом:

$$\underline{U}_ч = \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N.$$

Напряжение корпус—нейтраль генератора $\underline{U}_N$ согласно (3.24) будет равно

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_{изa} + \underline{U}_B \underline{Y}_{изb} + \underline{U}_C (\underline{Y}_{изc} + G_ч)}{\underline{Y}_{изa} + \underline{Y}_{изb} + (\underline{Y}_{изc} + G_ч) + \underline{Y}_N}.$$

Нейтраль источника N и корпус изолированы друг от друга, и поэтому $\underline{Y}_N = 0$. Если учесть, что в силу симметрии напряжения источника $\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 0$, и положить проводимости всех фаз равными $\underline{Y}_{из}$, то выражение для $\underline{U}_N$ упрощается:

$$\underline{U}_N = \frac{G_ч \underline{U}_C}{3\underline{Y}_{из} + G_ч}$$

и тогда поражающее напряжение определится выражением

$$\underline{U}_ч = \underline{U}_C - \underline{U}_N = \frac{3\underline{Y}_{из} \underline{U}_C}{3\underline{Y}_{из} + G_ч}.$$

Модуль комплекса $\underline{U}_ч$ с учетом очевидного равенства $\underline{U}_c = U_ф$ можно найти, преобразуя выражения для $\underline{U}_ч$ по правилам, приведенным в табл. 2.3:

$$U_ч = \frac{3U_ф \sqrt{g^2 + b_C^2}}{\sqrt{(3g + G_ч)^2 + 9b_c^2}}.$$

Учитывая, что здесь $g \ll b_C$ и $G_ч \gg Y_{из}$, последнюю формулу можно упростить и вычислить значение $U_ч$:

$$U_ч \approx \frac{3U_ф b_C}{G_ч} = \frac{3 \cdot 220 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{10^{-3}} = 19{,}8 \text{ В},$$

а далее определить искомый ток $I_ч = G_ч U_ч = 10^{-3} \cdot 19{,}8 = 19{,}8$ мА.

Для судовых условий предельно допустимым значением переменного тока, проходящего по телу человека, считается 0,006 А. Следовательно, в судовых сетях переменного тока с напряжением

касания и состояния кожных покровов (огрубления кожи, ее влажности, чистоты и т. д.). В приближенных расчетах при напряжении сети около 250 В обычно принимают $R_ч = 10^3$ Ом или $G_ч = 10^{-3}$ См. Считается, что даже весьма кратковременное протекание тока $I_ч \geqslant 0{,}1$ А смертельно для человека. При токах 0,01—0,05 А возникают болезненные ощущения, управление мышцами утрачивается; длительное протекание таких токов приводит к травмам.

Напряжение $\underline{U}_ч$, приложенное к телу человека, при выбранной схеме расчета (см. рис. 3.11) равно напряжению между фазой C и корпусом:

$$\underline{U}_ч = \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N.$$

Напряжение корпус—нейтраль генератора $\underline{U}_N$ согласно (3.24) будет равно

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_{изa} + \underline{U}_B \underline{Y}_{изb} + \underline{U}_C (\underline{Y}_{изc} + G_ч)}{\underline{Y}_{изa} + \underline{Y}_{изb} + (\underline{Y}_{изc} + G_ч) + \underline{Y}_N}.$$

Нейтраль источника N и корпус изолированы друг от друга, и поэтому $\underline{Y}_N = 0$. Если учесть, что в силу симметрии напряжения источника $\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 0$, и положить проводимости всех фаз равными $\underline{Y}_{из}$, то выражение для $\underline{U}_N$ упрощается:

$$\underline{U}_N = \frac{G_ч \underline{U}_C}{3\underline{Y}_{из} + G_ч}$$

и тогда поражающее напряжение определится выражением

$$\underline{U}_ч = \underline{U}_C - \underline{U}_N = \frac{3\underline{Y}_{из} \underline{U}_C}{3\underline{Y}_{из} + G_ч}.$$

Модуль комплекса $\underline{U}_ч$ с учетом очевидного равенства $\underline{U}_c = U_ф$ можно найти, преобразуя выражения для $\underline{U}_ч$ по правилам, приведенным в табл. 2.3:

$$U_ч = \frac{3U_ф \sqrt{g^2 + b_C^2}}{\sqrt{(3g + G_ч)^2 + 9b_c^2}}.$$

Учитывая, что здесь $g \ll b_C$ и $G_ч \gg Y_{из}$, последнюю формулу можно упростить и вычислить значение $U_ч$:

$$U_ч \approx \frac{3U_ф b_C}{G_ч} = \frac{3 \cdot 220 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{10^{-3}} = 19{,}8 \text{ В},$$

а далее определить искомый ток $I_ч = G_ч U_ч = 10^{-3} \cdot 19{,}8 = 19{,}8$ мА.

Для судовых условий предельно допустимым значением переменного тока, проходящего по телу человека, считается 0,006 А. Следовательно, в судовых сетях переменного тока с напряжением

127, 220 и 380 В касания токопроводящих элементов электрооборудования являются опасными.

Вполне реальное в судовых условиях кратковременное снижение сопротивления изоляции до 1000 Ом (повышение проводимости g до 10^{-3} См) привело бы к тому, что напряжение $U_ч$ значительно повысилось:

$$U_ч \approx \frac{3U_ф g}{\sqrt{(3g+G_ч)^2+9b_c^2}} = \frac{3\cdot 220\cdot 10^{-3}}{\sqrt{(3\cdot 10^{-3}+10^{-3})^2+9\cdot 9\cdot 10^{-10}}} \approx 165 \text{ В},$$

и тогда поражающий ток превысил бы смертельно опасный уровень:

$$I_ч = G_и U_ч = 10^{-3}\cdot 165 = 165 \text{ мА}.$$

Для подавления радиопомех, обусловленных работой некоторых видов электрооборудования, между фазами и корпусом включаются конденсаторы, которые играют роль фильтров. Емкость всех конденсаторов в сети достигает десятков микрофарад. В рассматриваемой задаче включение фильтрующих конденсаторов с емкостью в каждой фазе 10 мкФ приводит к значительному возрастанию проводимости:

$$b_c = 2\pi f c = 2\pi\cdot 50\cdot 10\cdot 10^{-6} = 3\cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

При этом напряжение $U_ч$ оказывается равным 207 В, а поражающий ток $I_ч$ также превышает недопустимый уровень.

Глава 4
МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ. ТРАНСФОРМАТОРЫ

§ 4.1. Основные понятия

Принцип действия значительной части электротехнических устройств основан на использовании индукционных и электромеханических проявлений магнитного поля: возникновения ЭДС в замкнутом контуре при изменении его потокосцепления и возникновения механической силы взаимодействия магнитного поля и проводника с током (или ферромагнитного тела), находящегося в этом поле. Для качественного и количественного описания этих явлений используется понятие магнитной цепи.

Магнитная цепь — это совокупность элементов, создающих магнитное поле (обмотки с током, токопроводы, постоянные магниты), и элементов, в которых сосредоточивается основная часть магнитного поля или, иначе, по которым замыкается основная часть магнитного потока (магнитопроводы).

На рис. 4.1 изображен простейший вариант магнитной цепи, состоящей из тороидального сердечника с обмоткой, которая создает магнитное поле благодаря протекающему по ней току i.

Симметрия магнитной цепи обусловливает симметрию магнитных силовых линий в тороиде, которые в данном случае являются концентрическими окружностями. Вектор напряженности магнитного поля в каждой точке магнитной силовой линии направлен по ее касательной и имеет значение, определяемое законом полного тока

$$\oint_{\mathscr{L}} \overline{H}\,\overline{dl} = \sum_{k=1}^{w} i_k, \tag{4.1}$$

где dl — элемент выбранного замкнутого контура интегрирования $\mathscr{L}$, который сцепляется с w-контурами, обтекаемыми токами

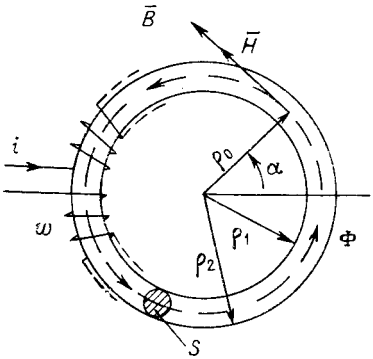


Рис. 4.1. Магнитная цепь тороидальной формы.

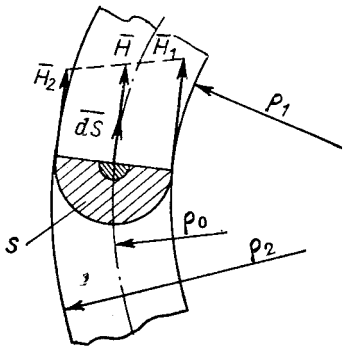


Рис. 4.2. Сечение магнитопровода.

i_k $(k=1, 2, \ldots, w)$. Вектор $\overline{dl}$ направлен по касательной к контуру $\mathscr{L}$ в каждой его точке.

Для модели магнитной цепи, изображенной на рис. 4.1, в качестве контура интегрирования $\mathscr{L}$ удобно рассматривать концентрическую окружность радиуса ρ, совпадающую с одной из силовых линий магнитного поля в тороиде.

При этих условиях

$$\oint_{\mathscr{L}} \overline{H}\,\overline{dl} = \int_{\mathscr{L}} H\,dl = \int_{0}^{2\pi} H\rho\,d\alpha = 2\pi\rho H. \tag{4.2}$$

В рассматриваемой модели магнитной цепи каждая такая магнитная силовая линия $\mathscr{L}$ сцепляется с каждым витком контура с током i и, следовательно,

$$\sum_{k=1}^{w} i_k = iw. \tag{4.3}$$

Уравнения (4.2) и (4.3) определяют модуль вектора напряженности магнитного поля $\overline{H}$ в тороиде:

$$H = \frac{wi}{2\pi\rho}.$$

Вектор магнитной индукции $\bar{B}$ определяется вектором напряженности поля $\bar{H}$:

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}, \tag{4.4}$$

где абсолютная магнитная проницаемость μ_a является произведением магнитной постоянной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м и относительной магнитной проницаемости μ. Последняя характеризует магнитные свойства материала магнитопровода.

Полагая значение μ в любой точке магнитопровода величиной постоянной, можно записать

$$B = \mu_a H = \frac{\mu\mu_0}{2\pi\rho} wi.$$

В любой точке радиального плоского сечения тороида S (рис. 4.2) вектор индукции $\bar{B}$ перпендикулярен к плоскости S, вектор элемента поверхности $\overline{dS}$ совпадает по направлению с вектором $\bar{B}$. Если отношение минимального ρ_1 и максимального ρ_2 радиусов тороида более 0,8, то модуль вектора $\bar{B}$ с ошибкой не более 10 % может быть принят постоянным во всех точках сечения S. Следовательно, в пределах сечения S магнитное поле однородно ($\bar{B} = \text{const}$), и пронизывающий это сечение магнитный поток Φ определится простым произведением:

$$\Phi = \int_{(S)} \bar{B}\, \overline{dS} = \int_{(S)} B\, dS = BS = \mu_a HS. \tag{4.5}$$

Согласно (4.1), (4.2 и (4.3) и принятым допущениям

$$H = \frac{wi}{2\pi\rho_0} \approx H_1 \approx H_2$$

и, следовательно,

$$\Phi = \frac{wi}{\frac{1}{\mu_a}\frac{2\pi\rho_0}{S}}. \tag{4.6}$$

По аналогии с электрической цепью, используя понятия намагничивающей (магнитодвижущей) силы $\theta = wi$ и магнитного сопротивления R_μ, можно (4.6) записать в форме так называемого *закона Ома* для магнитной цепи

$$\Phi = \frac{\theta}{R_\mu}, \tag{4.7}$$

где $$R_\mu = \frac{1}{\mu_a}\frac{2\pi\rho_0}{S} \quad \text{или} \quad R_\mu = \frac{1}{\mu_a}\frac{\mathscr{L}}{S}.$$

Структура выражения для магнитного сопротивления R_μ магнитопровода длиной $\mathscr{L}$ совпадает с аналогичным определением электрического сопротивления проводника длиной $\mathscr{L}$, сечением S и с удельной электрической проводимостью γ.

Для увеличения магнитного потока или усиления магнитного поля, создаваемого намагничивающей силой $\theta = wi$, используются магнитопроводы из ферромагнитных материалов, для которых характерны большие значения μ (обычно сотни, тысячи и в особых условиях — сотни тысяч).

Таким образом, магнитная цепь может трактоваться как совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых описываются при помощи понятий магнитодвижущей силы (разности магнитных потенциалов), магнитного потока и магнитного сопротивления.

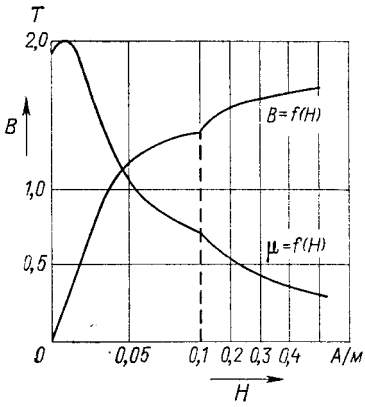


Рис. 4.3. Характеристика реального ферромагнетика.

Уравнение (4.2) позволяет определить индуктивность L обмотки w на замкнутом магнитопроводе со средней длиной магнитной силовой линии $\mathscr{L}$ и сечением S. Потокосцепление Ψ обмотки w, обтекаемой током i, по определению будет равно

$$\Psi = Li,$$

а с другой стороны, с учетом (4.2)

$$\Psi = w\Phi = \frac{w^2}{R_\mu} i = \frac{\mu\mu_0 S w^2}{\mathscr{L}} i$$

и, следовательно,

$$L = \frac{w^2}{R_\mu} = \frac{\mu\mu_0 S w^2}{\mathscr{L}}. \qquad (4.8)$$

Согласно уравнению (4.8) индуктивность L зависит от квадрата числа витков обмотки магнитной цепи w и геометрии магнитопровода ($\mathscr{L}$, S). Существенное влияние на индуктивность оказывает материал магнитопровода — его магнитная проницаемость μ.

В связи с тем, что кривая намагничивания $B = f(H)$ нелинейна (рис. 4.3), имеет место зависимость величины μ от напряженности магнитного поля. Лишь в ограниченном диапазоне значений H магнитная проницаемость μ изменяется мало. Следовательно, магнитные цепи могут считаться линейными ($R_\mu = \text{const}$) лишь приближенно, в определенных пределах изменений напряженности существующего в них магнитного поля.

§ 4.2. Основные законы магнитных цепей

Магнитные цепи подразделяются на неразветвленные и разветвленные.

Неразветвленные магнитные цепи могут состоять из K последовательно включенных участков, которые отличаются длинами $\mathscr{L}_k$, поперечными сечениями S_k и магнитными материалами μ_k.

Каждый участок k может характеризоваться магнитным сопротивлением $R_{\mu k}$. Магнитный поток в цепи Φ при данном значении намагничивающей силы, создаваемый в общем случае несколькими обмотками $w_1, \ldots, w_n, \ldots, w_N$, которые обтекаются токами $i_1, \ldots, i_n, \ldots, i_N$, определится уравнением

$$\Phi = \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} i_n w_n}{\sum\limits_{k=1}^{K} \frac{\mathscr{L}_k}{\mu_{ak} S_k}} = \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \theta_n}{\sum\limits_{k=1}^{K} R_{\mu k}}. \qquad (4.9)$$

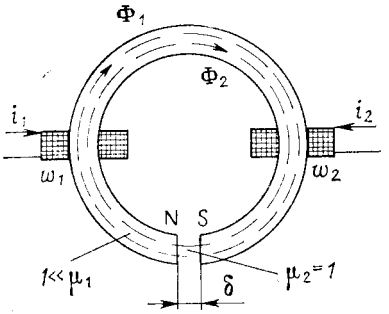


Рис. 4.4. Магнитная цепь с двумя обмотками намагничивания (двумя МДС) и воздушным зазором.

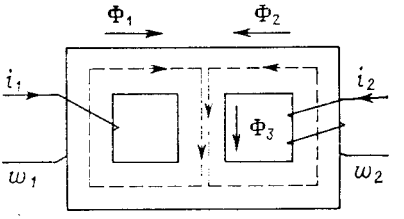


Рис. 4.5. Магнитопровод с двумя контурами (разветвленная магнитная цепь).

На рис. 4.4 в качестве примера изображена магнитная цепь, состоящая из ферромагнитного ($\mu_{a1} \gg 1$) тороида со средним радиусом ρ и поперечным сечением S. Тороид охватывается двумя обмотками w_1 и w_2, обтекаемыми токами i_1 и i_2. Тороид имеет в радиальной плоскости воздушный зазор шириной δ. Магнитный поток Φ, создаваемый намагничивающими силами $\theta_1 = i_1 w_1$ и $\theta_2 = i_2 w_2$, проходит в тороиде по участку длиной $2\pi\rho - \delta$ и по воздушному зазору, т. е. по участку длиной δ.

Магнитные сопротивления обоих участков $R_{\mu 1}$ и $R_{\mu 2}$ определяются согласно (4.8):

$$R_{\mu 1} = \frac{2\pi\rho - \delta}{\mu_{a1} S} \quad \text{и} \quad R_{\mu 2} = \frac{\delta}{\mu_{a2} S}.$$

В соответствии с (4.9)

$$\Phi = \frac{\sum\limits_{n} \theta_n}{\sum\limits_{k} R_{\mu k}} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{R_{\mu 1} + R_{\mu 2}} = \frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{\frac{2\pi\rho - \delta}{\mu_{a1} S} + \frac{\delta}{\mu_{a2} S}}. \qquad (4.10)$$

Отличие магнитной проницаемости ферромагнетиков μ_{a1} и воздуха μ_{a2} на два-три порядка указывает на то, что даже небольшие

воздушные зазоры в магнитопроводе существенно увеличивают его общее магнитное сопротивление $\sum_k R\mu_k$.

В целях упрощения проведенного расчета потока магнитопровода не учитывалась реально существующая, но малая часть магнитного поля, создаваемого обмотками w_1 и w_2 вне тороида. Потоки, описывающие эту часть магнитного поля, называют потоками рассеяния $\Phi_{рас1}$ и $\Phi_{рас2}$. Они обычно не превышают 10—30 % основного полезного потока Φ.

Уравнение (4.9), которое записывается также в форме

$$\sum_{k=1}^{K} H_k l_k = \sum_{n=1}^{N} w_n i_n, \tag{4.11}$$

называется вторым законом Кирхгофа для магнитной цепи (k — номер участка цепи, n — номер действующей в цепи МДС).

Разветвленные магнитные цепи (см., например, рис. 4.5) имеют узлы, в которых соединяются отдельные ветви цепи. Алгебраическая сумма потоков Φ_k всех K ветвей узла магнитной цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{K} \Phi_k = 0. \tag{4.12}$$

Уравнение (4.12) называется первым законом Кирхгофа для магнитной цепи. В узлах цепи, изображенной на рис. 4.5, согласно (4.12) будет иметь место

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0.$$

При упрощенных расчетах магнитных цепей длина пути магнитного потока на каждом участке принимается равной длине линии, проходящей через геометрические центры поперечных сечений. Расчеты магнитных цепей при широких пределах изменений магнитной индукции существенно усложняются, поскольку зависимость $\mu = f(H)$ определяется нелинейностью кривой намагничивания. В кривой намагничивания $B = f(H)$, изображенной на рис. 4.3, при напряженности поля H более 0,05 А/м начинается так называемое насыщение ферромагнетика, характеризуемое уменьшением магнитной проницаемости μ_a.

Нелинейные магнитные цепи описываются нелинейными уравнениями, решаемыми графическими или графоаналитическими методами.

Магнитная цепь с синусоидальным намагничивающим током $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ характеризуется напряженностью H, индукцией B и потоком Φ, которые также периодически с частотой ω изменяются во времени. Если значения H и B не выходят за пределы ненасыщенной части кривой намагничивания, то их мгновенные значения $H(t)$ и $B(t)$ являются гармоническими функциями времени:

$$H(t) = H_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad B(t) = B_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

и, следовательно,

$$\Phi(t) = \Phi_m \sin(\omega t + \psi_i). \tag{4.13}$$

Синусоидально изменяющиеся во времени величины $H(t)$, $B(t)$ и $\Phi(t)$, так же как и $i(t)$ (см. § 2.2), могут описываться соответствующими комплексными величинами:

$$\underline{H}_m = H_m \exp j(\omega t + \psi_i); \quad \underline{B}_m = B_m \exp j(\omega t + \psi_i);$$
$$\underline{\Phi}_m = \Phi_m \exp j(\omega t + \Psi_i), \tag{4.14}$$

или, если исключить операторы вращения $\exp j\omega t$,

$$\underline{H} = H_m \exp j\psi_i; \quad \underline{B} = B_m \exp j\psi_i; \quad \underline{\Phi} = \Phi_m \exp j\psi_i.$$

Комплексы $\underline{H}_m$, $\underline{B}_m$ и $\underline{\Phi}_m$ (или $\underline{H}$, $\underline{B}$, $\underline{\Phi}$) подчиняются законам магнитных цепей (4.7), (4.11) и (4.12) в комплексной форме, если предельные значения напряженности (магнитной индукции) не достигают области насыщения.

В режимах с насыщением магнитопроводов синусоидальный характер изменения $B(t)$ и $H(t)$ нарушается, и задачи расчета таких цепей весьма усложняются, требуя применения специальных методов.

§ 4.3. Энергия магнитного поля и электромагнитные силы

Включение индуктивности L, например в виде тороида, изображенного на рис. 4.1, на источник с напряжением u вызовет появление в ее обмотке тока i. В течение времени dt источник отдает магнитному полю энергию dW_m, определяемую согласно (1.17) и (1.19) уравнением

$$dW_m = ui\,dt = \frac{dLi}{dt}\,i\,dt = i\,dw\Phi.$$

Для однородного поля с учетом зависимостей $wi = H\mathscr{L}$ и $\Phi = SB$ уравнение для dW_m приобретает вид

$$dW_m = S\mathscr{L}H\,dB \text{ или } W_m = \mathscr{L}S\int_0^B H\,dB,$$

где S и $\mathscr{L}$ — соответственно сечение и длина магнитопровода.

В единице объема магнитопровода энергия магнитного поля W'_m будет равна

$$W'_m = \frac{W_m}{\mathscr{L}S} = \int_0^B H\,dB. \tag{4.15}$$

При постоянстве μ_a материала магнитопровода, т. е. в линейных магнитных цепях, $B = \mu_a H$, и тогда интеграл (4.15) приводится к виду

$$W'_m = \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{B^2}{\mu_a 2} = \frac{HB}{2}. \tag{4.16}$$

Уравнение для энергии магнитного поля в единице объема W'_m (4.16) вытекает также непосредственно из (1.19), если учесть зависимость индуктивности от параметров магнитной цепи, например в форме ферромагнитного тороида с обмоткой, для которого справедливо (4.8).

Магнитные цепи реальных электромагнитных устройств, работающих при переменных (например, синусоидальных) индукциях и напряженностях магнитного поля (4.13), циклически перемагничиваются согласно зависимости $B = f(H)$, имеющей вид петли гистерезиса (рис. 4.6).

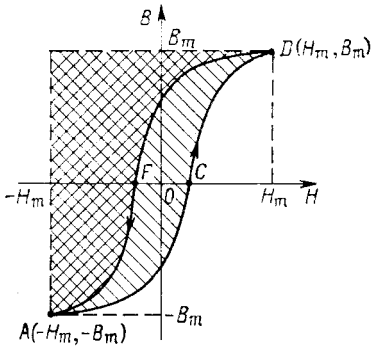


Рис. 4.6. Циклическая кривая перемагничивания ферромагнетика.

Если, например, в обмотке магнитопровода на рис. 4.1 изменять ток i от $-I_m$ до $+I_m$ и обратно до $-I_m$, то напряженность магнитного поля H будет претерпевать изменения от $-H_m$ до $+H_m$ и далее до $-H_m$. При этом переход магнитного материала из состояния A ($-H_m$, $-B_m$) в состояние D (H_m, B_m) происходит согласно кривой ACD. Обратный переход из состояния D в первоначальное состояние A происходит согласно кривой DFA. Изменение энергии магнитного поля ΔW_m за один цикл перемагничивания (состояния $A \to D \to A$) описывается (4.15):

$$\Delta W_m = \int H\,dB = \text{пл}\,ACDE - \text{пл}\,DFAE > 0.$$

Величина ΔW_m определяет потерю энергии на перемагничивание единицы объема магнитопровода в каждом цикле, т. е. за каждый период $T = 2\pi/\omega$ изменения намагничивающей силы θ или тока в обмотке намагничивания i. Для уменьшения потерь в магнитопроводах, которые работают при переменных индукциях, используются ферромагнитные материалы с узкой петлей гистерезиса (электротехнические стали).

Электромагнитная сила является следствием взаимодействия между проводником с током и магнитным полем, созданным другим проводником с током или постоянным магнитом.

Электромагнитная сила F взаимодействия элементов магнитной цепи может быть рассчитана по изменению энергии ее магнитного поля ∂W_m при взаимном перемещении этих элементов на величину ∂x:

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial x}. \qquad (4.17)$$

Так, например, сила F взаимного притяжения полюсов тороидального электромагнита (см. рис. 4.4) определяется по изменению

энергии магнитного поля $W_{m\delta}$ воздушного зазора при изменении его ширины δ. Согласно (4.15) и (4.16)

$$W_{m\delta} = S\delta W'_m = \frac{S\delta B_2}{\mu_{a2} 2},$$

где для данного случая B определяется из (4.4) и (4.10), а $\mu_{a2} = \mu_0$, так как относительная магнитная проницаемость воздуха μ_2 равна единице ($\mu_{a2} = \mu_2\mu_0 = \mu_0$).

При малых изменениях воздушного зазора δ индукция B изменяется незначительно, что упрощает здесь применение (4.17), если положить $x = \delta$:

$$F = \frac{\partial W_m \delta}{\partial \delta} = \frac{SB^2}{\mu_0 2}.$$

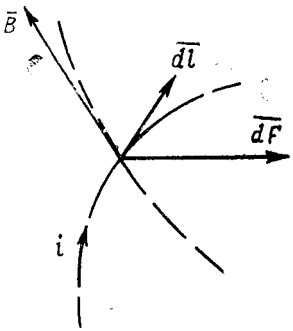


Рис. 4.7. Взаимная ориентация элементов токопровода, силовой линии внешнего магнитного поля и электродинамической силы.

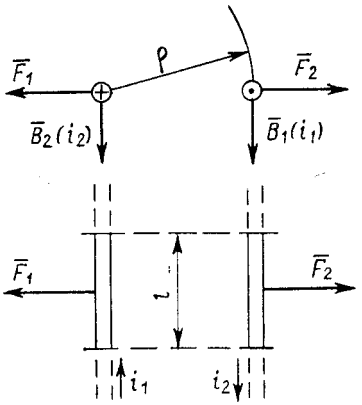


Рис. 4.8. Схема действия электромагнитных сил между параллельными токопроводами.

Сила F', действующая на единицу поверхности тороида в воздушном зазоре, равна

$$F' = \frac{F}{S} = \frac{B^2}{\mu_0 2}.$$

Электромагнитная сила $\overline{dF}$, действующая на элемент проводника dl с током i в магнитном поле $\bar{B}$, определяется законом Ампера

$$\overline{dF} = i\,[\overline{dl},\ \bar{B}], \tag{4.18}$$

где $\overline{dl}$ — вектор, равный по модулю dl и направленный по касательной к контуру проводника с током в точке действия силы $\overline{dF}$ (рис. 4.7).

В частной задаче расчета электромагнитных сил F_m, действующих на участке l каждого из двух бесконечно длинных параллель-

ных проводников в воздухе с встречно направленными токами i_1 и i_2 (рис. 4.8), применение (4.18) к участку $O-l$ проводника с током i_2 дает следующую формулу:

$$F_2 = \int_0^l dF_2 = \int_0^l i_2 B_1 \, dl = \frac{\mu_0 l i_1 i_2}{2\pi\rho}, \tag{4.19}$$

так как $|[\overline{dl}, \overline{B}_1]| = dl \cdot B_1$ и согласно (4.4) $B_1 = \mu_0 H_1 = \mu_0 i_1 / 2\pi\rho$ при расстоянии между проводниками ρ.

Такой же результат получается и при расчете согласно (4.17) энергии магнитного поля, создаваемого обоими параллельными проводниками с токами i_1 и i_2 на отрезке линии длиной l.

При конечной длине $\mathscr{L}$ взаимодействующих проводников с током вычисление по (4.19) дает положительную погрешность, относительная величина которой не превышает $\rho/\mathscr{L}$.

§ 4.4. Электромагнитная индукция

Электромагнитной индукцией называется явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, т. е., во-первых, при движении контура относительно стационарного, не изменяющегося во времени магнитного поля, и, во-вторых, при неподвижном контуре в магнитном поле, которое изменяется во времени.

Количественно это явление описывается законом Фарадея: ЭДС электромагнитной индукции e в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ сквозь поверхность, ограниченную контуром:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{4.20}$$

Знак «минус» в (4.20) выражает правило Ленца: ток индукции, возникающий благодаря ЭДС индукции, имеет направление, при котором ослабляется изменение потока, создающего ЭДС индукции.

Для случая движения контура в поле выражение (4.20) может быть получено исходя из представлений о действии силы Лоренца на свободный заряд, движущийся в магнитном поле. Если проводник движется со скоростью $\overline{V}$ в магнитном поле $\overline{B}$, то в каждом элементе $\overline{dl}$ по всей его длине будет индуцироваться ЭДС

$$de = \overline{B}\,[\overline{dl}\,\overline{V}], \tag{4.21}$$

которая является проявлением силы Лоренца. В замкнутом контуре L суммарная индуцированная ЭДС определится выражениями:

$$e = \oint_L de = \oint_L \overline{B}\,[\overline{dl}\,\overline{V}] = -\frac{d\Phi}{dt}, \tag{4.22}$$

которые соответствуют (4.20), если понимать $d\Phi$ как изменение магнитного потока, пронизывающего контур при его движении в магнитном поле. Контурный интеграл в (4.22) приводится к форме (4.20) согласно правилам векторного исчисления.

Справедливость формулы (4.22) и ее соответствие (4.20) просто проверить на частном примере, когда линейный проводник длиной l движется в однородном поле со скоростью $\overline{V}=\frac{\overline{dx}}{dt}$ при взаимной перпендикулярности векторов $\overline{B}$, $\overline{dl}$ и $\overline{V}$. Индуцируемая в нем ЭДС согласно (4.21) будет равна

$$e=BlV \quad \text{или} \quad e=Bl\frac{dx}{dt}. \tag{4.23}$$

Произведение $l\,dx$ равно изменению dS поверхности, охватываемой контуром проводника при перемещении его стороны l на величину dx в направлении вектора скорости $\overline{V}$ за время dt. Тогда изменение магнитного потока $d\Phi$ через поверхность контура из-за движения проводника l будет равно произведению $Bl\,dx$, что приводит выражение (4.23) к (4.22) и, следовательно, к (4.20).

Поток Φ в общем случае может быть обусловлен действием ряда намагничивающих сил $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_K$, каждая из которых θ_k вносит соответствующую составляющую $\Phi_k(\theta_k)$ в общий магнитный поток Φ:

$$\Phi(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_K)=\sum_{k=1}^{K}\Phi_k(\theta_k). \tag{4.24}$$

Если контур представим в виде нескольких (K) участков, то каждый из них, имеющий w_k витков, будет сцепляться со своим потоком Φ_k. Тогда полный магнитный поток, сцепляющийся с этим контуром, называемый в электротехнике потокосцеплением контура Ψ, будет определяться суммой

$$\Psi=\sum_{k=1}^{K}w_k\Phi_k. \tag{4.25}$$

Выражение (4.25) является обобщением (4.10) и (4.24).

Уравнение (4.25) позволяет определять согласно (1.16) ЭДС, индуцируемые в контуре под действием любого числа сцепляющихся с ним переменных потоков.

Применение (4.24) и (4.25) в частном случае идеализированного магнитопровода (без полей рассеяния) с двумя обмотками w_1 и w_2, обтекаемыми токами i_1 и i_2 (см. рис. 4.4), позволяет определить потокосцепления Ψ_{01} и Ψ_{02} соответственно обмоток w_1 и w_2 и индуцируемых в них ЭДС e_{01} и e_{02}. Обмотки создают намагничивающие силы $\theta_1=w_1i_1$ и $\theta_2=w_2i_2$, которые дадут составляющие $\Phi_{10}(\theta_1)$ и $\Phi_{20}(\theta_2)$ общего магнитного потока Φ_0. Обе составляющие потока будут замыкаться по одному и тому же (об-

щему) магнитному контуру с сопротивлением $R_{\mu 0}$, что позволяет написать

$$\Phi_{10} = \frac{i_1 w_1}{R_{\mu 0}} \text{ и } \Phi_{20} = \frac{i_2 w_2}{R_{\mu 0}}.$$

Потокосцепление Ψ_{10} обмотки w_1 согласно (4.25) равно

$$\Psi_{10} = w_1 \Phi_0 = w_1 \Phi_{10} + w_1 \Phi_{20} = \frac{w_1^2}{R_{\mu 0}} i_1 + \frac{w_1 w_2}{R_{\mu 0}} i_2$$

или

$$\Psi_{10} = L_{10} i_1 + M_{12} i_2. \tag{4.26}$$

Здесь $L_{10} = \frac{w_1^2}{R_{\mu 0}}$ — индуктивность обмотки w_1, а $M_{12} = \frac{w_1 w_2}{R_{\mu 0}}$ — взаимная индуктивность обмоток w_1 и w_2, которая является коэффициентом пропорциональности между током i_2 и им создаваемой частью потокосцепления обмотки w_1.

Если i_1 и i_2 изменяются во времени, то магнитное поле (магнитные потоки) будут также изменяться во времени и, следовательно, вызывать появление в обмотке w_1 общей ЭДС $e_{10}(i_1, i_2)$:

$$e_{10}(i_1, i_2) = -\frac{d\Psi_{10}}{dt} = -L_{10}\frac{di_1}{dt} - M_{12}\frac{di_2}{dt}. \tag{4.27}$$

Аналогичные выражения получаются и для обмотки w_2:

$$\Psi_{20} = L_{20} i_2 + M_{21} i_1; \tag{4.28}$$

$$e_{20}(i_2, i_1) = -\frac{d\Psi_{20}}{dt} = -L_{20}\frac{di_2}{dt} - M_{21}\frac{di_1}{dt}, \tag{4.29}$$

где

$$L_{20} = \frac{w_2^2}{R_{\mu 0}}; \quad M_{21} = \frac{w_1 w_2}{R_{\mu 0}} = M_{12} = M.$$

В реальных электромагнитных устройствах обмотки намагничивания создают магнитное поле не только в пределах предназначенного для этого магнитопровода, но и в окружающем пространстве. Части магнитного поля вне магнитопровода, как указывалось в § 4.2, называются полями рассеяния и описываются количественно потоками рассеяния. На рис. 4.9 показаны магнитные силовые линии, соответствующие полезному потоку Φ_{10}, который сцепляется с обмотками w_1 и w_2. Кроме того, там показаны магнитные силовые линии поля рассеяния обмотки w_1, не сцепляющиеся с обмоткой w_2. Эта часть поля описывается потоками рассеяния $\Phi'_{\text{рас}1}$ и $\Phi''_{\text{рас}1}$, которые могут быть объединены общей величиной — общим потоком рассеяния $\Phi_{\text{рас}1}$ обмотки w_1 ($\Phi_{\text{рас}1} = \Phi'_{\text{рас}1} + \Phi''_{\text{рас}1}$). Поток рассеяния $\Phi_{\text{рас}1}$, пропорциональный на-

магничивающему току i_1, создает дополнительную составляющую потокосцепления обмотки w_1:

$$\Psi_{рас1} = w_1 \Phi_{рас1} = L_{рас1} i_1. \tag{4.30}$$

Индуктивность рассеяния обмотки определяется согласно (4.8) числом ее витков w_1 и магнитным сопротивлением путей потока рассеяния $R_{\mu 1рас}$:

$$L_{рас1} = \frac{w_1^2}{R_{\mu 1рас}}. \tag{4.31}$$

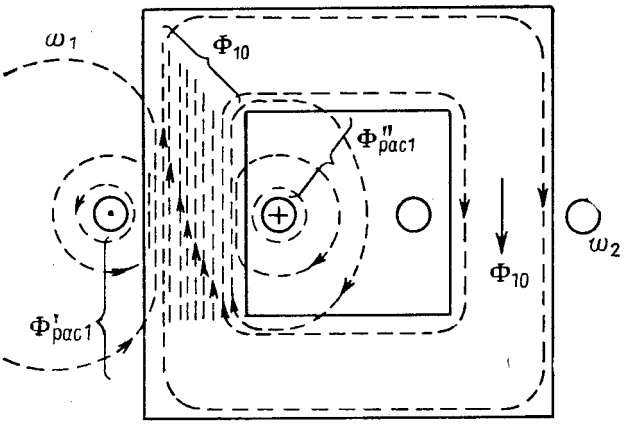


Рис. 4.9. Магнитные силовые линии основного потока Ф и потоков рассеяния $\Phi'_{рас1}$, $\Phi''_{рас1}$, создаваемых обмоткой.

Аналогичное рассуждение в отношении обмотки w_2, обтекаемой током i_2, приведет к понятиям, во-первых, составляющей полезного потока Φ_{20} как части общего для обеих обмоток потока Φ_0, который создается обеими обмотками: $\Phi_0 = \Phi_{10}(i_1) + \Phi_{20}(i_2)$, и, во-вторых, потока поля рассеяния обмотки w_2 $\Phi_{рас2}(i_2)$ и ему соответствующих величин $\Psi_{рас2}$ и $L_{рас2} = w_2^2 / R_{\mu 2рас}$.

С учетом полей рассеяния уравнения (4.26) и (4.28) должны быть записаны в более общем виде

$$\Psi_1 = (L_{10} + L_{рас1}) i_1 + M i_2 = L_1 i_1 + M i_2;$$

$$\Psi_2 = (L_{20} + L_{рас2}) i_2 + M i_1 = L_2 i_2 + M i_1,$$

где $L_1 = L_{10} + L_{рас1}$ и $L_2 = L_{20} + L_{рас2}$.

Соответственно изменятся (4.27) и (4.29):

$$e_1 = e_{10}(i_1, i_2) + e_{рас1}(i_1) = -L_{10}\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} - L_{рас1}\frac{di_1}{dt}; \tag{4.32}$$

$$e_2 = e_{20}(i_2, i_1) + e_{рас2}(i_2) = -L_{20}\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} - L_{рас2}\frac{di_2}{dt}, \tag{4.33}$$

где $e_{рас1}$ и $e_{рас2}$ — ЭДС самоиндукции от изменения потоков рассеяния; e_{10} и e_{20} — ЭДС самоиндукции от изменения составляющих общего потока Φ_{10} и Φ_{20}. ЭДС взаимной индукции обмоток e_{12} и e_{21} будут равны

$$e_{12} = -M\frac{di_2}{dt} \text{ и } e_{21} = -M\frac{di_1}{dt}.$$

§ 4.5. Назначение, конструкция, принцип действия трансформатора

Трансформатором называется статическое электромагнитное устройство, преобразующее электрическую энергию переменного тока с одним уровнем (действующим значением) напряжения в электрическую энергию переменного тока с другим уровнем напряжения при неизменной частоте напряжения. Одновременно происходит преобразование уровня тока в силу закона сохранения энергии:

$$S_1 = U_1I_1 = S_2 = U_2I_2,$$

где величины с индексом 1 относятся к источнику электроэнергии, на который включен трансформатор, а с индексом 2 — к потребителям, включенным на этот источник через трансформатор.

Основное назначение трансформаторов — согласование уровней номинальных (рабочих) напряжений (или токов) источников и потребителей. На судах номинальное действующее значение линейного напряжения источников (синхронных генераторов) равно 230—400 В. Потребители имеют номинальные напряжения 12, 36, 127, 220 В и др. Они получают электрическую энергию через трансформаторы, которые иногда называют силовыми. Мощность стандартных судовых силовых трансформаторов составляет от сотен ватт до сотен киловатт.

Для согласования уровней рабочих напряжений (токов) электроизмерительных приборов с уровнем измеряемых ими напряжений (токов) применяются измерительные трансформаторы (напряжения и тока).

Отдельную группу составляют трансформаторы специального назначения: для судовых статических преобразователей, сварочные автотрансформаторы и др. В состав радиотехнических систем, систем управления, устройств судовой электроавтоматики входят импульсные, разделительные, согласующие, дифференцирующие и другие типы маломощных трансформаторов.

В зависимости от числа фаз цепей различают однофазные и трехфазные трансформаторы. Трансформаторы, используемые для уменьшения напряжений, называются понижающими, а для увеличения напряжения — повышающими. Принципиально любой трансформатор обратим: может являться либо повышающим, либо понижающим.

Варианты условного изображения трансформаторов в электрических схемах показаны на рис. 4.10.

Трансформатор состоит из замкнутого ферромагнитного сердечника и обмоток. Сердечник выполняется из тонких изолированных друг от друга пластин из ферромагнитного материала, имеющего малую площадь петли гистерезиса. Этим достигается

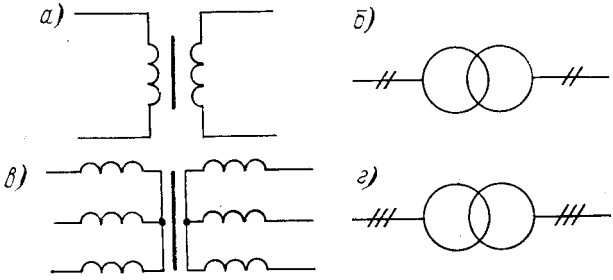


Рис. 4.10. Условные обозначения схем однофазного (*а*, *б*) и трехфазного (*в*, *г*) трансформаторов.

уменьшение потерь мощности в сердечнике на вихревые токи и на гистерезис. В сердечнике пластины располагаются вдоль силовых линий поля. В этом направлении сердечника стремятся предельно уменьшить воздушные зазоры для уменьшения магнитного сопротивления магнитопровода. Участки сердечника, на которых расположены обмотки, называются стержнями, а свободные от обмо-

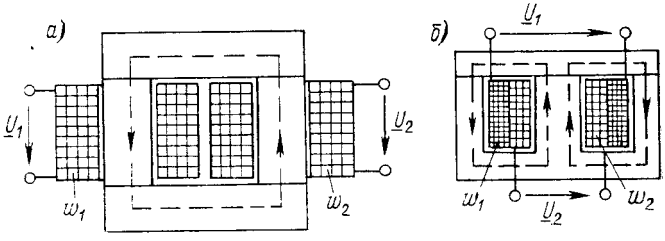


Рис. 4.11. Схемы расположения обмоток однофазного трансформатора при неразветвленной (*а*) и разветвленной (*б*) магнитных цепях.

ток — ярмами. Обмотки, выполняемые из медного или алюминиевого провода с электрической изоляцией, могут располагаться чередующимися концентрическими слоями с целью уменьшения их потоков рассеяния. Обмотки друг от друга электрически изолированы (гальванически не связаны).

Простейший двухобмоточный однофазный трансформатор показан на рис. 4.11. Здесь показаны варианты расположения обмоток на различных стержнях. Обмотка, подключенная к источнику переменного напряжения, называется первичной. Обмотка, к которой подключается потребитель, называется вторичной.

Принцип действия трансформатора удобно рассмотреть на модели (рис. 4.12) идеального трансформатора. Идеальный трансформатор должен обладать следующими свойствами: 1) отсутст-

вие потерь энергии в обмотках (при протекании по ним токов) и магнитопроводе (при переменном магнитном потоке); 2) отсутствие потоков рассеяния у первичной и вторичной обмоток; 3) отсутствие насыщения магнитной цепи.

Пусть первичная обмотка идеального трансформатора w_1 включена на источник синусоидального напряжения $u_1 = U_{m1} \times \sin \omega t$, а вторичная w_2 разомкнута, т. е. трансформатор рабо-

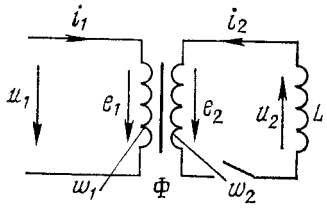


Рис. 4.12. Схема идеального трансформатора с индуктивной нагрузкой.

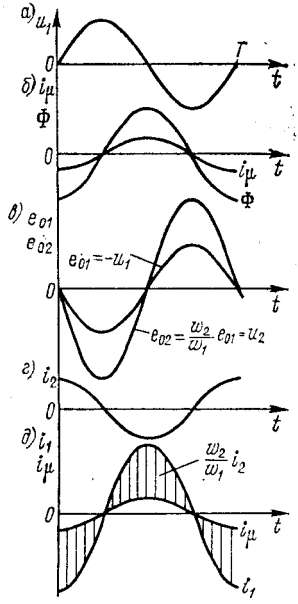


Рис. 4.13. Мгновенные значения напряжений, потока и токов идеального повышающего трансформатора.

тает в режиме холостого хода ($i_2 = 0$). При принятых допущениях обмотка w_1 является идеальным индуктивным элементом. Напряжение u_1 (рис. 4.13, *а*) вызовет в обмотке w_1 ток холостого хода $i_{1x} = i_\mu$ (рис. 4.13, *б*), который согласно данным табл. 2.1 будет отставать по фазе от напряжения u_1 на угол $\pi/2$: $i_\mu = I_{\mu m} \sin(\omega t - \pi/2)$. Ток i_μ называется током намагничивания трансформатора.

Ток i_μ создает поток $\Phi(t)$, равный согласно (4.6)

$$\Phi(t) = \frac{w_1 i_\mu}{R_\mu} = \frac{w_1}{R_\mu} I_{\mu m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

и, следовательно, ЭДС самоиндукции e_{01} (рис. 4.13, *г*)

$$e_{01} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{dw_1\Phi(t)}{dt} = -E_{0m1} \sin \omega t,$$

где $E_{0m1} = w_1 \omega \Phi_m$ или $E_{01} = 4{,}44 w_1 f \Phi_m$.

ЭДС e_{01} уравновешивает приложенное напряжение u_1, и поэтому при $U_{m1} = \text{const}$ и $\omega = \text{const}$ амплитуда Φ_m и фаза $(-\pi/2)$ потока будут постоянны (рис. 4.13, *в*).

В обмотке w_2, пронизываемой потоком $\Phi(t)$, также будет индуцироваться ЭДС e_{02}:

$$e_{02} = -\frac{dw_2\Phi(t)}{dt} = -E_{0m2}\sin\omega t = E_{0m2}\sin(\omega t - \pi),$$

где

$$E_{0m2} = w_2\omega\Phi_m\frac{w_2}{w_1}E_{0m1} \text{ или } E_{02} = 4{,}44w_2f\Phi_m. \qquad (4.34)$$

Напряжение u_2 на зажимах обмотки w_2 будет равно ЭДС e_{02} (рис. 4.13, *в*). Отношение ЭДС e_{01} и e_{02}, равное отношению чисел витков w_1 и w_2, называется коэффициентом трансформации:

$$\frac{e_{01}}{e_{02}} = \frac{E_{0m1}}{E_{0m2}} = \frac{w_1}{w_2} = K \text{ или } \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{w_1}{w_2} = K. \qquad (4.35)$$

Если обмотку w_2 включить на нагрузку (на рис. 4.12 в качестве примера выбрана нагрузка в виде индуктивности L), то по ее контуру пойдет ток i_2 (см. рис. 4.13, *г*), отстающий по фазе от e_{02} на $\pi/2$:

$$i_2 = \frac{E_{0m2}}{\omega L}\sin\left(\omega t - \pi - \frac{\pi}{2}\right) = I_{m2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Ток i_2 создаст МДС, которая совместно с МДС, создаваемой током i_1, определит согласно (4.10) поток трансформатора $\Phi(t)$:

$$\Phi(t) = \frac{w_1i_1 + w_2i_2}{R_\mu}.$$

По условию $U_{m1} = E_{0m1} = \text{const}$ поток не может измениться несмотря на появление тока нагрузки i_2. Тогда в силу (4.10) и условия неизменности $\Phi(t)$

$$w_1i_\mu = w_1i_1 + w_2i_2 \qquad (4.36)$$

или, если i_1 рассматривать как сумму, состоящую из двух составляющих i_μ и величины Δi_1, обусловленной током i_2,

$$w_1i_\mu = w_1(i_\mu + \Delta i_1) + w_2i_2.$$

Следовательно, ток нагрузки i_2 вызывает изменение тока первичной обмотки на величину (см. рис. 4.13, *д*)

$$\Delta i_1 = -\frac{w_2}{w_1}i_2 = -\frac{w_2}{w_1}I_{m2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Этот эффект изменения тока первичной обмотки i_1 при изменении тока вторичной i_2 называется иногда саморегулированием трансформаторов.

В связи с тем, что напряжение источника u_1 синусоидально, а магнитная цепь линейна, все рассмотренные переменные величины (e_{01}, e_{02}, Φ, i_1, i_2) оказываются тоже синусоидальными и, следовательно, могут описываться им соответствующими ком-

плексными величинами, которые будут подчиняться полученным здесь зависимостям, выраженным в комплексной форме.

В комплексной форме уравнения $u_1 = e_{01}$, (4.35) и (4.36) приобретают вид

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_{01}; \quad \frac{\underline{E}_{01}}{w_1} = \frac{\underline{E}_{02}}{w_2}; \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \frac{w_2}{w_1}\underline{I}_2. \tag{4.37}$$

Если воспользоваться (4.27) для режима холостого хода ($i_2 = 0$)

$$e_{01} = -L_{01}\frac{di_\mu}{dt} \tag{4.38}$$

и перейти к комплексным величинам, то

$$\underline{E}_{01} = -j\omega L_{01}\underline{I}_\mu = -jx_\mu\underline{I}_\mu = -jx_\mu\left(\underline{I}_1 + \frac{w_2}{w_1}\underline{I}_2\right),$$

где $x_\mu = \omega L_{01}$ называется индуктивным сопротивлением контура намагничивания.

§ 4.6. Математическое описание реального однофазного трансформатора

Практическое использование трансформаторов во многих случаях требует учета имеющих место потерь энергии, а также рассеяния магнитного поля вне основного магнитопровода, на котором расположены обмотки.

Потери энергии ΔP_1 и ΔP_2 в обмотках w_1 и w_2 определяются их активными сопротивлениями r_1 и r_2:

$$\Delta P_1 = r_1 I_1^2 \text{ и } \Delta P_2 = r_2 I_2^2. \tag{4.39}$$

Магнитные поля рассеяния обмоток w_1 и w_2 обусловливают, согласно (4.32), (4.33), появление в этих обмотках дополнительных ЭДС — ЭДС рассеяния $e_{\text{рас}1}$ и $e_{\text{рас}2}$, комплексные действующие значения которых будут $\underline{E}_{\text{рас}1}$ и $\underline{E}_{\text{рас}2}$.

Применительно к цепям обмоток w_1 и w_2 второй закон Кирхгофа позволяет с учетом (4.37) составить уравнения

$$\left.\begin{aligned} -\underline{U}_1 + r_1\underline{I}_1 &= \underline{E}_{01} + \underline{E}_{\text{рас}1}; \\ \underline{U}_2 + r_2\underline{I}_2 &= \underline{E}_{02} + \underline{E}_{\text{рас}2}. \end{aligned}\right\} \tag{4.40}$$

Комплексы $\underline{E}_{\text{рас}1}$ и $\underline{E}_{\text{рас}2}$ определяются с помощью индуктивностей рассеяния $L_{\text{рас}1}$ и $L_{\text{рас}2}$ [см. (4.31) и далее]:

$$\underline{E}_{\text{рас}1} = -j\omega L_{\text{рас}1}\underline{I}_1 = -jx_{\text{рас}1}\underline{I}_1;$$

$$\underline{E}_{\text{рас}2} = -j\omega L_{\text{рас}2}\underline{I}_2 = -jx_{\text{рас}2}\underline{I}_2,$$

где $x_{\text{рас}1} = \omega L_{\text{рас}1}$ и $x_{\text{рас}2} = \omega L_{\text{рас}2}$ — реактивные сопротивления рассеяния обмоток соответственно w_1 и w_2.

Уравнения (4.40), являющиеся математическим описанием реального трансформатора, записывают с учетом введенных параметров $x_{рас1}$ и $x_{рас2}$ в более компактной и удобной для расчетов форме:

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= -\underline{E}_{01} + \underline{Z}_1\underline{I}_1; \\ \underline{E}_{02} &= \underline{U}_2 + \underline{Z}_2\underline{I}_2, \end{aligned}\right\} \tag{4.41}$$

где $\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{рас1}$ и $\underline{Z}_2 = r_2 + jx_{рас2}$.

Комплекс $\underline{U}_2$ связан с сопротивлением нагрузки $\underline{Z} = r + jx$ очевидным сотношением $\underline{U}_2 = \underline{Z}\underline{I}_2$.

В режиме холостого хода в реальном трансформаторе имеют место потери ΔP_c, определяемые главным образом циклическим перемагничиванием магнитопровода и отчасти его насыщением. Этот физический эффект в математическом описании реального трансформатора учитывается эквивалентированием ЭДС $\underline{E}_{01}$ падением напряжения от намагничивающего тока не только на индуктивном сопротивлении x_μ (см. § 4.5), но и на активном сопротивлении r_μ, определяемом уравнением

$$r_\mu = \frac{\Delta P_c}{I_\mu^2}.$$

Таким образом, для реального трансформатора

$$\underline{E}_{01} = \underline{Z}_\mu \underline{I}_\mu, \tag{4.42}$$

где $\underline{Z}_\mu = r_\mu + jx_\mu$.

Уравнение для вторичной обмотки оказывается удобным преобразовать — «привести к первичной обмотке». Операция приведения состоит в замене переменных согласно соотношениям

$$\left.\begin{aligned} &\underline{E}'_{02} = k\underline{E}_{02}; && k = \frac{w_1}{w_2}; \\ &\underline{U}'_2 = k\underline{U}_2; && \underline{Z}'_2 = k^2\underline{Z}_2 = k^2(r_2 + jx_2) = r'_2 + jx'_2; \\ &\underline{I}'_2 = k^{-1}\underline{I}_2; && \underline{Z}' = k^2\underline{Z} = k^2(r + jx) = r' + jx', \end{aligned}\right\} \tag{4.43}$$

где величины со штрихами носят название приведенных к первичной обмотке.

Операция приведения изменением масштаба напряжения, ЭДС, тока и сопротивлений контура вторичной обмотки не касается мощностей. В последнем легко убедиться с помощью очевидных равенств

$$S_2 = U_2 I_2; \quad S'_2 = U'_2 I'_2 = kU_2 \frac{1}{k} I_2 = S_2.$$

На основании (4.41) и (4.42) математическое описание реального однофазного трансформатора приводится к системе

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= -\underline{Z}_\mu \underline{I}_\mu + \underline{Z}_1 \underline{I}_1; \\ \underline{E}'_{02} &= \underline{U}'_2 + \underline{Z}'_2 \underline{I}'_2, \end{aligned}\right\} \qquad (4.44)$$

где

$$\underline{E}'_{02} = \underline{E}_{01}; \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2; \quad \underline{U}'_2 = \underline{Z}\underline{I}'_2 = (r' + jx')\underline{I}'_2.$$

Следует отметить, что Z_1 и Z'_2 почти на два порядка меньше, а Z_μ почти на два порядка больше, чем сопротивление номинальной нагрузки $Z'_{\text{ном}} = U'_{2\text{ном}}/I'_{2\text{ном}}$.

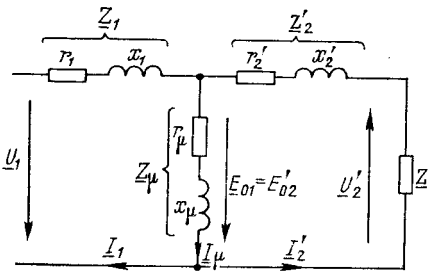


Рис. 4.14. Эквивалентная схема замещения реального однофазного трансформатора, приведенная к первичной обмотке.

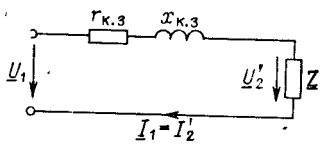


Рис. 4.15. Упрощенная эквивалентная схема замещения однофазного трансформатора.

Системе уравнений (4.43) и (4.44) соответствует электрическая схема, представленная на рис. 4.14, которая называется Т-образной схемой замещения трансформатора.

Схема замещения содержит три ветви. Ветвь, включающая комплексное сопротивление $\underline{Z}_1$, соответствует процессам, происходящим в первичной обмотке трансформатора. Явления во вторичной обмотке трансформатора эквивалентируются комплексным сопротивлением $\underline{Z}'_2$ во второй ветви схемы замещения. В эту же ветвь включено комплексное сопротивление $\underline{Z}'$, представляющее нагрузку трансформатора. Ветвь с комплексным сопротивлением $\underline{Z}_\mu$ называется ветвью намагничивания. Эта ветвь учитывает процессы в сердечнике трансформатора.

Применение схемы замещения, в которой реальная магнитная связь между обмотками заменена электрической (контактной) связью и сокращено число переменных величин, позволяет упростить практические расчеты процессов в трансформаторе.

При наиболее вероятных нагрузках трансформатора $I_\mu \ll I_1$. Это позволяет в Т-образной схеме замещения исключить ветвь намагничивания. Получается удобная для оценочных расчетов упрощенная схема замещения трансформатора (рис. 4.15), на которой

комплексное сопротивление трансформатора $\underline{Z}_{к.з}$ равно сумме комплексных сопротивлений обмоток:

$$\underline{Z}_{к.з} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2' = r_{к.з} + jx_{к.з}, \tag{4.45}$$

где с учетом (4.43) $r_{к.з} = r_1 + r_2'$ и $x_{к.з} = x_{рас1} + x'_{рас2}$. Сопротивление $\underline{Z}_{к.з}$ называется сопротивлением короткого замыкания, так как оно равно сопротивлению трансформатора $(\underline{U}_1/\underline{I}_1)$ при коротком замыкании его вторичной обмотки $(\underline{U}_2 = 0)$.

Упрощенной схеме замещения отвечает упрощенное математическое описание трансформатора

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2' + \underline{Z}_{к.з}\,\underline{I}_1; \\ \underline{U}_2' &= \underline{Z}'\underline{I}_2' = \underline{Z}'\underline{I}_1. \end{aligned}\right\} \tag{4.46}$$

§ 4.7. Характеристики и режимы работы трансформатора

Для нормальной работы потребителей электрической энергии, являющихся нагрузкой трансформатора, необходимо, чтобы действующее значение вторичного напряжения U_2 (или U_2') оставалось неизменным во всем диапазоне значений его нагрузки. Однако вторичное напряжение U_2 изменяется с изменением тока нагрузки трансформатора I_2 (или I_2'), что непосредственно следует из уравнения (4.46):

$$\underline{U}_2' = \underline{U}_1 - \underline{Z}_{к.з}\underline{I}_2'. \tag{4.47}$$

Зависимости $U_2 = f(I_2)$ при $\cos\varphi = \text{const}$, соответствующие (4.47), называются **внешними характеристиками** трансформатора.

Изменение вторичного напряжения U_2, обозначаемое ΔU_2, при переходе трансформатора от холостого хода к нагрузке с учетом (4.43) будет равно

$$\Delta U_2 = \frac{w_2}{w_1}(U_1 - U_2').$$

Полагая ток нагрузки трансформатора равным $\underline{I}_2' = I_2'(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ и пользуясь (4.47), можно получить выражение для ΔU_2:

$$\Delta U_2 \simeq \frac{w_2}{w_1}(r_{к.з}\cos\varphi + x_{к.з}\sin\varphi)\,I_2', \tag{4.48}$$

в котором исключены члены, мало влияющие на величину ΔU_2 (рис. 4.16).

Зависимости изменения вторичного напряжения ΔU_2 от тока нагрузки I_2, которые отвечают нескольким фиксированным значе-

ниям коэффициента мощности $\cos\varphi$, показаны в процентах от напряжения U_2 в режиме холостого хода на рис. 4.17. Изменение вторичного напряжения судовых силовых трансформаторов ΔU_2, имеющих мощность более 1 кВт, в диапазоне изменения нагрузки от нуля до номинального значения (при $\cos\varphi \approx 0{,}8$) не превышает 5 % его номинального значения $U_{2\,ном}$. Для маломощных трансформаторов изменения вторичного напряжения существенно бо́льшие.

Номинальным вторичным напряжением считается его значение в режиме холостого хода (т. е. при $I_2 = 0$).

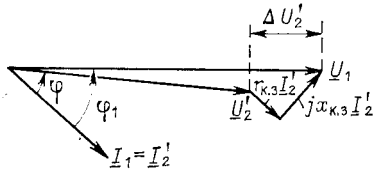


Рис. 4.16. Векторная диаграмма однофазного трансформатора, соответствующая упрощенной схеме замещения.

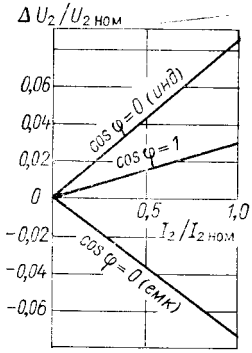


Рис. 4.17. Зависимость изменения вторичного напряжения трансформатора от тока и коэффициента мощности нагрузки.

КПД трансформатора η равен отношению активной мощности P_2, отдаваемой трансформатором в нагрузку, к активной мощности P_1, потребляемой трансформатором от источника. Мощности $P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1$ и $P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi$ отличаются на величину потерь мощности в трансформаторе:

$$P_1 = P_2 + \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_c$$

и, следовательно,

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_c}. \qquad (4.49)$$

Для двухобмоточного трансформатора при $I_\mu \ll I_1$ имеет место $I_1 = \underline{I}_2'$ или $I_1 = I_2'$. Тогда согласно формуле (4.39)

$$\Delta P_1 = r_1 I_1^2 = r_1 k^2 I_2^2 \text{ и } \Delta P_2 = r_2 I_2^2,$$

поэтому

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = (r_1 k^2 + r_2) I_2^2.$$

Потери мощности в магнитопроводе ΔP_c зависят от максимального значения магнитной индукции (см. § 4.3) или соответствующей ему максимальной амплитуды потока Φ_m. Последняя мало изменяется в зависимости от режима нагрузки трансформатора, поэтому ΔP_c при расчете КПД принимается величиной постоянной.

Таким образом, КПД согласно (4.49) оказывается следующей функцией тока I_2 и коэффициента мощности $\cos\varphi$ нагрузки:

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos\varphi}{U_2 I_2 \cos\varphi + (r_1 k^2 + r_2) I_2^2 + \Delta P_c}. \qquad (4.50)$$

График зависимости КПД от тока нагрузки I_2 при $\cos\varphi = \text{const}$ представлен на рис. 4.18. КПД существенно зависит от величины нагрузки. При некоторой нагрузке КПД достигает максимума.

Трансформаторы проектируются так, чтобы они работали с максимальным КПД при наиболее вероятной нагрузке, равной, как правило, 60—80 % ее максимального значения. Номинальному току нагрузки отвечает номинальный КПД $\eta_{ном}$. Для судовых силовых трансформаторов $\eta_{ном} = 0{,}92 \div 0{,}98$.

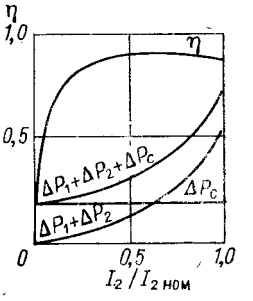


Рис. 4.18. Потери и КПД трансформатора в зависимости от тока нагрузки.

Режим работы трансформаторов лимитируется предельными температурами их нагрева (из-за потерь в обмотках и магнитопроводе), механическими напряжениями (из-за электромагнитных сил взаимодействия токопроводов) и электрической прочностью изоляции обмоток (при воздействии повышенных напряжений). Нормальными для трансформаторов являются режимы в пределах от холостого хода до номинального. В качестве номинального принимается длительный режим нагрузки, не вызывающий повышения температуры обмоток выше значения, при котором начинается ускоренный износ (старение) изоляции. Для судовых трансформаторов в зависимости от материала изоляции предельными значениями температуры являются 135 или 180 °С.

Повышенный перегрев вызывают токи в обмотках, бóльшие, чем их номинальные значения, устанавливаемые для каждого трансформатора. Повышенный нагрев возникает также, если трансформатор включается на источник с напряжением, превышающим номинальное. Последнее приводит к увеличению максимальных значений индукции B_m, а это связано с повышением потерь в обмотках и в магнитопроводе. Обычно максимальная индукция ограничивается значениями 1,1—1,6 Тл.

Для трансформаторов опасно короткое замыкание вторичной обмотки. В этом аварийном режиме возникают значительные токи, превышающие номинальные более чем на порядок. Они обусловливают большие электромагнитные усилия, которые могут привести к механическим разрушениям обмоток. Кроме того, большие токи короткого замыкания сопровождаются значительными тепловыделениями и недопустимыми перегревами изоляции обмоток, ведущими к ее порче. Режим короткого замыкания допустим

только при понижении напряжения питания до сотых долей номинального значения.

§ 4.8. Примеры электромагнитных расчетов

Расчет электромагнитных сил взаимодействия шинопроводов. Определить значения электромагнитной силы взаимодействия двух шин (токопроводов прямоугольного сечения) судовой электростанции при протекании: 1) номинального тока генератора $I_{ном}=2{,}9$ кА; 2) максимального (ударного) тока, при коротком замыкании вблизи генератора $i_{уд}=50$ кА.

Частота напряжения генератора составляет 50 Гц. Расстояние между шинами $\rho=0{,}05$ м. Расчет следует выполнить для участка шинопровода между двумя его опорами, длина которого $l=0{,}5$ м.

Решение. 1) В номинальном режиме по шинам протекают равные и встречно направленные токи

$$i_1=i_2=i_{ном}=\sqrt{2}\,I_{ном}\sin\omega t=\sqrt{2}\cdot 2900\sin\omega t,$$

обусловливающие согласно (4.19) возникновение периодической электромагнитной силы взаимного отталкивания (см. рис. 4.8)

$$F_1(t)=\frac{\mu_0 l i_1 i_2}{2\pi\rho}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}5}{2\pi\cdot 0{,}05}(\sqrt{2}\cdot 2900\sin 314t)^2=$$

$$=33{,}6\sin^2 314t \text{ Н}.$$

Среднее во времени значение $F_1(t)$ составляет 16,8 Н.

2) В режиме короткого замыкания при протекании ударного тока $i_{уд}=50$ кА максимум силы взаимного отталкивания будет равен

$$[F_2(t)]_{max}=\frac{\mu_0 l i_{уд}^2}{2\pi\rho}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}5\,(50\,000)^2}{2\pi\cdot 0{,}05}=5000 \text{ Н}.$$

Выполненный расчет является приближенным. Здесь не учтена конечность фактической длины участка шинопровода, что вносит в результат ошибку, не превышающую 10 % при данном соотношении ρ/l. В расчете допущена также погрешность из-за того, что не учтены конечные размеры и прямоугольная форма шин. Эта погрешность оценивается величиной примерно 10—20 %.

Расчет характеристик судового трансформатора. Для однофазного трансформатора морского исполнения типа ОСЗМ10 (однофазный, сухой, брызгозащищенный, морской, 10 кВ·А) определить зависимость изменения напряжения вторичной обмотки и КПД от тока нагрузки в пределах 0—$I_{2\,ном}$ при $\cos\varphi=1$. Номинальные данные трансформатора: $S=10$ кВ·А, $U_1=400$ В, $U_2=115$ В.

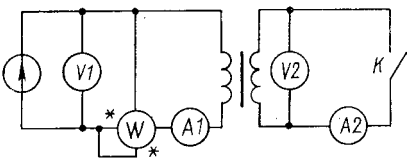
Необходимые для расчетов параметры Т-образной схемы замещения (см. рис. 4.14) устанавливаются в ходе опытов в режимах холостого хода и короткого замыкания (рис. 4.19).

Опытом холостого хода, в котором на первичную обмотку подается номинальное напряжение U_1 при разомкнутой вторичной обмотке ($I_2=0$), установлено, что потребляемая мощность холостого хода $P_{1x}=60$ Вт, а ток холостого хода $I_{1x}=0{,}78$ А или по отношению к номинальному току

$$I_{1x}=\frac{I_{1x}}{I_{1ном}}=\frac{0{,}78}{25}=0{,}031 \text{ о. е. } (3{,}1\ \%),$$

так как

$$I_{1ном}=\frac{S}{U_1}=\frac{10\,000}{400}=25 \text{ А}.$$



Опыт	U_1	P_1	I_1	U_2	I_2
ХХ	$U_{1ном}$	P_{1K}	I_{1x}	$U_{2ном}$	0
КЗ	U_{1K}	P_{1K}	$I_{1ном}$	0	$I_{2ном}$

Рис. 4.19. Схема включения приборов при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания однофазного трансформатора.

В опыте короткого замыкания (см. рис. 4.19) на первичную обмотку подается напряжение $U_{1к.з}$, при котором в первичной (и вторичной) обмотке устанавливается номинальный ток. Измеренное напряжение короткого замыкания составило 11,4 В или в относительных единицах

$$U_{1к.з}=\frac{U_{1к.з}}{U_1}=\frac{11{,}4}{400}=0{,}029 \text{ о. е. } (2{,}9\ \%).$$

Мощность, потребляемая из сети трансформатором в режиме короткого замыкания, равна 236 Вт.

Решение. При коротком замыкании $I_{1x}=I_\mu$, поэтому

$$\underline{Z}_1+\underline{Z}_\mu=\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_{1x}}$$

или, поскольку $Z_\mu \gg Z_1$,

$$Z_\mu=|r_\mu+jx_\mu|=\frac{U_1}{I_{1x}}=\frac{400}{0{,}78}=516 \text{ Ом}.$$

В режиме холостого хода практически вся потребляемая мощность P_{1x} равна мощности потерь в магнитопроводе ΔP_c. Эти потери сохраняют свое значение и в режимах нагрузки ($I_2\neq 0$), так как $\Phi_m=\text{const}$. Потери в обмотке при холостом ходе малы, так как ток холостого хода составляет лишь 3,1 % номинального.

На этом основании

$$r_\mu=\frac{P_{1x}}{I_{1x}^2}=\frac{60}{0{,}78^2}=100 \text{ Ом}$$

и, следовательно,

$$x_\mu = \sqrt{Z_\mu^2 - r_\mu^2} = \sqrt{516^2 - 100^2} = 506 \text{ Ом}.$$

В опыте короткого замыкания $I_{\mu к.з} \approx 0$, так как $Z_\mu \gg Z'_2$.

Известно, что с достаточной для оценочных расчетов точностью можно полагать Z_1 и Z'_2 равными, или, иначе, $r_1 = r'_2$ и $x_1 = x'_2$. При этом допущении

$$r_{к.з} = r_1 + r'_2 = \frac{P_{к.з}}{I_{1ном}^2} = \frac{236}{25^2} = 0{,}38 \text{ Ом},$$

откуда $r_1 = r'_2 = \frac{r_{к.з}}{2} = 0{,}19$ Ом.

Согласно (4.46)

$$Z_{к.з} = \frac{U_{к.з}}{I_{1ном}} = \frac{11{,}4}{25} = 0{,}46 \text{ Ом}.$$

И тогда

$$x_{к.з} = \sqrt{Z_{к.з}^2 - r_{к.з}^2} = \sqrt{0{,}46^2 - 0{,}38^2} = 0{,}26 \text{ Ом}$$

или

$$x_1 = x'_2 = \frac{x_{к.з}}{2} = 0{,}13 \text{ Ом}.$$

Полученные значения параметров схемы замещения позволяют определить требуемые функциональные зависимости: $\Delta U_2 = f_1(I_2)$, $\eta = f_2(I_2)$.

При $\cos\varphi = 1$ и $I_{1ном} = I'_{2ном}$ (в силу $I_\mu \ll I_{1ном}$) уравнение (4.48), определяющее $\Delta U_2 = f(I_2)$, упрощается:

$$\Delta U_{2ном} = \frac{w_2}{w_1} r_{к.з} I_{1ном}.$$

Пользуясь (4.35), можно получить

$$\Delta U_{2ном} = \frac{U_2}{U_1} r_{к.з} I_{1ном} = \frac{115}{400} 0{,}38 \cdot 0{,}25 = 2{,}73 \text{ В},$$

или в относительных единицах ($U_2 = 115$ В $= 1$ о. е.)

$$\Delta U_{2ном} = \frac{2{,}73}{115} = 0{,}0237 \text{ о. е. } (2{,}37\ \%).$$

В силу линейной зависимости ΔU_2 от I_2 при $\cos\varphi = \text{const}$

$$\Delta U_2(I_2) = \Delta U_{2ном} \frac{I_2}{I_{2ном}} = 2{,}37 \frac{I_2}{I_{2ном}}\ \%.$$

КПД согласно (4.50)

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos\varphi}{U_2 I_2 \cos\varphi + (r_1 k^2 + r_2) I_2^2 + \Delta P_c}$$

или с учетом $(r_1k^2+r_2)I_2^2=r_{к.з}I_1^2$

$$\eta=\frac{U_2I_2\cos\varphi}{U_2I_2\cos\varphi+r_{к.з}I_1^2+\Delta P_c}.$$

Для $I_2=I_{2\,ном}=I_{1\,ном}(w_1/w_2)=25(400/115)=85$ А

$$\eta=\frac{115\cdot 85\cdot 1}{115\cdot 85\cdot 1+0{,}38\cdot 0{,}25^2+60}=0{,}971\ (97{,}1\ \%).$$

Здесь не учтена зависимость $U_2=f(I_2)$, так как малые изменения U_2 на значение КПД влияют незначительно.

Вычисление КПД для частичных нагрузок вторичной обмотки ($I_2=0{,}25$; $0{,}50$; $0{,}75I_{2\,ном}$) дает следующие значения, соответствующие графикам рис. 4.18:

$I_2/I_{2\,ном}$	0,25	0,50	0,75	1,00
η, %	97,0	97,6	97,5	97,1

Глава 5

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

§ 5.1. Общие сведения

Установившийся режим электрической цепи нарушается и возникает переходный процесс, если изменяются: 1) состав, схема соединений и напряжения или токи действующих в цепи источников питания (вольт-амперные характеристики эквивалентирующих источников напряжения или источников тока); 2) состав, схема соединений и параметры потребителей (величины R, L, C эквивалентирующих элементов).

Технические причины, вызывающие возмущение в установившихся режимах электротехнических устройств или систем и возникновение переходных процессов, весьма разнообразны. Ими могут быть: нормальные эксплуатационные включения или отключения источников питания и потребителей электроэнергии; внезапное нагружение или разгрузка электродвигателей; изменение температуры окружающей среды; аварийный обрыв линии питания; нарушение сопротивления изоляции и т. д.

Для любого переходного процесса в электрической цепи, приводящего к новому установившемуся режиму, характерно изменение постоянства или периодичности обмена энергией между ее источником и потребителями. Переходные процессы в электрической цепи могут быть связаны не только с электромагнитными явлениями, но также с явлениями механическими, тепловыми, химическими, определяющими энергетическое состояние электрической цепи.

Задачей расчетов переходных процессов в электрических цепях является количественное определение изменения во времени напряжений, токов и мощностей, характеризующих режим этих цепей.

В теории электрических цепей обычно рассматривают переходные процессы, связанные с электромагнитными явлениями, возникающими в результате коммутации — включения и отключения источников или потребителей энергии. Такие переходные процессы называют коммутационными. Они являются предметом изучения и расчетов, так как могут сопровождаться опасным увеличением напряжений и токов, значительно превышающих их номинальные значения (например, токи внезапного короткого замыкания могут вызвать опасные механические перегрузки токопроводов). Вместе с тем переходные процессы используются и для получения полезных технических эффектов (например, при большом начальном значении тока короткого замыкания плавятся плавкие вставки в предохранителе, благодаря чему быстро отключаются поврежденный участок цепи).

Для коммутации обычно применяются устройства (включатели, автоматы, разъединители), которые механически соединяют или разъединяют контакты, замыкающие цепи. Кроме того, в современной электротехнике используются коммутаторы на электронных элементах (тиристоры, транзисторы). В расчетах переходных процессов, как правило, предполагается, что коммутаторы идеальны: сопротивление между замкнутыми контактами равно нулю, а между разомкнутыми — бесконечности. Кроме того, принимается равным нулю время перехода контакта из одного состояния в другое (замкнут—разомкнут).

Характерными коммутационными процессами в электрических цепях являются процессы включения и отключения источников питания основных элементов R, L, C (рис. 5.1). В цепи с резистивным элементом переход из одного установившегося состояния в другое происходит мгновенно, безынерционно. Ток i_L в индуктивном элементе L и напряжение u_C на емкостном элементе изменяются во времени постепенно, инерционно.

Расчет переходных процессов в электрической цепи производится с помощью уравнений Кирхгофа, составленных для этой цепи, и уравнений, описывающих все ее элементы. При этом используются уравнения для мгновенных значений напряжений и токов, т. е. в форме (1.7), (1.9), (1.10), (1.17) и (1.21). Их совокупность образует систему алгебраических и дифференциальных уравнений. Если все элементы цепи имеют постоянные параметры (R, L, C), то система уравнений линейна. В электротехнике рассматриваются также сложные процессы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных, которые решаются соответствующими методами.

Расчет переходного процесса в цепи, описываемой линейными дифференциальными уравнениями, состоит в определении общего интеграла этих уравнений, который является суммой частного ре-

шения системы в ее неоднородной форме и общего решения — в однородной форме. Частное решение описывает вынужденную составляющую, соответствующую установившемуся режиму (после завершения переходного процесса) при действии включенных источников энергии. Общее решение системы в однородной форме соответствует свободному режиму цепи, т. е. в отсутствии источников энергии.

Начальные условия, необходимые для определения постоянных интегрирования, в общем решении системы уравнений получаются с помощью двух так называемых законов коммутации.

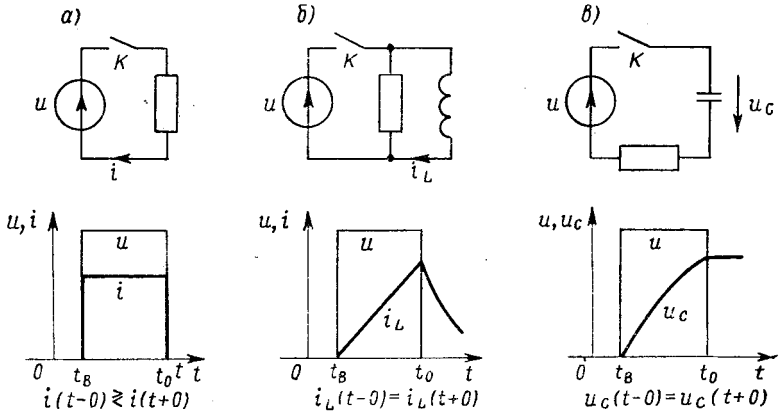


Рис. 5.1. Схемы и переходные процессы коммутации (включения и отключения) цепей с резистивным (*а*), индуктивным (*б*) и емкостным (*в*) элементами.

Первый закон коммутации: изменение во времени тока $i_L(t)$ в индуктивном элементе L не может претерпевать разрывов непрерывности (см. рис. 5.1, *б*):

$$\lim_{\varepsilon \to 0} i_L(t-\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0} i_L(t+\varepsilon),$$

или иначе

$$i_L(t-0) = i_L(t+0). \tag{5.1}$$

Справедливость (5.1) непосредственно следует из закона электромагнитной индукции (1.17): производная от функции $i_L(t)$ по времени не может обращаться в бесконечность, если к элементу L приложено реальное напряжение конечной величины.

Второй закон коммутации: изменение во времени напряжения $u_C(t)$ на емкостном элементе C не может претерпевать разрывов непрерывности (рис. 5.1, *в*):

$$\lim_{\varepsilon \to 0} u_C(t-\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0} u_C(t+\varepsilon),$$

или иначе

$$u_C(t-0) = u_C(t+0). \tag{5.2}$$

Справедливость (5.2) непосредственно следует из уравнен (1.21): производная от функции $u_C(t)$ по времени не может обр щаться в бесконечность при протекании по элементу C реальн токов i_C конечной величины.

Законам коммутации дается также энергетическая трактовк Допущение разрывов непрерывности в изменениях во времени зн чений тока i_L и напряжения u_C равносильно допущению скачк уровней определяемых ими энергий соответственно магнитного W и электрического W_e полей. Это потребовало бы согласно (1.18 и (1.22) использования источников энергии бесконечно больше мощности:

$$p_m = \frac{d}{dt} W_m = Li \frac{di}{dt} = \infty \text{ и } p_e = \frac{d}{dt} W_e = \frac{1}{C} u_C \frac{du_C}{dt} = \infty.$$

Законы коммутации используются для определения мгновен ных значений напряжений и токов непосредственно после начала переходного процесса, т. е. при $t = +0$, если процесс начинается при $t = 0$.

Процесс приближения значений напряжений и токов, рассчи тываемых в переходном режиме, к новым установившимся значе ниям оказывается асимптотическим. Поэтому обычно переходный процесс считается практически окончившимся, когда эти величины достигают нового установившегося значения с точностью, которая определяется постановкой задачи расчета.

Переходный процесс в электрической цепи рассчитывается в следующем порядке.

1. По заданной схеме цепи с учетом ее изменения, обусловленного коммутацией, составляется математическое описание электрической цепи: система алгебраических и дифференциальных уравнений, которые при необходимости приводятся к одному дифференциальному уравнению.

2. По данным исходного (до коммутации) установившегося режима с использованием законов (условий) коммутации определяются начальные значения переменных (и их производных), входящих в математическое описание. Число начальных условий, требующих своего определения, равно порядку дифференциального уравнения (п. 1).

3. Составленные уравнения (п. 1) интегрируются и определяются произвольные постоянные полученной функции времени (напряжения и тока) по начальным условиям (п. 2).

§ 5.2. Переходный процесс в цепи, содержащей L- и R-элементы

В электрической цепи, представленной на рис. 5.2, коммутацией, вызывающей переходный процесс, является подключение идеального источника постоянного напряжения.

Расчет переходного процесса в такой цепи заключается в определении изменения во времени тока i и напряжений на отдельных элементах u_R и u_L.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа эта электрическая цепь при замкнутом ключе K описывается уравнением

$$u_R + u_L = U,$$

где U — постоянное напряжение источника; u_R и u_L — напряжения на последовательно включенных R- и L-элементах, связанные с общим для них током уравнениями

$$u_R = Ri; \quad u_L = L\frac{di}{dt}.$$

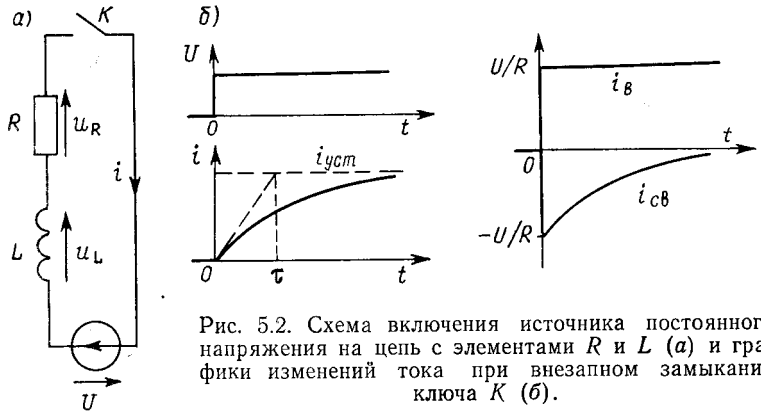


Рис. 5.2. Схема включения источника постоянного напряжения на цепь с элементами R и L (*а*) и графики изменений тока при внезапном замыкании ключа K (*б*).

Таким образом, закон изменения тока $i = i(t)$ в рассматриваемой цепи определяется дифференциальным уравнением первого порядка

$$L\frac{di}{dt} + Ri = U. \tag{5.3}$$

Необходимое для решения этого дифференциального уравнения одно начальное условие вытекает из первого закона коммутации. До начала рассматриваемого переходного процесса в цепи имел место установившийся процесс при разомкнутом ключе K. Следовательно, ток $i(-0)$ непосредственно перед коммутацией был равен нулю.

Уравнение (5.3) удобно представить в виде

$$\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{1}{R}U, \tag{5.4}$$

где $\tau = L/R$, и искать его решение $i(t)$ как сумму двух составляющих:

$$i(t) = i_{св}(t) + i_в(t).$$

Свободная составляющая $i_{св}(t)$ является общим решением соответствующего однородного уравнения, а вынужденная составляющая $i_в(t)$ представляет собой частное решение неоднородного уравнения (5.4).

Уравнению (5.4) соответствует однородное уравнение

$$\tau \frac{di}{dt} + i = 0, \tag{5.5}$$

общим решением которого будет функция

$$i_{св}(t) = Ae^{pt}, \tag{5.6}$$

где A — постоянная величина; $p = -1/\tau$ — корень характеристического уравнения

$$\tau p + 1 = 0.$$

С учетом значения корня $p = -1/\tau$ выражение для свободной составляющей тока приводится к виду

$$i_{св} = Ae^{-t/\tau}.$$

Частное решение $i_в(t)$ неоднородного уравнения (5.4) определяется видом его правой части. Так как правая часть (5.4) — постоянная величина, то $i_в$ также явится постоянной величиной. Подстановка $i_в$ в (5.4) дает

$$i_в = U/R. \tag{5.7}$$

Сумма найденных составляющих (5.6) и (5.7) определяет ток $i(t)$:

$$i(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{U}{R}.$$

Величина A находится по начальному условию $i(0) = 0$ при $t = 0$, т. е.

$$0 = A + \frac{U}{R},$$

откуда $A = -U/R$.

Таким образом, ток $i(t)$ в рассматриваемом переходном процессе изменяется по закону

$$i(t) = -\frac{U}{R} e^{-t/\tau} + \frac{U}{R}. \tag{5.8}$$

На рис. 5.2, *б* дан график переходного процесса тока $i(t)$, а также графики его составляющих $i_{св}(t)$ и $i_в(t)$.

Величина τ называется **постоянной времени переходного процесса или постоянной времени цепи.**

Представленный на рис. 5.2, *б* переходный процесс называется **апериодическим.** При апериодическом процессе изменяющаяся величина (в данном случае ток i) асимптотически приближается к новому установившемуся значению.

Однородное уравнение (5.5), определяющее свободную составляющую $i_{св}$, не содержит напряжения подключаемого источника. Следовательно, характер и длительность переходного процесса зависят только от схемы цепи и соотношения ее параметров (в данном случае от отношения L/R).

Вынужденная составляющая тока в переходном процессе $i_в$ равна его установившемуся значению $i_{уст}$, к которому стремится ток $i(t)$ при $t \to \infty$:

$$i_{уст} = \lim_{t \to \infty} \left[-\frac{U}{R} e^{-t/\tau} + \frac{U}{R} \right] = \frac{U}{R}.$$

Поэтому вынужденную составляющую переходного процесса можно определять методами расчета установившихся процессов в электрических цепях.

Если зависимость $i = f(t)$ представить в виде функции $i/i_{уст} = f(t/\tau)$, то она будет характеризовать приближение любой экспоненциально изменяющейся величины к своему установившемуся значению. Некоторые значения этой функции приводятся ниже:

t/τ	1	2	3	4	5
$i/i_{уст}$	0,63	0,86	0,95	0,98	0,99

Теоретически длительность переходного экспоненциального процесса бесконечно велика ($i = i_{уст}$ при $t = \infty$).

Практически процесс считается закончившимся, когда переменная i будет отличаться от своего нового установившегося значения на 3—5 %. Для экспоненты соответствующее время переходного процесса равно 3—4 постоянным времени τ.

Напряжение на элементе R изменяется пропорционально току $i(t)$ согласно (1.10): $u_R = Ri(t)$.

Подстановка найденного в форме (5.8) тока i в уравнение индуктивного элемента (1.17)

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

дает закон изменения во времени напряжения u_L

$$u_L = Ue^{-t/\tau}.$$

В течение переходного процесса происходит накопление энергии магнитного поля W_m в индуктивном элементе L до значения

$$W_m = \int_0^\infty u_L i \, dt = \int_0^\infty L \frac{di}{dt} i \, dt = \frac{LU}{2R^2}.$$

Мощность рассеивания энергии на элементе R в течение переходного процесса изменяется согласно очевидному выражению

$$p_R = u_R i = Ri^2$$

и достигает в установившемся режиме своего максимума

$$(p_R)_{\max} = \frac{U^2}{R}.$$

Аналогично рассчитывается переходный процесс при включении последовательно соединенных элементов R, L на источник синусоидального напряжения (рис. 5.3)

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

параметры которого U_m, ω и ψ_u полагаются известными.

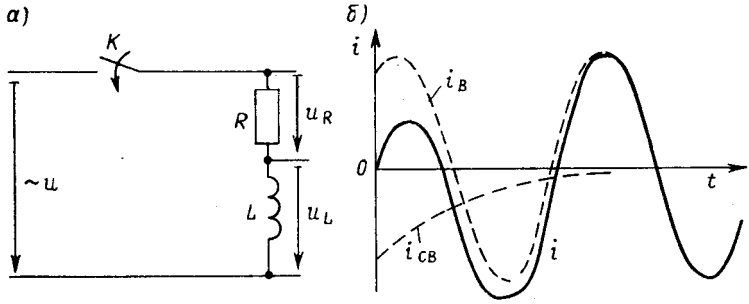


Рис. 5.3. Схема включения источника синусоидального напряжения на цепь с элементами R и L (*а*) и графики изменений тока при внезапном замыкании ключа K (*б*).

Математическое описание цепи приобретает вид

$$\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi_u). \qquad (5.9)$$

Поскольку левые части уравнений (5.9) и (5.4) одинаковы, то одинаковыми будут и свободные составляющие их решений, описываемые (5.6).

Вынужденная составляющая тока $i_в$ в соответствии с изложенным будет равна току в цепи в новом установившемся режиме.

Под действием синусоидального напряжения в цепи устанавливается синусоидальный ток

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_в, \qquad (5.10)$$

параметры которого I_m и ψ_i определяются соотношениями, вытекающими из (2.33):

$$I_m = \frac{U_m}{Z} \quad \text{и} \quad \varphi_i = \psi_u - \varphi,$$

где $Z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$ и $\varphi = \operatorname{arctg} \omega L / r$.

Сумма свободной составляющей (5.6) и найденной вынужденной составляющей $i_в$ (5.10) определяет ток i в переходном процессе

$$i = Ae^{-t/\tau} + \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi).$$

Начальное условие $i(t=0)=0$ позволяет определить постоянную интегрирования A:

$$A = -\frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi)$$

и далее окончательное выражение для тока i в рассматриваемом переходном процессе (рис. 5.3, *б*):

$$i = -\frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi)\,e^{-t/\tau} + \frac{U_m}{Z}\sin(\omega t + \psi_u - \varphi). \qquad (5.11)$$

Напряжения на элементах цепи R и L определяются в соответствии с (1.10) и (1.17).

§ 5.3. Переходный процесс в цепи, содержащей R- и C-элементы

Характерным переходным процессом для цепей с R- и C-элементами является разряд на резистор предварительно заряженного конденсатора.

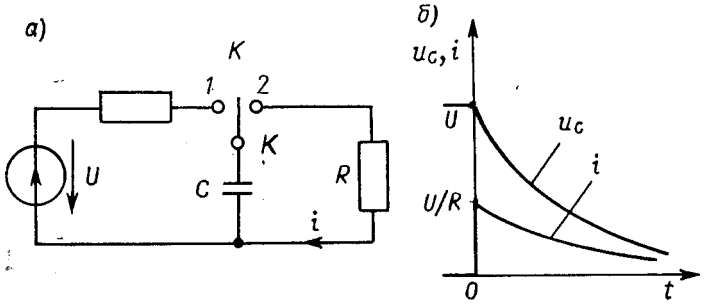


Рис. 5.4. Схема для заряда и разряда конденсатора в цепи с резистивными элементами (*а*) и графики процессов разряда конденсатора (*б*).

Пусть в электрической схеме на рис. 5.4, *а* переключатель K находится в положении *1*. Емкостный элемент подключен к источнику постоянного напряжения. Напряжение на C-элементе u_C равно постоянному напряжению источника U. В электрическом поле элемента C запасена энергия $W_e = CU^2/2$.

При $t=0$ переключатель K переводится в положение *2* и начинается переходный процесс разряда конденсатора на резистор R. За счет энергии электрического поля W_e элемента C при замыкании цепи пойдет ток i (ток разряда). На R-элементе при прохождении этого тока выделяется тепловая энергия $W_т$. Процесс разряда закончится, когда вся энергия W_e преобразуется в энергию $W_т$.

Рассматриваемая электрическая цепь после переключения K описывается уравнением, составленным для ее правого контура (по второму закону Кирхгофа):

$$u_C + u_R = 0,$$

где

$$u_R = Ri; \quad i = C\frac{du_C}{dt}.$$

Исключение переменных i и u_R дает следующее уравнение относительно u_C:

$$\tau\frac{du_C}{dt} + u_C = 0, \tag{5.12}$$

где $\tau = RC$ — постоянная времени.

Выбор напряжения u_C в качестве искомой переменной сделан потому, что необходимое для решения уравнения начальное условие определяется здесь исходным напряжением на конденсаторе $u_C(t-0)$. По условию оно равно напряжению источника U.

Так как уравнение (5.12) однородное, то в его решении будет отсутствовать вынужденная составляющая: после окончания переходного процесса (т. е. после полного разряда C-элемента) установившееся значение напряжения $u_C(t=\infty)$ становится равным нулю.

Уравнение (5.12) аналогично уравнению (5.5). Поэтому при соответствующей замене переменной в ранее полученном для (5.5) решении (5.6) можно записать решение уравнения (5.12)

$$u_{Ccв} = u_C = Ae^{-t/\tau}. \tag{5.13}$$

Величина A находится из начальных условий. Непосредственно до коммутации (до перевода переключателя K в положение *2*) напряжение u_C на C-элементе было равно напряжению источника U. В соответствии со вторым условием коммутации $u_C(0) = U$, откуда с учетом (5.13) следует, что $A = U$, и тогда уравнение изменения напряжения на C-элементе в процессе его разряда на R-элемент (рис. 5.4, *б*) приобретает вид

$$u_C = Ue^{-t/\tau}. \tag{5.14}$$

Подстановка (5.14) в уравнение, записанное ранее для C-элемента, определяет закон изменения тока разряда конденсатора

$$i = \frac{U}{R}e^{-t/\tau}. \tag{5.15}$$

В рассматриваемом переходном процессе ток убывает по экспоненциальному закону (см. рис. 5.4, *б*). В начальный момент разряда C-элемента ток разряда ограничивается только сопротивлением R резистивного элемента: $i(t=0) = U/R$.

Можно убедиться, что в течение переходного процесса вся энергия W_e электрического поля конденсатора будет рассеяна

в резистивном элементе. Действительно, в элементе R выделяется энергия W_R:

$$W_R = \int_0^\infty p\,dt = \int_0^\infty Ri^2\,dt = \int_0^\infty R\left(\frac{u}{R}\,e^{-t/\tau}\right)^2 dt = \frac{Cu^2}{2} = W_e.$$

Процесс рассеяния энергии конденсатора до уровня, равного 5 % его первоначальной величины $(Cu^2/2)$, закончится примерно за время 4τ.

Переходные процессы в цепях переменного тока, содержащих R- и C-элементы, рассчитываются аналогично тому, что было рассмотрено в § 5.2 для цепи с индуктивностью под действием синусоидального напряжения.

§ 5.4. Разряд конденсатора на резистор и индуктивность

Пусть в момент времени $t=0$ конденсатор C, заряженный до напряжения U, включается внезапным замыканием ключа K на

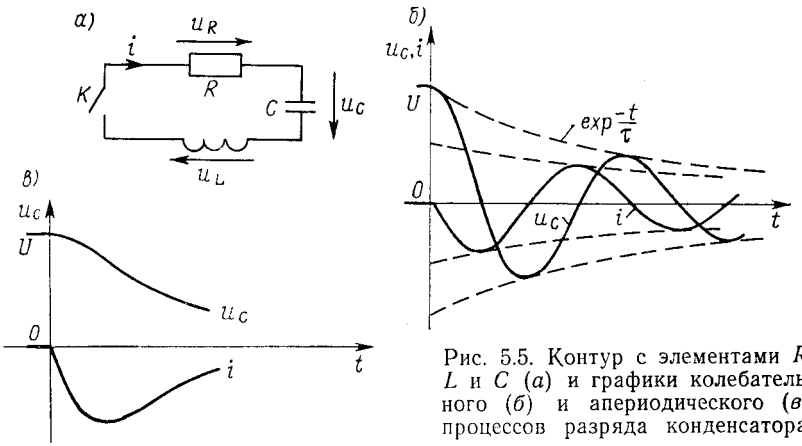


Рис. 5.5. Контур с элементами R, L и C (*а*) и графики колебательного (*б*) и апериодического (*в*) процессов разряда конденсатора.

резистор R и индуктивность L, соединенные последовательно (рис. 5.5, *а*). Требуется найти законы изменения во времени тока разряда конденсатора i и его напряжение u_C.

Уравнение цепи согласно второму закону Кирхгофа будет иметь вид

$$L\frac{di}{dt} + Ri + u_C = 0$$

или, принимая во внимание (1.21),

$$LC\,\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\,\frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \qquad (5.16)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_C = A_1 \exp p_1 t + A_2 \exp p_2 t, \qquad (5.17)$$

где A_1 и A_2 — постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями $i(t=-0)=0$ и $u_C(t=-0)=0$.

Характеристическое уравнение для (5.16)

$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0 \tag{5.18}$$

определяет корни p_1 и p_2:

$$p_{1,2}=-\delta\pm\sqrt{\delta^2-\omega_0^2}, \tag{5.19}$$

где

$$\delta=\frac{R}{2L} \quad \text{и} \quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

В соответствии с (5.17) ток в цепи будет равен

$$i=C\frac{du_C}{dt}=C(A_1p_1\exp p_1t+A_2p_2\exp p_2t). \tag{5.20}$$

Согласно первому закону коммутации ток i в контуре (в индуктивности L) в момент замыкания ключа, т. е. при $t=0$, будет сохранять свое нулевое значение и, следовательно, с учетом (5.20)

$$i(t=0)=C(A_1p_1+A_2p_2)=0. \tag{5.21}$$

Согласно второму закону коммутации напряжение на емкости C в момент замыкания ключа, т. е. при $t=0$, будет сохранять свое исходное значение U и, следовательно, с учетом (5.17)

$$u_C(t=0)=A_1+A_2=U. \tag{5.22}$$

Совместное решение (5.21) и (5.22) позволяет определить A_1 и A_2:

$$A_1=-\frac{p_2}{p_1-p_2}; \quad A_2=\frac{p_1}{p_1-p_2}.$$

Характер процесса изменения напряжения u_C и тока i определяется значениями корней p_1 и p_2.

При $\delta>\omega_0$ корни будут вещественные и отрицательные:

$$p_1=-\delta+\omega; \quad p_2=-\delta-\omega, \tag{5.23}$$

где $\omega=\sqrt{\delta^2-\omega_0^2}<\delta$.

При условии (5.23) функции $u_C(t)$ и $i(t)$ будут представлять собой сумму двух экспонент и, следовательно, процесс разряда конденсатора будет апериодическим (рис. 5.5, *в*):

$$\left.\begin{aligned} u_C&=\frac{U}{2\omega}[(\delta+\omega)\exp(-\delta+\omega)-(\delta-\omega)\exp(-\delta-\omega)];\\ i&=\frac{CU}{2\omega}(\delta^2-\omega^2)[\exp(-\delta+\omega)-\exp(-\delta-\omega)]. \end{aligned}\right\} \tag{5.24}$$

При $\delta<\omega_0$ корни будут комплексные сопряженные

$$p_1=-\delta+j\omega \quad \text{и} \quad p_2=-\delta-j\omega, \tag{5.25}$$

где $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}<\omega_0$.

Подстановка значений корней, определяемых (5.25), в (5.17) и (5.20) приводит к следующим конечным выражениям, описывающим изменения напряжения u_C и тока i:

$$\left.\begin{aligned} u_C &= \frac{\omega_0 U}{\omega} \exp(-\delta t) \cos(\omega t - \alpha); \\ i &= C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{L\omega} \exp(-\delta t) \sin \omega t, \end{aligned}\right\} \qquad (5.26)$$

где $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\delta}{\omega}$.

Уравнения (5.26) показывают, что процесс разряда конденсатора на цепь, содержащую индуктивность, может быть колебательным (рис. 5.5, *б*) с затуханием. Критическое соотношение параметров, которое разграничивает апериодические и колебательные режимы разряда конденсаторов, определяется вытекающим из (5.19) соотношением $\delta = \omega_0$ или

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Затухание процесса, зависящее от интенсивности рассеяния энергии элементом R, количественно определяется параметром δ.

Таким образом, в цепях, содержащих элементы L и C (накопители энергии магнитного поля и электрического поля), возможно возникновение свободных колебательных процессов даже при отсутствии источников переменных напряжений.

§ 5.5. Расчет максимального тока внезапного короткого замыкания источника синусоидального напряжения

Определить максимальное мгновенное значение тока i_{max} судового синхронного генератора (источника синусоидального напряжения) типа МСК-625-1500 при внезапном коротком замыкании.

Параметры генератора: $S_{ном} = 625$ кВт, $U_{ном} = 230$ В (фазное); $f = 50$ Гц; сопротивление обмотки фазы (в начале переходного процесса) $\underline{Z} = r + jx = 0{,}003 + j \cdot 0{,}038$ Ом. Исходный режим генератора — холостой ход.

Решение. Эквивалентной схемой для расчета является цепь с последовательным соединением источника напряжения $u = \sqrt{2} U_{ном} \sin 2\pi f t$, активного r и реактивного x сопротивлений, внезапно замыкаемая при $t = 0$.

Ток короткого замыкания i согласно решению (5.11) явится суммой двух составляющих: вынужденной (5.10) и свободной (5.6).

Вынужденная составляющая согласно (2.34)

$$i_{\text{в}} = I_m \sin(2\pi f t - \varphi) = \frac{\sqrt{2}\,U_{\text{ном}}}{Z} \sin(2\pi f t - \varphi) =$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{0{,}038} \sin\left(2\pi f t - \frac{\pi}{2}\right) = 8556 \sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right),$$

так как

$$Z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{0{,}003^2 + 0{,}038^2} = 0{,}038 \text{ Ом};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x}{r} = \operatorname{arctg} \frac{0{,}038}{0{,}003} \approx \frac{\pi}{2}.$$

Уравнение свободной составляющей

$$i_{\text{св}} = A \exp(-t/\tau),$$

где постоянная времени контура τ равна отношению его индуктивности L к активному сопротивлению r:

$$\tau = \frac{L}{r} = \frac{x}{2\pi f r} = \frac{0{,}038}{314 \cdot 0{,}0003} = 0{,}0403 \text{ с}.$$

Ток источника до короткого замыкания был равен нулю и, следовательно, по первому закону коммутации в начальный момент после замыкания цепи ($t = +0$) ток еще будет оставаться равным нулю:

$$i(t = +0) = i_{\text{в}}(t = +0) + i_{\text{св}}(t = +0) = 0,$$

или

$$8556 \sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right) + A \exp(-t/0{,}0403) = 0,$$

где $t = 0$.

Последним соотношением определяется постоянная интегрирования: $8556 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + A = 0$, или $A = 8556$ А.

Таким образом, мгновенное значение тока короткого замыкания будет описываться уравнением

$$i = 8556 \sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right) + 8556 \exp(-t/0{,}0403).$$

Максимального значения $i_{\max}$ ток короткого замыкания достигнет (см. рис. 5.6) через половину периода $T = \frac{1}{f} = 0{,}02$ с, когда $i_{\text{в}} = I_m$, т. е. при $t = 0{,}01$ с:

$$i_{\max} = i_{\text{в}}\left(t = \frac{T}{2}\right) + i_{\text{св}}\left(t = \frac{T}{2}\right) = I_m + I_m \exp(-0{,}01/0{,}0403) =$$

$$= 8556 + 8556 \cdot 0{,}779 = 15\,219 \text{ А}.$$

Итак, в переходном режиме, вызванном внезапным замыканием клемм источника синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением с большой индуктивной составляющей, максимальное значение мгновенного тока может существенно превышать амплитудное значение вынужденного тока: $1 \leqslant i_{max}/I_m < 2$. Соотношение i_{max}/I_m зависит от постоянной времени контура τ и момента замыкания цепи. Если, в частности, короткое замыка-

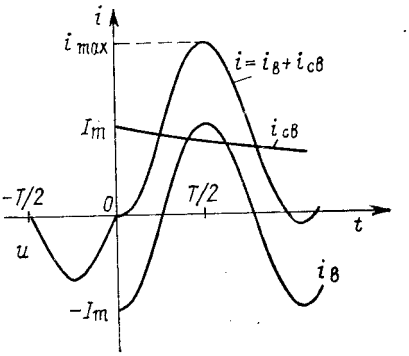


Рис. 5.6. Мгновенные значения напряжения u и тока i реального источника синусоидального напряжения при внезапном коротком замыкании.

ние произошло бы в момент времени, когда напряжение генератора было равно максимуму ($t = T/4$), то свободная составляющая $i_{св}$ оказалась бы равной нулю. Следовательно, возможен режим коммутации, при котором сразу наступает установившийся новый режим без переходного процесса (свободные составляющие равны нулю).

Раздел II

ЭЛЕКТРОНИКА

Глава 6

ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

§ 6.1. Полупроводниковые диоды

Полупроводниковый диод — прибор с двумя выводами, проводимость которого зависит от знака приложенного напряжения.

Принцип действия диодов и других полупроводниковых приборов основан на свойствах *PN*-перехода в полупроводниковом кристалле, возникающего на границе областей полупроводника с различным типом электропроводности — дырочной электропроводностью (область *P*-типа) и электронной электропроводностью (область *N*-типа). Особенности электропроводности полупроводников и свойства *PN*-перехода рассматривались при изучении курса физики.

По назначению диоды делятся на группы, из которых в устройствах судовой электроники широко применяются выпрямительные диоды, импульсные диоды, фотодиоды и светодиоды.

Выпрямительные диоды — диоды, обладающие в зоне рабочих токов и напряжений односторонней проводимостью.

Условное обозначение выпрямительного диода на принципиальных электрических схемах показано на рис. 6.1, *а*. Выводы диода — анод и катод. На рис. 6.1, *б* приведена вольт-амперная характеристика выпрямительного диода. Напряжение $U>0$ (электрический потенциал анода выше потенциала катода) и ток $I>0$, протекающий через диод при $U>0$, называются прямыми. Напряжение $U<0$ и ток $I<0$ — обратными. Часть вольт-амперной характеристики, построенная при $U>0$, $I>0$, называется прямой ветвью; часть, построенная при $U<0$, $I<0$,— обратной ветвью.

Область рабочих токов и напряжений диода ограничена максимально допустимым средним прямым током $I_{пр\,max}$ и максимально допустимым обратным напряжением $U_{обр\,max}$. При токе через диод, превышающем $I_{пр\,max}$ или обратном напряжении на диоде, большем по абсолютной величине, чем $U_{обр\,max}$, диод выходит из строя.

В диапазоне рабочих токов и напряжений выпрямительные диоды обладают практически односторонней проводимостью; $I_{пр\,max}$ по абсолютной величине превышает обратный ток, возникающий при $U_{обр\,max}$ в 10^3—10^5 раз, а $U_{обр\,max}$ по абсолютной величине больше прямого напряжения, соответствующего току $I_{пр\,max}$, в 10^2—10^3 раз. Поэтому при анализе работы электронных устройств диоды во многих случаях можно идеализировать — принимать прямое напряжение на диоде и обратный ток диода рав-

ными нулю. Прямая ветвь вольт-амперной характеристики идеализированного диода совпадает с осью токов, а обратная — с осью напряжений (рис. 6.1, *в*). Электрическое сопротивление идеализированного диода при прямом напряжении равно нулю, при обратном — бесконечно большое.

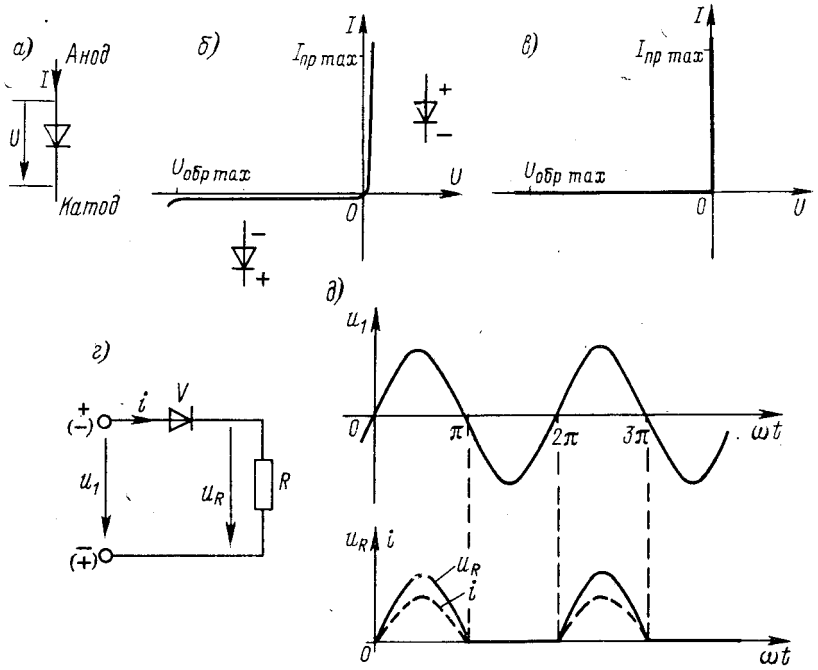


Рис. 6.1. Выпрямительный диод.

Свойства выпрямительного диода поясняются с помощью схемы, изображенной на рис. 6.1, *г*. На вход схемы подается синусоидальное напряжение u_1 (рис. 6.1, *д*). В пределах нечетных полупериодов изменения u_1 при $0<\omega t<\pi$, $2\pi<\omega t<3\pi$ и т. д. $u_1>0$ и к диоду приложено прямое напряжение (полярность $u_1>0$ показана на рис. 6.1, *г* знаками «плюс» и «минус» без скобок). Электрическое сопротивление диода при прямом напряжении равно нулю, поэтому в пределах нечетных полупериодов

$$i=\frac{u_1}{R},\quad u_R=u_1.$$

В пределах четных полупериодов изменения u_1 при $\pi<\omega t<2\pi$, $3\pi<\omega t<4\pi$ и т. д. $u_1<0$ и к диоду приложено обратное напряжение (полярность $u_1<0$ показана на рис. 6.1, *г* знаками в скобках). Сопротивление диода при обратном напряжении бесконечно велико, поэтому в пределах четных полупериодов $i=0$, $u_R=Ri=0$.

С помощью диода при переменном напряжении u_1 на входе схемы на резисторе R получено напряжение u_R одного знака. Рассмотренная схема является простейшим выпрямителем — устройством, преобразующим переменный электрический ток в постоянный.

В СССР выпускаются сотни типов выпрямительных диодов, рассчитанных на $I_{пр\,max}$ до 1000 А и $U_{обр\,max}$ до нескольких тысяч вольт. При бóльших значениях среднего прямого тока применяют параллельное соединение диодов, а при бóльших значениях обратного напряжения — последовательное.

Максимальная частота синусоидального напряжения, при которой диоды сохраняют свои свойства, для каждого типа выпрямительных диодов ограничена. Большинство выпрямительных диодов малой ($I_{пр\,max}$ до 0,3 А) и средней ($I_{пр\,max}$ от 0,3 до 10 А) мощностей способны нормально работать при частоте синусоидального напряжения до нескольких десятков килогерц, диоды большой мощности ($I_{пр\,max}$ более 10 А) — до нескольких сотен герц.

При работе диодов средней и большой мощности, особенно на высоких частотах, в диодах выделяется значительное количество тепла. При превышении определенной температуры полупроводникового кристалла (70—200 °С в зависимости от вида полупроводника) диоды выходят из строя, поэтому тепло от диода необходимо отводить с помощью радиатора — изготовленного из алюминиевых сплавов основания с ребристой поверхностью. При воздушном охлаждении тепло от радиатора передается в воздух. Кроме воздушного применяют жидкостное охлаждение, в этом случае через каналы, сделанные в радиаторе, пропускают поток жидкости, например воды.

Импульсные диоды — диоды, имеющие одностороннюю проводимость и способные работать при высоких частотах изменения напряжения. Условное обозначение и вольт-амперная характеристика импульсных диодов такие же, как и у выпрямительных. Для перехода диодов из закрытого состояния в открытое и обратно (из открытого в закрытое) требуется некоторое время, поэтому свойство односторонней проводимости выпрямительные и импульсные диоды сохраняют только в определенном диапазоне частот синусоидального напряжения. У выпрямительных диодов это время значительно, и их можно использовать при относительно низких частотах синусоидальных напряжений.

Время изменения состояния импульсных диодов составляет 10^{-7}—10^{-9} с, они способны работать при высоких частотах синусоидального напряжения и при импульсном характере изменения напряжения.

Импульсные диоды применяются в устройствах вычислительной техники и автоматики.

Стабилитрон — диод, имеющий в зоне рабочих токов и напряжений на обратной ветви вольт-амперной характеристики участок,

называемый участком стабилизации, на котором при значительном изменении тока напряжение изменяется мало.

Условное обозначение стабилитрона и вольт-амперная характеристика показаны на рис. 6.2. Прямая ветвь вольт-амперной характеристики стабилитрона такая же, как у выпрямительного диода. При $U<0$ ток вне участка стабилизации близок к нулю. Участок стабилизации ограничен минимальным током стабилизации $I_{ст\,min}$ и максимальным $I_{ст\,max}$. Среднее напряжение на уча-

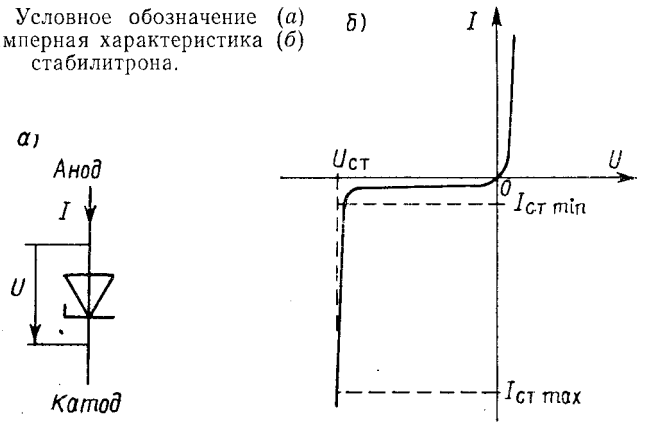


Рис. 6.2. Условное обозначение (*а*) и вольт-амперная характеристика (*б*) стабилитрона.

стке стабилизации называется **напряжением стабилизации** $U_{ст}$.

Качество стабилитрона характеризуется его дифференциальным сопротивлением $r_{ст}=(\partial U_{ст})/\partial I_{ст}$, определяемым при $U=U_{ст}$: чем меньше $r_{ст}$, тем меньше изменение напряжения на участке стабилизации. Выпускаемые промышленностью стабилитроны имеют $U_{ст}$ от единиц до сотен вольт, $r_{ст}$ от единиц до десятков ом у низковольтных стабилитронов и до сотен ом у высоковольтных.

Стабилитроны применяют для стабилизации напряжения (см. § 9.8) и ограничения амплитуды напряжения сигналов.

Фотодиод — полупроводниковый диод, имеющий вольт-амперную характеристику, зависящую от освещенности фотодиода, а также способный преобразовывать световую энергию в электрическую.

Вольт-амперная характеристика неосвещенного фотодиода (рис. 6.3, *а*, *б*) такая же, как у выпрямительного диода. При воздействии на фотодиод светового потока Ф прямая ветвь вольт-амперной характеристики изменяется несущественно, а при обратном напряжении на фотодиоде ток через фотодиод зависит от светового потока.

При использовании фотодиода в качестве фотодатчика фотодиод включают последовательно с источником питания E и резистором R (рис. 6.3, *в*), причем фотодиод должен быть включен

так, чтобы к нему было приложено обратное напряжение. При отсутствии светового потока сопротивление диода велико, а ток в цепи и напряжение на резисторе $U_{вых}$ практически равны нулю. При воздействии на фотодиод светового потока обратное сопротивление фотодиода уменьшается, появляются ток и напряжение $U_{вых}$, зависящие от освещенности фотодиода.

Фотодиоды применяют в устройствах считывания чертежей и графиков, для измерений частоты вращения валов, в пылемерах, для измерения уровней жидкостей и т. д.

При воздействии светового потока на фотодиод, не подключенный к источнику питания, в N-области фотодиода возникает избы-

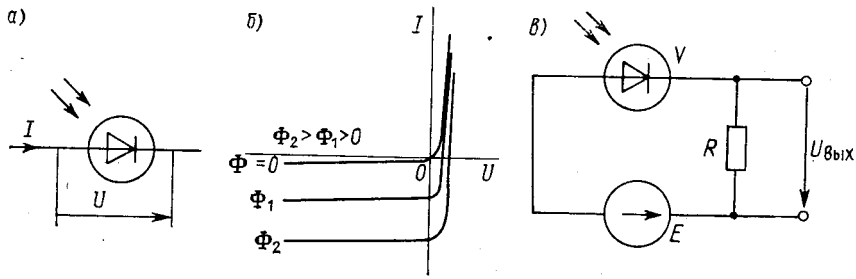


Рис. 6.3. Условное обозначение (*а*) и вольт-амперная характеристика фотодиода (*б*); схема простейшего фотодатчика (*в*).

точное число отрицательно заряженных электронов, а в P-области — избыточное число положительно заряженных дырок, и на выводах фотодиода появляется напряжение. При подключении к освещенному фотодиоду нагрузки в цепи фотодиод—нагрузка возбуждается ток. Фотодиоды, предназначенные для преобразования световой энергии в электрическую, называются фотоэлементами. КПД выпускаемых в настоящее время фотоэлементов составляет 10—12 %, они дороги, и применение их для получения электроэнергии в наземных условиях пока экономически не оправдано. Они используются в солнечных батареях космических кораблей. Солнечные батареи рассматриваются как перспективные источники электроэнергии в недалеком будущем.

Светодиод — полупроводниковый диод, преобразующий электрическую энергию в световую. Излучение возникает при протекании через светодиод прямого тока. Цвет излучения (красный, оранжевый, зеленый) зависит от вида полупроводникового материала, а яркость — от значения прямого тока.

Светодиоды потребляют малую мощность, имеют большой срок службы и относительно дешевы. Они широко применяются в цифровых, буквенных и точечных индикаторах в вычислительной и измерительной технике.

Цифровой индикатор, изображенный на рис. 6.4, состоит из восьми светодиодов V_1—V_8, соединенных катодами. При поступлении на анод какого-либо светодиода положительного напряжения

светодиод начинает излучать свет. Подавая положительное напряжение на аноды соответствующих диодов, можно получить на индикаторе изображение любой цифры: от 0 до 9, а также точки, отделяющей целую часть числа от дробной. Такие цифровые ин-

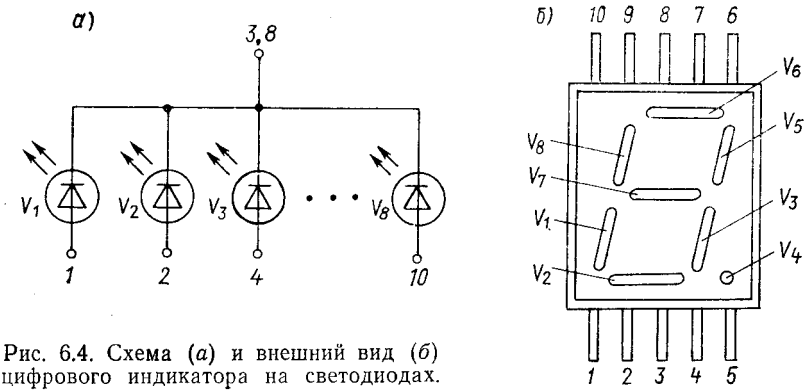


Рис. 6.4. Схема (*а*) и внешний вид (*б*) цифрового индикатора на светодиодах.

дикаторы широко применяются, в частности, для вывода информации из микрокалькуляторов.

§ 6.2. Тиристоры

Тиристор — полупроводниковый прибор, способный находиться в одном из двух устойчивых состояний: открытом, при котором электрическое сопротивление тиристора мало, и закрытом, при котором сопротивление тиристора большое, причем изменение состояния тиристора происходит скачкообразно.

Тиристоры имеют три *PN*-перехода.

Широко применяются два вида тиристоров: диодные (динисторы) и триодные (тринисторы).

Динистор. На рис. 6.5, *а*, *б* показаны условное графическое обозначение и вольт-амперная характеристика динистора. Динистор имеет два вывода — анод и катод. При отрицательном напряжении на динисторе $U<0$ (электрический потенциал анода ниже потенциала катода) динистор закрыт, сопротивление динистора большое, и ток через него очень мал. Если положительное напряжение на динисторе увеличивается от 0 до $U<U_{вкл}$ (напряжение включения $U_{вкл}$ — напряжение, при котором динистор переключается из закрытого состояния в открытое), динистор остается закрытым. При $U=U_{вкл}$ динистор открывается, и его сопротивление резко уменьшается. Вольт-амперная характеристика открытого динистора аналогична прямой ветви вольт-амперной характеристики диода. После включения динистор остается открытым до тех пор, пока ток через него $I \geqslant I_{уд}$ ($I_{уд}$ — удерживающий ток, или минимальный прямой ток, при котором динистор остается открытым). Если ток I становится меньше $I_{уд}$, динистор закрывается,

и его сопротивление вновь резко возрастает. Динисторы применяются в устройствах автоматики и вычислительной техники.

Триодный тиристор. Наиболее распространенный вид триодного тиристора — незапираемый тиристор (рис. 6.6, *а*). Выводы тиристора — анод, катод и управляющий электрод. В открытом состоянии тиристора электрическое сопротивление цепи анод—катод малое, в закрытом — большое. Состояние тиристора зависит от напряжения U, приложенного между анодом и катодом, и управляющего напряжения $u_у$, приложенного между управляющим электродом и катодом.

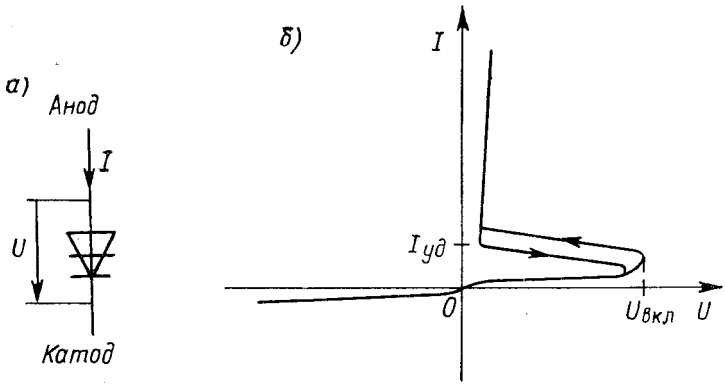


Рис. 6.5. Условное обозначение (*а*) и вольт-амперная характеристика (*б*) динистора.

При обратном напряжении между анодом и катодом ($U<0$) тиристор закрыт независимо от $u_у$, сопротивление цепи анод—катод большое, и анодный ток I практически отсутствует.

При прямом напряжении ($U>0$) и $u_у=0$ вольт-амперная характеристика тиристора такая же, как у динистора (рис. 6.5, *б*). При повышении напряжения U от 0 и $u_у=0$ тиристор будет закрыт до тех пор, пока U меньше напряжения включения тиристора $U_{вкл}$. При $U=U_{вкл}$ тиристор открывается, и сопротивление между анодом и катодом тиристора резко уменьшается, а прямой ток возрастает.

Если при $U>0$ на тиристор подается импульс $u_у$ определенной амплитуды и длительности, то тиристор открывается практически при любом положительном U.

Триодные тиристоры, как правило, применяют в электронных устройствах при напряжениях, меньших $U_{вкл}$, и они открываются только при подаче импульса $u_у$. Поэтому в дальнейшем будем считать, что для переключения триодного незапираемого тиристора из закрытого состояния в открытое необходимо соблюдение двух условий: наличия положительного напряжения между анодом и катодом тиристора ($U>0$) и поступления на управляющий электрод импульса управляющего напряжения $u_у$.

Незапираемые тиристоры закрываются, так же как динисторы, при $I < I_{уд}$. Удерживающий ток $I_{уд}$ незначителен, поэтому при анализе работы большинства схем можно считать, что незапираемые тиристоры закрываются при $I = 0$ $(U = 0)$.

К основным параметрам триодных тиристоров относятся максимально допустимый средний прямой ток $I_{пр\,max}$, напряжение включения $U_{вкл}$, максимально допустимое обратное напряжение $U_{обр\,max}$, время включения и время выключения.

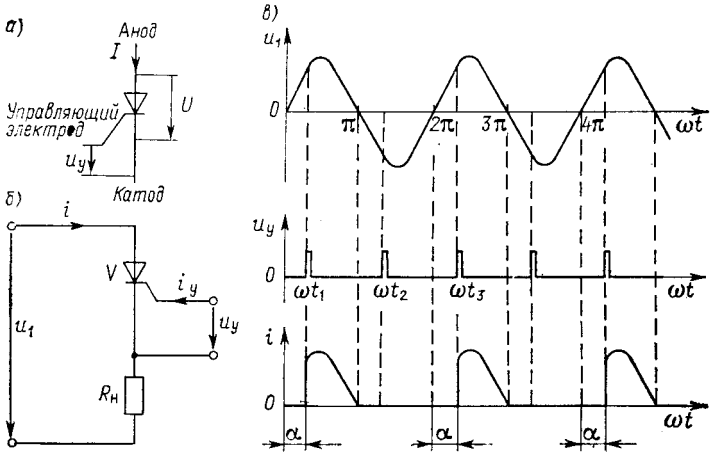


Рис. 6.6. Триодный незапираемый тиристор.

Триодные незапираемые тиристоры получили широкое распространение благодаря большому диапазону рабочих токов и напряжений. В СССР выпускаются триодные незапираемые тиристоры, имеющие $I_{пр\,max}$ более 1000 А и $U_{обр\,max}$ до нескольких тысяч вольт. Время включения и выключения тиристоров составляет от единиц до сотен микросекунд.

Свойства триодного незапираемого тиристора поясняются с помощью схемы, изображенной на рис. 6.6, *б*. На вход схемы поступает синусоидальное напряжение u_1 (рис. 6.6, *в*). В первый полупериод $0 < \omega t < \pi$ напряжение $u_1 > 0$ и к тиристору V приложено прямое напряжение, но на интервале $0 < \omega t < \omega t_1$ тиристор закрыт, так как отсутствует управляющий сигнал $u_у$. Сопротивление цепи анод—катод закрытого тиристора большое, поэтому ток через тиристор и сопротивление нагрузки $R_н$ практически отсутствует $(i = 0)$.

При поступлении на тиристор в момент $\omega t = \omega t_1$ управляющего импульса $u_у$ требуемой амплитуды и длительности тиристор открывается, сопротивление цепи анод—катод тиристора резко уменьшается, и через тиристор и нагрузку $R_н$ начинает протекать ток. Сопротивление цепи анод—катод открытого тиристора во много раз меньше сопротивления резистора $R_н$, поэтому после включения тиристора ток равен $i = u_1/R_н$. Время переключения

тиристора во много раз меньше периода изменения u_1, и ток i изменяется скачком. После включения тиристор остается в открытом состоянии и при $u_у=0$ до тех пор, пока ток i через него не уменьшится до нуля. Это происходит при $u_1=0$ в момент $\omega t=\pi$.

На интервале $\pi<\omega t<2\pi$ напряжение $u_1<0$, к тиристору приложено обратное напряжение, и независимо от $u_у$ тиристор закрыт, $i=0$.

Во втором и последующих периодах схема работает так же, как и в первом периоде.

Угол α, отсчитываемый от начала полупериода, в течение которого к тиристору приложено прямое напряжение, до момента включения тиристора, называется **углом управления**. Изменяя угол управления с помощью специальной схемы, можно изменять среднее за период значение тока в нагрузке $R_н$. Схема, изображенная на рис. 6.6, *б*, является схемой однополупериодного управления выпрямителя: при переменном напряжении u_1 на входе схемы на нагрузке $R_н$ получено напряжение одного знака.

Рассмотренный пример показывает, что триодный тиристор является быстродействующим элементом, с помощью которого можно переключать электрические цепи, причем параметры управляющего состоянием тиристора сигнала $u_у$ и $i_у$ во много раз меньше напряжения u_1 и тока i выходной цепи, при которых тиристор способен работать, и значит тиристор позволяет маломощным электрическим сигналом управлять потоком электроэнергии во много раз большей мощности.

Недостатком триодных незапираемых тиристоров является невозможность переключения тиристора из открытого состояния в закрытое с помощью управляющего сигнала $u_у$. Вследствие этого в тех случаях, когда нужно обеспечить включение тиристоров при анодных токах i, не равных нулю, приходится применять специальные дополнительные схемы, что приводит к усложнению электронных устройств.

Кроме незапираемых тиристоров существуют триодные запираемые тиристоры, которые можно переключать из открытого состояния в закрытое подачей на управляющий электрод импульса $u_у$ противоположной полярности по сравнению с открывающим импульсом. Но пока выпускаемые триодные запираемые тиристоры имеют во много раз меньшее значение $I_{пр\,max}$, чем незапираемые.

Триодные тиристоры широко применяются в выпрямителях и инверторах (см. гл. 9 и 10). Во время работы на мощных тиристорах выделяется значительное количество тепла, и чтобы не допустить перегрева полупроводникового материала выше допустимой температуры, мощные тиристоры устанавливают на радиаторы с воздушным или жидкостным охлаждением.

§ 6.3. Транзисторы

Транзистор — полупроводниковый прибор, с помощью которого можно усиливать электрические сигналы по мощности, а также переключать электрические цепи.

Широкое распространение в настоящее время получили два подкласса транзисторов — биполярные и полевые, отличающиеся друг от друга внутренней структурой и характеристиками.

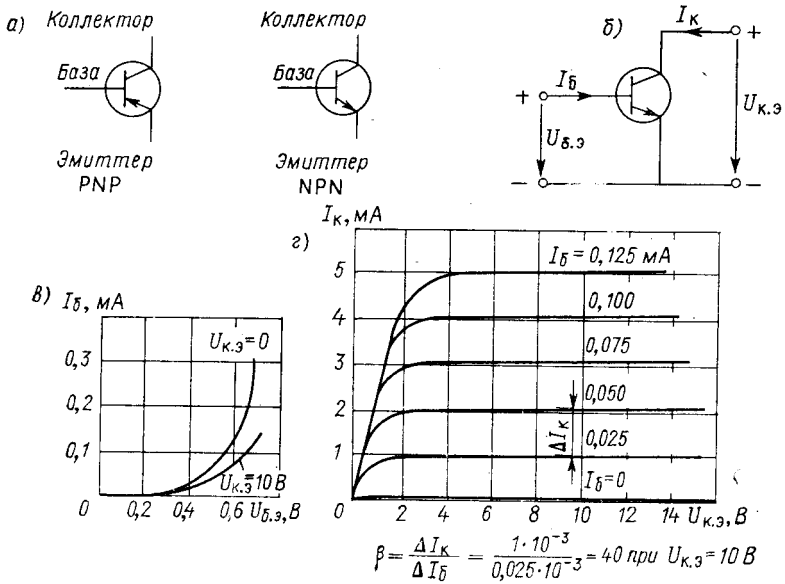


Рис. 6.7. Биполярный транзистор.

Биполярные транзисторы. В биполярных транзисторах ток создают два вида носителей электрического заряда: отрицательные электроны и положительные дырки, этим и обусловлено название транзисторов.

Биполярные транзисторы состоят из трех слоев полупроводникового материала с разной проводимостью: либо электронной (полупроводник *N*-типа), либо дырочной (*P*-типа). По чередованию слоев различают две разновидности биполярных транзисторов: *NPN* и *PNP*. К слоям полупроводника присоединены выводы транзистора, называемые эмиттером, базой и коллектором. На рис. 6.7, *а* приведены условные обозначения двух типов биполярных транзисторов.

В электронных устройствах транзисторы применяются в качестве управляемых элементов. На вход транзистора подается управляющий электрический сигнал, от которого зависят ток и напряжение выходной цепи транзистора. У транзистора три электрода, и один из них должен быть общим для входной и выходной цепей. Возможны три схемы включения транзистора — с общим

эмиттером, с общей базой и с общим коллектором. Схема с общим эмиттером позволяет получить наибольшее усиление сигнала по мощности, поэтому она применяется в большинстве случаев.

На рис. 6.7, *б* показаны направления рабочих напряжений и токов транзистора *NPN*, включенного по схеме с общим эмиттером. Цепь база—эмиттер является входной, цепь коллектор—эмиттер — выходной.

Электрические свойства транзистора характеризуются входными и выходными характеристиками. На рис. 6.7, *в* и *г* показаны соответственно входные и выходные характеристики *NPN*-транзистора типа КТ301, включенного по схеме с общим эмиттером.

Входными характеристиками называются кривые, показывающие зависимость тока базы $I_б$ от напряжения между базой и эмиттером $U_{б.э}$ при постоянном напряжении между коллектором и эмиттером $U_{к.э}$. Входные характеристики зависят от $U_{к.э}$, но эта зависимость незначительна.

Выходными характеристиками называются кривые, показывающие зависимость тока коллектора $I_к$ от напряжения между коллектором и эмиттером $U_{к.э}$ и построенные для ряда постоянных значений тока базы $I_б$. Ток коллектора $I_к$ возбуждается за счет энергии источника питания выходной цепи $U_{к.э}$, но значение $I_к$ зависит от тока $I_б$, создаваемого во входной цепи управляющим сигналом. В биполярных транзисторах параметры управляющего сигнала $U_{б.э}$ и $I_б$, необходимые для управления током $I_к$ в выходной цепи, во много раз меньше $U_{к.э}$ и $I_к$, при которых транзистор способен нормально работать (см. рис. 6.7, *в*, *г*). Это позволяет использовать их для усиления сигналов по мощности.

Усилительные свойства биполярных транзисторов характеризуются коэффициентом усиления по току:

$$\beta = \frac{\Delta I_к}{\Delta I_б} \text{ при } U_{к.э} = \text{const}. \qquad (6.1)$$

Для различных типов биполярных транзисторов в статическом режиме коэффициент усиления по току β составляет от десяти до нескольких сотен. Характеристики транзисторов зависят от частоты изменения входного сигнала и температуры транзисторов. При увеличении частоты изменения сигнала коэффициент усиления транзистора по току β уменьшается. В паспортных данных транзисторов приводится величина граничной частоты $f_{гр}$ — частоты синусоидального входного сигнала, при которой β уменьшится до единицы. При повышении температуры транзистора ток $I_к$ при тех же значениях $I_б$ и $U_{к.э}$ увеличивается, т. е. коэффициент усиления по току возрастает.

Существует максимально допустимая температура полупроводникового кристалла транзистора, при превышении которой транзистор становится неработоспособен. Для германиевых транзисторов допустимая температура кристалла составляет 80—100 °С, для кремниевых — 150—200 °С. Чтобы температура кристалла не

превысила допустимую, электрическая мощность, преобразующаяся на транзисторе в тепло и равная $P_к = U_{к.э} I_к$ (электрической мощностью входной цепи транзистора можно пренебречь), не должна превышать допустимых значений. В паспортных данных транзисторов приводится максимально допустимая мощность $P_{к\,max}$ для транзисторов, работающих без дополнительного теплоотвода при температуре окружающей среды 25 °С. При установке транзистора на радиатор, увеличивающий теплопередачу от транзистора в окружающую среду, допустимая мощность может быть значительно увеличена.

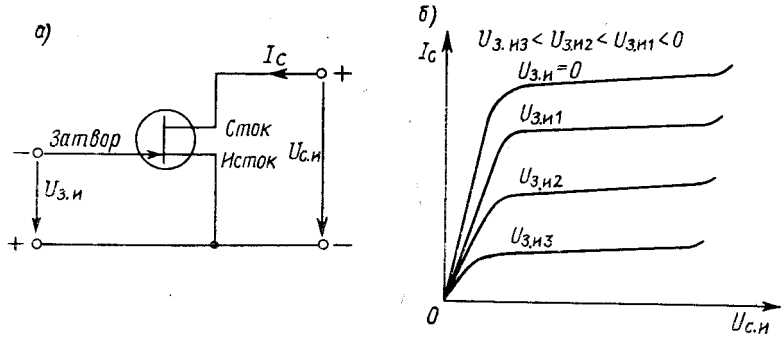


Рис. 6.8. Условное обозначение (*а*) и выходные характеристики (*б*) полевого транзистора.

Кроме $P_{к\,max}$ область рабочих токов и напряжений выходной цепи ограничивают также максимально допустимый ток коллектора $I_{к\,max}$ и максимально допустимое коллекторное напряжение $U_{к.э\,max}$, при превышении которых транзистор теряет работоспособность.

Входные и выходные характеристики *PNP*-транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, аналогичны характеристикам транзистора *NPN*, но направления рабочих напряжений $U_{б.э}$, $U_{к.э}$ и токов $I_б$, $I_к$ у транзисторов *PNP* по сравнению с транзисторами *NPN* противоположны.

В нашей стране выпускаются сотни типов биполярных транзисторов. Максимальные значения параметров биполярных транзисторов составляют: $I_{к\,max}$ до 60 А, $U_{к.э\,max}$ до 1500 В — в статическом режиме, при постоянном токе и напряжении; $I_{к\,max}$ до 100 А, $U_{к.э\,max}$ до 1500 В — в импульсном режиме; $P_{к\,max}$ до 350 Вт, $f_{гр}$ более 10^9 Гц.

Полевые транзисторы. Принцип действия полевых транзисторов основан на зависимости проводимости выходной цепи транзистора от электрического поля, создаваемого входным напряжением.

На рис. 6.8, *а* показано условное обозначение одного из видов полевых транзисторов — транзистора с управляющим *PN*-переходом и каналом *N*-типа. Проводимость канала *N*-типа (области

полупроводникового кристалла транзистора с электронной проводимостью) зависит от напряжения, приложенного к PN-переходу, образованному каналом N-типа и соседней областью кристалла с дырочной проводимостью. Выводы полевого транзистора называются: исток, сток и затвор. Входную цепь транзистора составляют затвор и исток, а выходную — исток и сток.

Входная характеристика для полевых транзисторов не используется, так как сопротивление входной цепи затвор—исток очень высокое (от сотен килоом до 10^{15} Ом) и входной ток практически равен нулю.

Выходными характеристиками полевых транзисторов называются зависимости тока стока I_c от напряжения между стоком и истоком $U_{с.и}$, построенные для ряда постоянных значений напряжения между затвором и истоком $U_{з.и}$ (рис. 6.8, *б*).

Важной особенностью полевых транзисторов является зависимость тока выходной цепи I_c от входного напряжения $U_{з.и}$. Свойства полевых транзисторов позволяют маломощным входным сигналом управлять выходным сигналом во много раз большей мощности. Это дает возможность с помощью полевых транзисторов усиливать электрические сигналы по мощности.

Область рабочих токов и напряжений полевых транзисторов ограничивают предельные параметры, аналогичные предельным параметрам биполярных транзисторов,— максимально допустимая мощность рассеивания P_{max}, максимально допустимый ток стока $I_{c\,max}$, максимально допустимое напряжение сток—исток $U_{с.и\,max}$ и максимально допустимое напряжение затвор—исток $U_{з.и\,max}$.

Основные параметры полевых транзисторов находятся в следующих пределах: $I_{c\,max}$ до нескольких ампер; $U_{с.и\,max}$ и $U_{з.и\,max}$ до 100 В; P_{max} до 75 Вт; максимальная рабочая частота около 10^9 Гц.

Полевые транзисторы по сравнению с биполярными обладают рядом преимуществ: входное сопротивление полевых транзисторов очень высоко, поэтому ток и мощность входного сигнала, необходимые для управления полевыми транзисторами, меньше, чем у биполярных транзисторов; для питания устройств на полевых транзисторах можно применить менее стабильный источник питания; полевые транзисторы технологичнее и дешевле биполярных. В то же время биполярные транзисторы способны работать на более высоких частотах и пока значительно превосходят полевые по максимально допустимому току в выходной цепи и максимально допустимой рассеиваемой мощности.

Приведенные значения предельных параметров биполярных и полевых транзисторов являются предельными только для выпускаемых в 1984 г. типов транзисторов. Каждый год появляются новые типы транзисторов с улучшенными характеристиками.

Транзисторы выпускаются в герметичных корпусах разнообразного внешнего вида, защищающих структуру транзистора от механических повреждений и климатических воздействий, а также бес-

корпусные — для применения в защищенных общим корпусом микросхемах.

Биполярные и полевые транзисторы очень широко применяются в электронных устройствах. На их основе строят усилители, устройства вычислительной техники, генераторы сигналов, преобразователи и т. д.

§ 6.4. Интегральные схемы

В конце 50-х и начале 60-х годов очень острыми проблемами стали повышение надежности электронных устройств, снижение потребляемой ими мощности, уменьшение их массы и габаритов. Электронные устройства строились на дискретных элементах, т. е. каждый элемент (электровакуумная лампа, транзистор, резистор и т. д.) представлял собой отдельное изделие. Наиболее сложные в эти годы электронные устройства содержали 10^4—10^5 дискретных элементов, огромное количество соединительных проводников и паек и вследствие этого имели низкую надежность, большие массу и габариты. К тому же изготовление электронных устройств на дискретных элементах было трудоемким. В значительной степени задачи повышения качества электронных устройств были решены после создания в середине 60-х годов первых интегральных схем (микросхем).

Интегральная схема — выполняющее определенные функции микроэлектронное изделие (усилитель, генератор, счетчик импульсов и т. д.), изготовленное в едином технологическом цикле и заключенное в один корпус.

По конструкции и технологии изготовления различают полупроводниковые и гибридные интегральные схемы (ИС).

В *полупроводниковых ИС* все элементы создаются в одном кристалле кремния. При изготовлении полупроводниковых ИС используют процессы эпитаксии — наращивания кристалла за счет осаждения паров кремния — и диффузии — проникновения атомов примеси в кристалл. Исходным материалом служит пластина *P*-кремния. На этой пластине с помощью эпитаксии наращивают слой *N*-кремния. Эпитаксиальный слой имеет однородную структуру и, следовательно, хорошие электрические свойства, поэтому элементы ИС создают в эпитаксиальном слое. После эпитаксии поверхность пластины кремния окисляют. Затем, удалив на определенных участках пластины окисел, с помощью диффузии в кристалл через незащищенные окислом участки атомов донорной или акцепторной примеси в кристалле формируют необходимые для получения транзисторов, диодов и резисторов структуры чередующихся слоев *P*- и *N*-кремния. В качестве конденсаторов в полупроводниковых ИС применяется *PN*-переход, работающий при обратном напряжении. Соединение элементов ИС между собой производят с помощью напыления на кристалл в вакууме токоведущих дорожек из алюминия или золота. На участках, где окисел удален, токоведущие дорожки контактируют с полупроводником

и обеспечивают надежное соединение элементов в заданную схему (рис. 6.9).

Для электрической изоляции элементов полупроводниковых схем друг от друга основание из *P*-кремния соединяют с точкой ИС, имеющей самый низкий электрический потенциал. Тогда все *PN*-переходы между основанием из *P*-кремния и внешней областью элементов из *N*-кремния оказываются закрытыми и изолируют элементы друг от друга.

Возможен другой способ изоляции — с помощью тонкого слоя диэлектрика между элементами ИС и основанием *P*-кремния. Ка-

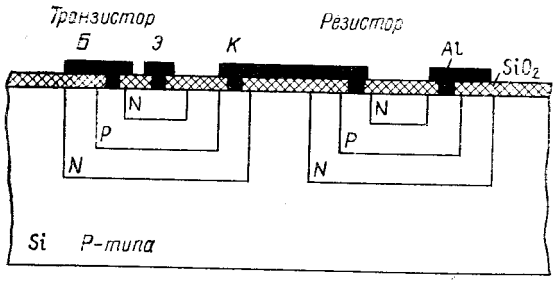


Рис. 6.9. Структура полупроводниковой интегральной схемы.

чество изоляции в этом случае намного выше, но повышается и стоимость ИС.

Линейные размеры элементов и расстояния между элементами в полупроводниковых ИС очень малы — единицы микрон. Плотность размещения элементов в полупроводниковых ИС составляет до 10^4 элементов в 1 см^3. Применение полупроводниковых ИС позволяет обеспечить наименьшие габариты, массу и стоимость электронных устройств.

Недостатком полупроводниковых ИС является низкое качество резисторов и конденсаторов: ограниченный диапазон номиналов, большой разброс параметров, малая стабильность параметров при изменении температуры.

В *гибридных ИС* элементы размещают на диэлектрическом основании из стекла или керамики. Резисторы, конденсаторы и соединительные проводники формируются с помощью пленок толщиной около 1 мкм из различных металлов и диэлектриков, нанесенных на поверхность основания. Транзисторы и диоды в гибридных ИС используются навесные, бескорпусного микроминиатюрного исполнения. Выводы транзисторов и диодов привариваются или припаиваются к контактным площадкам из металлической пленки на поверхности основания. Плотность размещения элементов в гибридных ИС значительно меньше, чем в полупроводниковых ИС — до 150 эл./см^3. Но элементы гибридных ИС имеют бо́льший диапазон номиналов, меньший разброс параметров и более высокую температурную стабильность, чем элементы полупроводниковых ИС.

Создание и применение ИС позволило за последние годы значительно увеличить надежность, снизить потребляемую мощность, массу, габариты и стоимость электронных устройств. Существенно расширились их функциональные возможности, повысилось быстродействие. Благодаря созданию больших ИС, содержащих десятки тысяч элементов, появились микропроцессоры и микро-ЭВМ, внедрение которых открывает широкие возможности для автоматизации производственных процессов, управления объектами и системами, улучшения бытовых условий жизни людей.

Глава 7
УСИЛИТЕЛИ

§ 7.1. Назначение, классификация и параметры усилителей

Усилителями называют устройства, усиливающие электрические сигналы по мощности.

При подаче на вход усилителя электрического сигнала усилитель вырабатывает на выходе сигнал большей мощности. Ниже будут рассматриваться только линейные усилители, у которых форма выходного сигнала аналогична форме входного сигнала.

Усилители широко применяются в электроприводах, системах автоматизации технологических процессов, вычислительной технике, радио- и телевизионной аппаратуре, измерительных приборах и т. д.

Классификационным признаком усилителей является их способность усиливать синусоидальные сигналы различных частот. Любой усилитель может усиливать синусоидальные сигналы только в определенном диапазоне частот сигнала от нижней $f_н$ до высшей $f_в$.

Усилители, способные усиливать медленно изменяющиеся сигналы с частотой $f_н \to 0$, называют усилителями постоянного тока.

Усилители, способные усиливать только переменные сигналы с частотой не менее $f_н > 0$, называются усилителями переменного тока.

По диапазону (ширине полосы) частот усиливаемых сигналов усилители делят на широкополосные, полосовые и узкополосные.

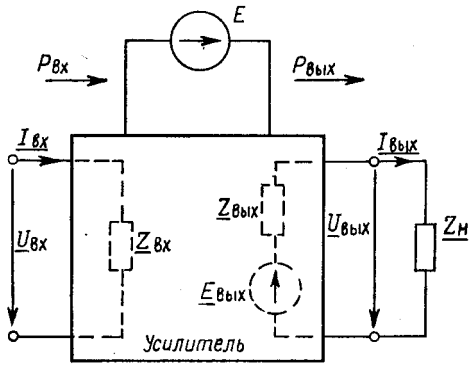
Смысл основных параметров усилителя поясняется с помощью его эквивалентной схемы (рис. 7.1). При подаче на вход усилителя входного сигнала, напряжение $u_{вх}$ и ток $i_{вх}$ которого изменяются во времени по синусоидальному закону, усилитель на выходе (нагрузке) вырабатывает выходной сигнал, напряжение $u_{вых}$ и ток $i_{вых}$ которого также изменяются по синусоидальному закону. Комплексное сопротивление входной цепи усилителя $\underline{Z} = \underline{U}_{вх}/\underline{I}_{вх}$, где $\underline{U}_{вх}$ и $\underline{I}_{вх}$ — комплексы входного напряжения и тока. Выходная цепь усилителя, к которой подключена нагрузка $\underline{Z}_н$, со-

стоит из выходного сопротивления $\underline{Z}_{вых}$ и ЭДС $\underline{E}_{вых}$. ЭДС $e_{вых}$, возбуждающая на выходе усилителя $u_{вых}$ и $i_{вых}$, вырабатывается усилителем за счет энергии источника питания усилителя с постоянной ЭДС $E=\text{const}$ и имеет такую же форму, как и $u_{вх}$.

К основным параметрам усилителя относятся:

— коэффициент усиления усилителя по мощности

$$K_P=\frac{P_{вых}}{P_{вх}},$$



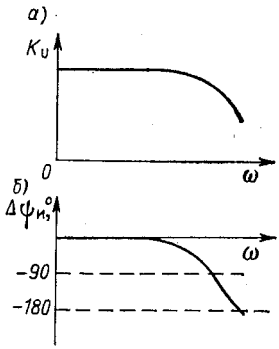


Рис. 7.1. Эквивалентная схема усилителя.

Рис. 7.2. Амплитудно-частотная (*а*) и фазочастотная (*б*) характеристики усилителя постоянного тока.

где $P_{вых}$ — активная мощность выходного сигнала; $P_{вх}$ — активная мощность входного сигнала; у усилителей в зоне рабочих частот $K_P>1$;

— коэффициент усиления по напряжению

$$\underline{K}_U=\frac{\underline{U}_{вых}}{\underline{U}_{вх}}=\frac{U_{вых}e^{j\psi_{Uвых}}}{U_{вх}e^{j\psi_{Uвх}}}=K_U e^{j\Delta\psi_U}, \qquad (7.1)$$

где $\underline{U}_{вых}$, $\underline{U}_{вх}$ — комплексы выходного и входного напряжений; $U_{вых}$, $U_{вх}$ — действующее значение выходного и входного напряжений; $\Delta\psi_U$ — разность начальной фазы выходного ($\psi_{U\,вых}$) и начальной фазы входного ($\psi_{Uвх}$) напряжений;

— коэффициент усиления по току

$$\underline{K}_I=\frac{\underline{I}_{вых}}{\underline{I}_{вх}},$$

где $\underline{I}_{вых}$ и $\underline{I}_{вх}$ — комплексы выходного и входного токов;

— входное и выходное сопротивления усилителя $\underline{Z}_{вх}$, $\underline{Z}_{вых}$;

— КПД $\eta=\frac{P_{вых}}{p_п}$, где $p_п$ — мощность, потребляемая усилителем от источника питания.

В общем случае $\underline{Z}_{вх}$, $\underline{Z}_{вых}$ и $\underline{Z}_{н}$ — комплексные сопротивления, так как входные и выходные цепи усилителя могут содержать конденсаторы и индуктивности. Входные $u_{вх}$, $i_{вх}$ и выходные $u_{вых}$, $i_{вых}$ переменные из-за наличия реактивных элементов в усилителе и из-за инерционных свойств транзисторов могут отличаться не только по амплитуде, но и по фазе, поэтому $\underline{K}_U$ и $\underline{K}_I$ — также комплексные величины. Однако в некоторых случаях (например, при усилении сигналов низкой частоты усилителем постоянного тока) можно считать входное и выходное сопротивления вещественными и сдвиг по фазе между напряжениями $u_{вых}$ и $u_{вх}$ и токами $i_{вых}$ и $i_{вх}$ равным нулю. Тогда коэффициенты усиления усилителя будут вещественными:

$$K_U = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}, \quad K_I = \frac{I_{вых}}{I_{вх}}, \quad K_P = \frac{P_{вых}}{P_{вх}} = \frac{U_{вых} I_{вых}}{U_{вх} I_{вх}} = K_U K_I.$$

Основными характеристиками усилителя являются амплитудно-частотная и фазочастотная. Амплитудно-частотной характеристикой усилителя называется зависимость модуля коэффициента усиления по напряжения K_U от частоты синусоидального сигнала на входе усилителя. Фазочастотной характеристикой называют зависимость $\Delta\psi_U$ — разности фаз между $u_{вых}$ и $u_{вх}$ от частоты синусоидального сигнала на входе усилителя. На рис. 7.2 приведены амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики усилителя постоянного тока.

В настоящее время усилители выполняют на основе ИС. Разработчики ИС сопровождают свои изделия подробными инструкциями по их применению в различных электронных устройствах. Специалистам, использующим усилители, уже нет необходимости подробно знать внутреннюю структуру ИС и производить расчеты режимов работы ИС. Сейчас разработка усилителей — это составление их из стандартных узлов с известными характеристиками. В настоящей главе будут рассмотрены принцип действия усилителей, свойства наиболее универсального типа аналоговых ИС — операционных усилителей и устройств на их основе.

§ 7.2. Принцип действия усилительных каскадов

Усилители составляют из отдельных ступеней усиления, называемых каскадами. Каждый каскад обладает всеми свойствами усилителя, но обычно один каскад не может обеспечить необходимого усиления сигнала, и усилители строят из нескольких каскадов. Каскады соединяют последовательно, и выходной сигнал предыдущего каскада является входным сигналом последующего. Общий коэффициент усиления усилителя равен произведению коэффициентов усиления входящих в него каскадов.

Первый каскад усиления, на который поступает усиливаемый сигнал, называется входным. Последний каскад, работающий на нагрузку, называется выходным или усилителем

мощности. Каскады, расположенные между входным и выходным каскадами, называют промежуточными. Свойства усилителя в первую очередь зависят от свойств входного и выходного каскадов. Входной и выходной каскады решают различные задачи, и поэтому схемы их отличаются.

Задача входного каскада усилителя — усиление сигнала по напряжению при минимальных искажениях сигнала. В цепях входного каскада протекают малые токи и мощность, потребляемая им, незначительна. КПД входного каскада — второстепенный параметр и обычно низок.

Усилители мощности предназначены для возбуждения усиленного сигнала в нагрузке: электродвигателе, реле, измерительном приборе, громкоговорителе и т. д. Выходная мощность транзисторных усилителей мощности может составлять до сотен ватт. Естественно, что для усилителей мощности важным параметром является КПД.

За годы развития полупроводниковой электроники были разработаны десятки вариантов схем транзисторных усилительных каскадов. Сейчас в качестве входного каскада наиболее широко применяются дифференциальный (балансный) каскад и в качестве выходного — двухтактный усилитель мощности.

Дифференциальный усилительный каскад. Схема дифференциального каскада на биполярных транзисторах приведена на рис. 7.3. Для питания каскада используются два источника постоянного напряжения с ЭДС E_1 и E_2. Входные сигналы $u_{вх1}$ и $u_{вх2}$ подаются на базы транзисторов VT_1 и VT_2 относительно общей точки источников питания — «земли». Выходной сигнал можно снимать с коллекторов VT_1 и VT_2 относительно «земли» ($u_{к1}$, $u_{к2}$) или между коллекторами VT_1 и VT_2 ($u_{вых}$).

Транзисторы VT_3, VT_4 и резисторы R_3, R_4 и R_5 составляют источник стабильного тока. Транзистор VT_4 работает в диодном включении — коллектор и база соединены и используется только NP-переход база—эмиттер. Ток базы транзистора VT_3 $I_{б3}$ намного меньше I_0 и I_1, поэтому можно считать $I_{б3} \approx 0$. Тогда ток через R_3 равен I_0, а ток через R_4 и R_5 одинаков и равен $I_1 = E_2/R_4+R_5$ (сопротивлением перехода база—эмиттер VT_4 можно пренебречь). Из контура база—эмиттер VT_3—R_3—R_4—база—эмиттер VT_4

$$U_{б.э3} + I_0R_3 - I_1R_4 - U_{б.э4} = 0,$$

где $U_{б.э3}$ и $U_{б.э4}$ — напряжения между базой и эмиттером VT_3 и VT_4.

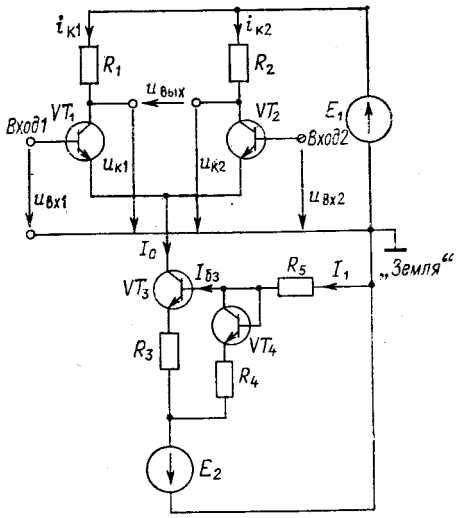
Отсюда

$$I_0 = \frac{E_2\dfrac{R_4}{R_4+R_5} + U_{б.э4} - U_{б.э3}}{R_3},$$

$U_{б.э4} - U_{б.э3} \approx 0$, значит, I_0 зависит только от постоянных величин, и поэтому $I_0 = \text{const}$. Таким образом, цель установки VT_4 —

исключение влияния на I_0 напряжения $U_{б.эз}$, зависящего от температуры.

Источник E_2 включен так, чтобы компенсировать падение напряжения на источнике стабильного тока, поэтому потенциал соединенных между собой эмиттеров VT_1 и VT_2 близок к потенциалу «земли». Это позволяет управлять коллекторными токами транзисторов VT_1 и VT_2 напряжениями $u_{вх1}$ и $u_{вх2}$ малой величины.



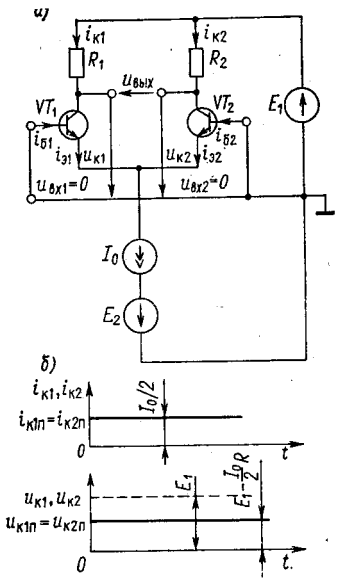


Рис. 7.3. Схема дифференциального усилительного каскада.

Рис. 7.4. Схема (*а*) и диаграмма токов и напряжений (*б*) дифференциального каскада в режиме покоя.

Напряжение $u_{к1}$ можно определить из контура $E_1 - R_1$ — коллектор—эмиттер VT_1:

$$u_{к1} = E_1 - i_{к1}R_1. \tag{7.2}$$

Из аналогичного контура E_1—R_2—коллектор—эмиттер VT_2

$$u_{к2} = E_1 - i_{к2}R_2. \tag{7.3}$$

Напряжение на выходе каскада равно

$$u_{вых} = -u_{к1} + u_{к2}. \tag{7.4}$$

В режиме покоя каскада входы *1* и *2* соединены с «землей» и, значит, $u_{вх1}=0$, $u_{вх2}=0$ (рис. 7.4). Часть каскада, состоящая из транзисторов VT_3, VT_4 и резисторов R_3, R_4, R_5 и обеспечивающая $I_0=\text{const}$, заменена на рис. 7.4 идеальным источником тока. Транзисторы VT_1 и VT_2 одинаковы, токи баз транзисторов VT_1 и VT_2 при $u_{вх1}=u_{вх2}=0$ равны, $R_1=R_2=R$, поэтому ток I_0 в режиме по-

коя распределяется поровну в эмиттерных цепях транзисторов: $i_{э1п}=i_{э2п}=\frac{I_0}{2}$. Эмиттерные токи транзисторов равны сумме токов коллектора и базы: $i_{э1}=i_{к1}+i_{б1}$, $i_{э2}=i_{к2}+i_{б2}$. Ток базы $i_{б1}$ ($i_{б2}$) проходит по контуру база—эмиттер VT_1 (VT_2) — источник стабильного тока I_0 — источник E_2. Ток базы $i_{б1}$ ($i_{б2}$) во много раз меньше

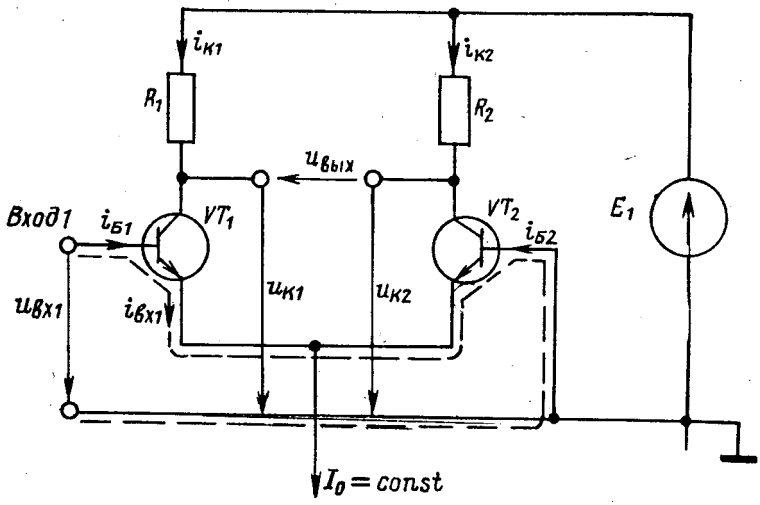


Рис. 7.5. Схема дифференциального каскада при наличии $u_{вх1}$.

коллекторного тока $i_{к1}$ ($i_{к2}$) так как $\frac{i_к}{i_б}=\beta\gg1$ (см. § 6.3), значит, можно считать $i_{к1}=i_{э1}$, $i_{к2}=i_{э2}$. Тогда коллекторные токи транзисторов VT_1 и VT_2 в режиме покоя равны:

$$i_{к1п}=i_{к2п}=\frac{I_0}{2}.$$

Выходные напряжения каскада в режиме покоя определяются из выражений (7.2)—(7.4):

$$u_{к1п}=u_{к2п}=E_1-\frac{I_0}{2}R;\quad u_{вых.\,п}=-u_{к1п}+u_{к2п}=0.$$

При подаче на вход *1* каскада напряжения $u_{вх1}$ это напряжение создает ток $i_{вх1}$, проходящий через переходы база—эмиттер транзисторов VT_1 и VT_2 (рис. 7.5). Если $u_{вх1}>0$ и $i_{вх1}>0$, то ток базы транзистора VT_1, равный $i_{б1}=i_{б1п}+i_{вх1}$, возрастает, а ток базы VT_2, равный $i_{б2}=i_{б2п}-i_{вх1}$, уменьшается. Приращение тока коллектора транзисторов пропорционально приращению тока базы $\Delta i_к=\beta\,\Delta i_б$ [см. рис. 6.7 и выражение (6.1)]. Поэтому при увеличении $i_{б1}$ увеличивается $i_{к1}$ и при уменьшении $i_{б2}$ уменьшается $i_{к2}$, причем сумма $i_{к1}+i_{к2}=I_0=\text{const}$, что обеспечивается

источником стабильного тока. Из выражений (7.2)—(7.4) следует, что при увеличении $i_{к1}$ и уменьшении $i_{к2}$ напряжение $u_{к1}$ уменьшается, а $u_{к2}$ увеличивается, и на выходе каскада появляется $u_{вых}>0$. Зависимость $u_{вых}$ от $u_{вх1}$ в дифференциальном усилительном каскаде пропорциональная: $u_{вых}=k_U u_{вх1}$, где k_U — коэффициент усиления каскада по напряжению.

При определенном значении $u_{вх1}=u'_{вх}>0$ возникает такой ток $i_{вх1}$, что ток базы $i_{б2}=i_{б2п}-i_{вх1}$ уменьшается до нуля, и VT_2 полностью закрывается, т. е. $i_{к2}=0$. При этом $i_{к1}=I_0$, так как $i_{к1}+i_{к2}=I_0$. Из (7.2)—(7.4) получим при $u_{вх}=u'_{вх}$ напряжения на выходах каскада

$$u_{к1}=E_1-I_0R;\quad u_{к2}=E_1;\quad u_{вых}=I_0R.$$

Если $u_{вх1}>u'_{вх}$, то состояние усилителя не изменится, так как VT_2 закрыт уже при $u_{вх1}=u'_{вх}$ и $i_{к2}=0$, а $i_{к1}$ не может быть больше I_0. Не изменяются и значения напряжений $u_{к1}$, $u_{к2}$ и $u_{вых}$.

При подаче на вход *1* напряжения $u_{вх1}<0$ ток $i_{вх1}<0$. По сравнению с режимом покоя $i_{б1}=i_{б1п}+i_{вх1}$ и $i_{к1}$ уменьшаются, $i_{б2}=i_{б2п}-i_{вх1}$ и $i_{к2}$ увеличиваются. Значит, увеличивается $u_{к1}$ и уменьшается $u_{к2}$, а на выходе усилителя появляется $u_{вых}<0$. При $u_{вх1}>-u'_{вх}$ зависимость $u_{вых}$ от $u_{вх1}$ пропорциональная: $u_{вых}=k_U u_{вх1}$.

При $u_{вх1}=-u'_{вх}$ ток базы $i_{б1}$ уменьшается до нуля, и VT_1 закрывается, $i_{к1}=0$. При этом коллекторный ток $i_{к2}=I_0$, а выходные напряжения каскада

$$u_{к1}=E_1;\quad u_{к2}=E_1-I_0R;\quad u_{вых}=-I_0R.$$

Если $u_{вх1}$ становится меньше $-u'_{вх}$, то состояние транзисторов и коллекторные токи уже не могут измениться: $i_{к1}=0$, $i_{к2}=I_0$. Не изменяются и выходные напряжения каскада.

Таким образом, при подаче на вход *1* усилителя напряжения $u_{вх1}$, изменяющегося в пределах $-u'_{вх}<u_{вх1}<u'_{вх}$, усилитель работает в линейном режиме — напряжение $u_{вых}$ на выходе усилителя пропорционально напряжению $u_{вх1}$:

$$\boxed{u_{вых}=K_U u_{вх1}.}$$

При напряжении $u_{вх1}\geqslant u'_{вх}$ или $u_{вх1}\leqslant -u'_{вх}$ напряжение на выходе усилителя не изменяется и равно $u_{вых}=I_0R$. Режим работы усилителя, при котором $|u_{вх1}|\geqslant u'_{вх}$ и напряжение $u_{вых}$ не изменяется, называется режимом насыщения усилителя.

На рис. 7.6, *а* построена передаточная характеристика каскада — зависимость $u_{вых}=f(u_{вх1})$. Передаточная характеристика показывает связь $u_{вых}$ и $u_{вх1}$ при низких частотах изменения $u_{вх1}$, на которых K_U не уменьшается.

На рис. 7.6, *б* показано изменение токов и напряжений каскада при подаче на вход *1* синусоидального напряжения $u_{вх1}$ низкой частоты. Усилитель работает в линейной зоне, так как амплитуда входного напряжения $U_{вх1m} < u'_{вх}$. Знаки $u_{вх1}$ и $u_{вых}$ в любой момент времени одинаковы, поэтому вход *1* усилителя называется неинвертирующим.

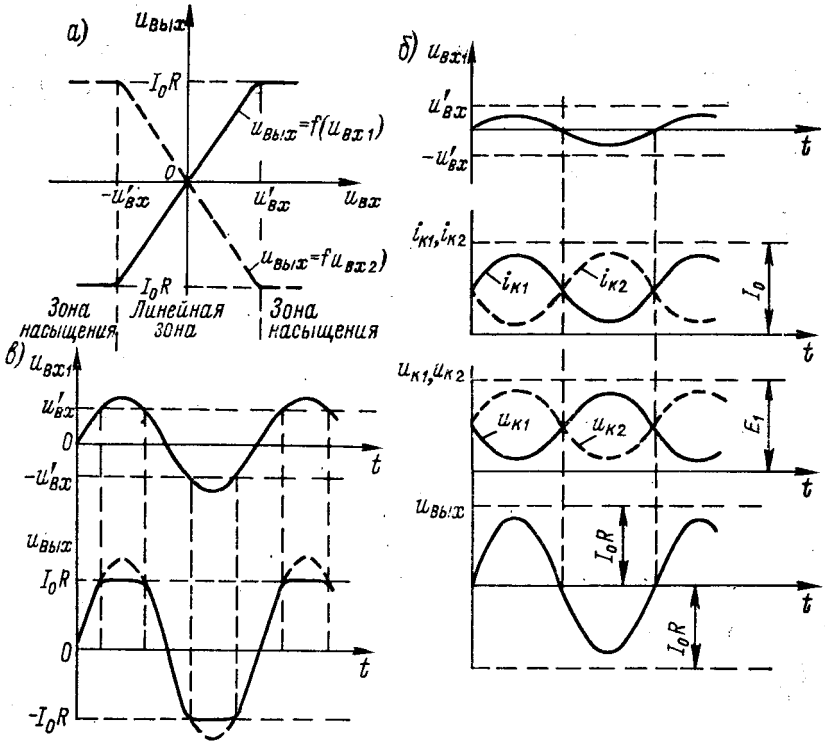


Рис. 7.6. Передаточная характеристика дифференциального каскада (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений при работе каскада в линейной зоне (*б*); влияние насыщения усилителя на форму $u_{вых}$ (*в*).

На рис. 7.6, *в* показано изменение $u_{вх1}$ и $u_{вых}$, когда амплитуда входного напряжения $U_{вх1m}$ больше $u'_{вх}$. В пределах $-u'_{вх} < u_{вх1} < u'_{вх}$ выходное напряжение $u_{вых}$ пропорционально $u_{вх1}$. При входном напряжении $u_{вх1} \geqslant u'_{вх}$ и $u_{вх1} \leqslant -u'_{вх}$ усилитель работает в режиме насыщения: выходное напряжение не изменяется и равно $u_{вых} = I_0R$ при $u_{вх1} \geqslant u'_{вх}$ и $u_{вых} = -I_0R$ при $u_{вх1} \leqslant u'_{вх}$. Значит, при $U_{вх1m} > u'_{вх}$ в кривой выходного напряжения $u_{вых}$ появляются нелинейные искажения.

При подаче напряжения $u_{вх2}$ на вход *2* (рис. 7.7) работа каскада аналогична работе каскада при подаче сигнала на вход *1*. Входной ток $i_{вх2}$ проходит через переходы база—эмиттер транзи-

сторов VT_2 и VT_1. При $0<u_{вх2}<u'_{вх}$ по сравнению с состоянием покоя каскада увеличиваются токи $i_{б2}$, $i_{к2}$ и уменьшаются токи $i_{б1}$, $i_{к1}$. В соответствии с (7.2)—(7.4) напряжение $u_{к1}$ увеличивается, а $u_{к2}$ уменьшается, и на выходе каскада появляется напряжение $u_{вых}<0$. Если $u_{вх2}<0$, то токи $i_{б1}$, $i_{к1}$ увеличиваются, а $i_{б2}$, $i_{к2}$ уменьшаются. Значит, напряжение $u_{к1}$ уменьшается, а $u_{к2}$ увеличивается, и $u_{вых}>0$.

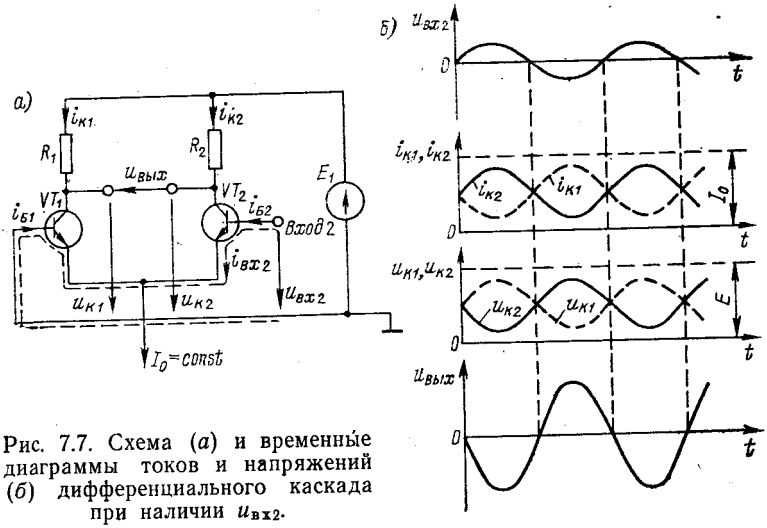


Рис. 7.7. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б*) дифференциального каскада при наличии $u_{вх2}$.

В пределах $-u'_{вх}<u_{вх2}<u'_{вх}$ выходное напряжение каскада $u_{вых}$ пропорционально $u_{вх2}$ по абсолютной величине, но противоположно по знаку:

$$\boxed{u_{вых}=-K_U u_{вх2}.}$$

Если $u_{вх2}\geqslant u'_{вх}$ или $u_{вх2}\leqslant -u'_{вх}$ усилитель работает в режиме насыщения. Выходное напряжение равно $u_{вых}=-I_0R$ при $u_{вх2}\geqslant u'_{вх}$ и $u_{вых}=I_0R$ при $u_{вх2}\leqslant -u'_{вх}$.

Передаточная характеристика $u_{вых}=f(u_{вх2})$ приведена на рис. 7.6, *а* (штриховая линия). Полярность напряжения $u_{вых}$ противоположна полярности напряжения $u_{вх2}$, поэтому вход *2* называется инвертирующим.

На рис. 7.7, *б* показаны кривые изменения токов и напряжений в каскаде при подаче на вход *2* синусоидального напряжения $u_{вх2}$.

Если входные сигналы подаются одновременно на оба входа дифференциального усилителя, то в линейной зоне, т. е. при $-u'_{вх}<u_{вх1}-u_{вх2}<u'_{вх}$ выходное напряжение $u_{вых}$ равно

$$\boxed{u_{вых}=K_U(u_{вх1}-u_{вх2}).}$$

Токи I_0, $i_{к1}$, $i_{к2}$, $i_{вых}$ возбуждаются в усилительном каскаде за счет энергии источника питания E_1, но управление токами $i_{к1}$, $i_{к2}$, а значит, и напряжениями $u_{к1}$, $u_{к2}$ и $u_{вых}$ осуществляется с помощью входных сигналов $u_{вх1}$ и $u_{вх2}$. Характеристики транзисторов [см. формулу (6.1) и рис. 6.7] показывают, что для управления током и напряжением в выходной цепи транзистора коллектор—эмиттер необходимы намного меньшие ток и напряжение во входной цепи база—эмиттер. Поэтому выходной сигнал дифференциального усилителя, имея такую же форму, как и входной, во много раз превосходит его по мощности.

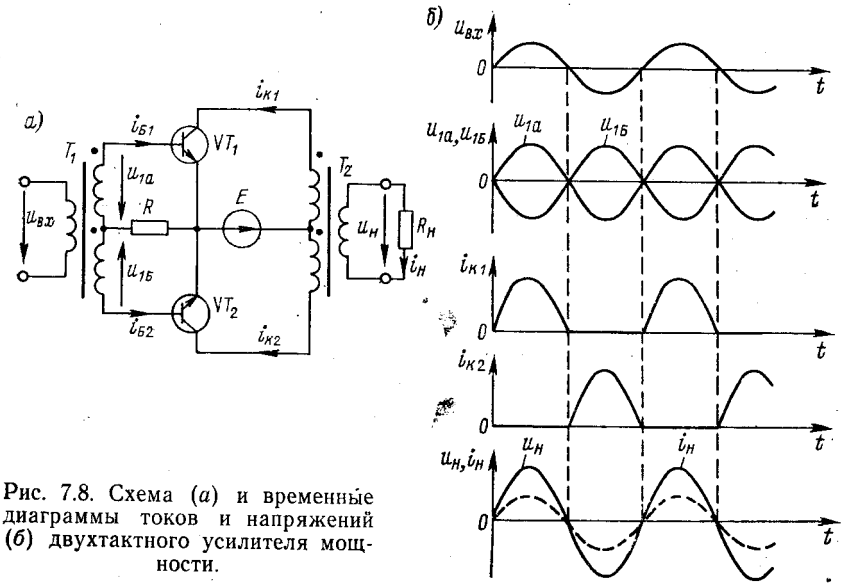


Рис. 7.8. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б*) двухтактного усилителя мощности.

Коэффициент усиления по напряжению дифференциального каскада составляет обычно несколько десятков. Дифференциальные каскады имеют высокое входное сопротивление: при выполнении каскада на биполярных транзисторах — сотни килоом, на полевых транзисторах — десятки мегаом и более. Дифференциальные каскады могут усиливать сигналы самой различной формы (медленно изменяющиеся, синусоидальные от $f \to 0$ до высоких частот, импульсные) с малыми искажениями. Кроме того, схема каскада отвечает требованиям технологии изготовления интегральных схем.

Двухтактный усилитель мощности. На рис. 7.8, *а* изображена схема двухтактного усилителя мощности. Входной сигнал $u_{вх}$ подается на первичную обмотку трансформатора T_1, выходной сигнал $u_н$ поступает на нагрузку $R_н$ со вторичной обмотки трансформатора T_2. Для питания каскада используется источник E.

Управление током и напряжением нагрузки осуществляется с помощью транзисторов VT_1 и VT_2 *NPN*-типа, включенных по

схеме с общим эмиттером. Токи коллекторов транзисторов пропорциональны токам базы $i_{к1}=\beta i_{б1}$, $i_{к2}=\beta i_{б2}$, а токи $i_{б1}$ и $i_{б2}$ возникают только при положительных напряжениях между базой и эмиттером транзисторов (см. рис. 6.7), так как цепь база—эмиттер является *PN*-переходом. Напряжения между базой и эмиттером транзисторов VT_1 и VT_2 равны напряжениям на вторичных обмотках $w_{1а}$ и $w_{1б}$ трансформатора T_1 — соответственно $u_{1а}$ и $u_{1б}$. При $u_{вх}=0$ напряжения $u_{1а}=0$, $u_{1б}=0$, токи $i_{б1}=0$, $i_{б2}=0$, и, значит, коллекторные токи $i_{к1}=0$ и $i_{к2}=0$. Токи $i_{к1}$ и $i_{к2}$ протекают через первичные обмотки $w_{2а}$ и $w_{2б}$ трансформатора T_2. Если $i_{к1}=i_{к2}=0$, то ток $i_н$ во вторичной обмотке трансформатора T_2, протекающий через $R_н$, также равен нулю и, значит, $u_н=0$.

При поступлении синусоидального сигнала $u_{вх}$ появляются синусоидальные $u_{1а}$ и $u_{1б}$. Число витков обмоток $w_{1а}$ и $w_{1б}$ одинаково, напряжение $u_{1а}$ измеряется между началом и концом обмотки $w_{1а}$, а $u_{1б}$ — между концом и началом $w_{2б}$, поэтому $u_{1а}$ и $u_{1б}$ имеют равную амплитуду, но изменяются в противофазе (рис. 7.8, *б*).

В нечетные полупериоды, когда $u_{вх}>0$, $u_{1а}>0$, а $u_{1б}<0$. Так как $u_{1б}<0$, ток $i_{б2}=0$, транзистор VT_2 закрыт, и $i_{к2}=0$. Напряжение $u_{1а}>0$ возбуждает ток базы $i_{б1}$, транзистор VT_1 открывается и под действием E в контуре E — $w_{2а}$ — коллектор—эмиттер VT_1 протекает ток $i_{к1}=\beta i_{б1}$. Ток через $w_{2а}$ возбуждает ток $i_н>0$ во вторичной обмотке T_2 и нагрузке $R_н$. Напряжение $u_н$ на нагрузке $R_н$ совпадает по форме с $i_н$.

В четные полупериоды $u_{вх}<0$, $u_{1а}<0$, $u_{1б}>0$. Транзистор VT_1 закрыт, и $i_{к1}=0$. Напряжение $u_{1б}>0$ создает $i_{б2}$, VT_2 открывается, и появляется $i_{к2}=\beta i_{б2}$, возбуждающий во вторичной обмотке T_2 и нагрузке $R_н$ ток $i_н<0$.

Таким образом, при подаче на вход усилителя синусоидального сигнала $u_{вх}$ на нагрузке возбуждается сигнал $u_н$ такой же формы. Ток в коллекторных цепях транзисторов и нагрузке возбуждается за счет энергии источника питания E, но управление этими токами осуществляется входным сигналом $u_{вх}$. Усиление сигнала по мощности достигается за счет того, что небольшими токами базы транзистора можно управлять во много раз большими токами коллектора.

В интегральных усилителях используются двухтактные усилители мощности без трансформаторов.

Двухтактные усилители мощности имеют КПД до 70 % и обеспечивают усиление сигнала с незначительными нелинейными искажениями.

§ 7.3. Операционные усилители

Операционные усилители — усилители постоянного тока с большим коэффициентом усиления и широкой полосой рабочих частот, применяемые в схемах с обратными связями.

До появления ИС операционными усилителями (ОУ) называли усилители постоянного тока, собранные из дискретных элементов, на основе которых строились устройства, выполняющие математические операции в АВМ. После разработки ОУ в виде ИС с малыми массой, габаритами, потребляемой мощностью и низкой стоимостью область применения ОУ расширилась. В настоящее время интегральные ОУ являются наиболее универсальными и широко применяемыми ИС, на основе которых можно построить усилители постоянного и переменного тока, умножители и делители,

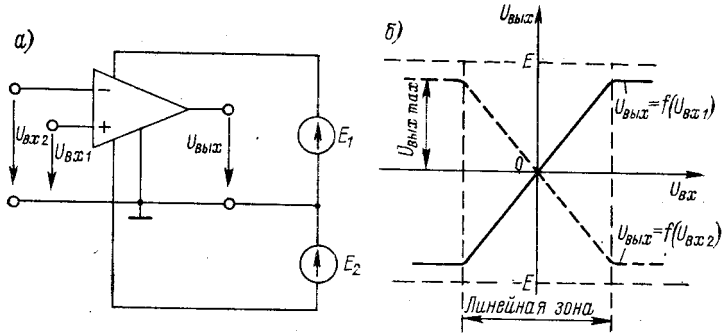


Рис. 7.9. Условное обозначение (*а*) и передаточная характеристика (*б*) операционного усилителя.

генераторы сигналов различной формы, модуляторы и демодуляторы, фильтры, стабилизаторы напряжения, преобразователи аналоговых сигналов в цифровые и преобразователи цифровых сигналов в аналоговые и т. д.

ОУ состоят из двух или трех каскадов усиления. Чаще всего в качестве входного каскада в ОУ используется дифференциальный усилительный каскад, а выходного — бестрансформаторный двухтактный усилитель мощности.

Условное обозначение ОУ показано на рис. 7.9, *а*. Питание ОУ осуществляется от двух источников E_1 и E_2, обычно $E_1=E_2$. ОУ имеет два входа (входы дифференциального каскада) и один выход. Напряжения на входе и выходе ОУ измеряются относительно «земли» — общего узла источников питания.

Передаточная характеристика (рис. 7.9, *б*) — зависимость в статическом режиме $U_{вых}$ от $U_{вх}$ — аналогична передаточной характеристике дифференциального каскада (см. рис. 7.6, *а*). Для определения передаточной характеристики сигнал $U_{вх}$ подается на один из входов ОУ, а другой вход соединяется с «землей» и напряжение на этом входе равно нулю. При подаче $U_{вх1}$ на вход *1* полярность $U_{вых}$ и $U_{вх1}$ одинакова, поэтому вход *1* называется неинвертирующим и обозначается знаком «+». При подаче $U_{вх2}$ на вход *2* полярность $U_{вых}$ и $U_{вх2}$ противоположна, поэтому вход *2* называется инвертирующим и обозначается знаком «—».

На передаточной характеристике можно выделить линейную зону, в пределах которой $U_{вых}$ пропорционально $U_{вх}$, и зону насыщения, в которой $U_{вых}$ не изменяется при изменении $U_{вх}$. Наклон передаточной характеристики в линейной зоне определяется коэффициентом усиления ОУ по напряжению $K_U = \frac{\Delta U_{вых}}{\Delta U_{вх}}$. При подаче входных сигналов одновременно на два входа и работе ОУ в линейной зоне

$$U_{вых} = K_U (U_{вх1} - U_{вх2}). \quad (7.5)$$

В зоне насыщения $U_{вых\,max}$ чаще всего составляет 0,8—0,66E.

У реальных ОУ передаточная характеристика несколько смещена относительно начала координат, т. е. $U_{вых} \neq 0$ при $U_{вх1} = U_{вх2} = 0$. Причиной смещения (разбаланса) является разброс параметров транзисторов и резисторов входного дифференциального каскада. Для балансировки — обеспечения $U_{вых} = 0$ при $U_{вх} = 0$ — у большинства ОУ предусмотрены специальные выводы, к которым присоединяется переменный резистор с указанным в паспортных данных ОУ номинальным сопротивлением. Регулировкой сопротивления переменного резистора осуществляется балансировка ОУ.

ОУ применяются в схемах с отрицательной обратной связью, в которых часть $u_{вых}$ подается через цепь обратной связи на инвертирующий вход ОУ. При замыкании цепи обратной связи может произойти самовозбуждение схемы, т. е. на выходе ОУ появятся незатухающие колебания напряжения $u_{вых}$. Для устранения самовозбуждения производят частотную коррекцию — вводят дополнительные обратные связи с помощью конденсаторов, снижающие коэффициент усиления ОУ на высоких частотах. Цепи коррекции могут быть сформированы при изготовлении ОУ (внутренняя коррекция), либо ОУ имеет выводы для подключения элементов коррекции с указанными в паспорте ОУ параметрами.

Источники питания, цепи частотной коррекции и балансировки необходимы для обеспечения нормальной работы каждого ОУ, но для упрощения на схемах устройств с ОУ их не показывают.

При анализе большей части схем с ОУ характеристики ОУ можно идеализировать. Идеальный ОУ имеет следующие основные характеристики:

входное сопротивление $R_{вх} \to \infty$;

коэффициент усиления по напряжению $K_U \to \infty$;

полосу рабочих частот от $f_н = 0$ до $f_в \to \infty$;

выходное сопротивление $R_{вых} \to 0$.

Реальные ОУ имеют свойства, близкие к свойствам идеального, у реальных ОУ обычно $R_{вх}$ составляет сотни килоом, K_U на низких частотах — десятки тысяч и более, $f_в$ — сотни килогерц, $R_{вых}$ — сотни ом.

Если ОУ идеализировать, то из свойств идеального ОУ следуют два правила:

1) входной ток ОУ можно считать равным нулю, так как $R_{вх} \to \infty$;

2) напряжение между входами ОУ при работе ОУ в линейной зоне пренебрежимо мало.

Напряжение между входами $U_{вх1} - U_{вх2}$ максимально вблизи зоны насыщения усилителя. Так как $U_{вых\,max} < E$, то из (7.5) следует $U_{вх1} - U_{вх2} < \frac{E}{K_U}$. Учитывая, что для питания ОУ применяются источники $E \leqslant 20$ В и K_U составляет десятки тысяч и более, получим напряжение между входами $U_{вх1} - U_{вх2}$ не более единиц милливольт, которым можно пренебречь.

§ 7.4. Устройства на основе операционных усилителей

В § 7.1 уже отмечалось, что ОУ являются универсальными ИС. На основе ОУ при подключении необходимых внешних элементов

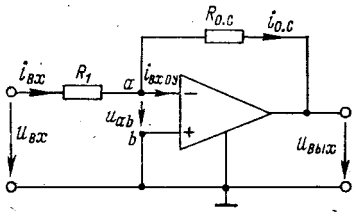


Рис. 7.10. Инвертирующий усилитель.

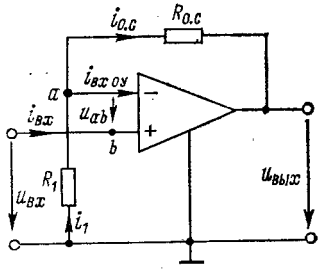


Рис. 7.11. Неинвертирующий усилитель.

можно получить практически любое по назначению аналоговое устройство. Некоторые из этих устройств рассмотрены в § 7.4.

Инвертирующий усилитель. В инвертирующем усилителе (рис. 7.10) входной сигнал $u_{вх}$ подается через резистор R_1 на инвертирующий вход, а неинвертирующий вход заземлен. К инвертирующему входу через резистор обратной связи $R_{о.с}$ подключен также выход усилителя.

По первому закону Кирхгофа для узла a

$$i_{вх} - i_{о.с} - i_{вхОУ} = 0, \tag{7.6}$$

где $i_{вх}$ — входной ток инвертирующего усилителя; $i_{о.с}$ — ток в цепи обратной связи; $i_{вх\,ОУ}$ — входной ток ОУ.

Для входной цепи усилителя можно записать уравнение

$$u_{вх} - i_{вх}R_1 - u_{ab} = 0, \tag{7.7}$$

где u_{ab} — напряжение между входами ОУ.

Для контура, включающего выходную цепь усилителя, $R_{о.с}$ и вход ОУ,

$$u_{вых} - u_{ab} + i_{о.с}R_{о.с} = 0. \qquad (7.8)$$

Как было показано в § 7.3, для ОУ можно принять $i_{вх\,ОУ} = 0$ и $u_{ab} = 0$, тогда из (7.6)—(7.8) получим

$$i_{о.с} = i_{вх}; \quad i_{вх} = \frac{u_{вх}}{R_1};$$

$$u_{вых} = -i_{о.с}R_{о.с} = -u_{вх}\frac{R_{о.с}}{R_1}.$$

Таким образом,

$$\boxed{u_{вых} = K_U u_{вх}, \text{ где } K_U = -\frac{R_{о.с}}{R_1}.} \qquad (7.9)$$

Входное сопротивление усилителя $R_{вх} = R_1$, выходное сопротивление усилителя равно $R_{вых\,ОУ} \to 0$.

Неинвертирующий усилитель. Входной сигнал подается на неинвертирующий вход ОУ, а на инвертирующий вход подается сигнал обратной связи с выхода усилителя (рис. 7.11).

Для узла a

$$i_1 - i_{вхОУ} - i_{о.с} = 0. \qquad (7.10)$$

Для контура, образованного входами усилителя, получим

$$iR_1 + u_{ab} + u_{вх} = 0. \qquad (7.11)$$

Для контура выход усилителя — цепь обратной связи

$$u_{вых} + i_1R_1 + i_{о.с}R_{о.с} = 0. \qquad (7.12)$$

Учитывая, что $i_{вхОУ} = 0$ и $u_{ab} = 0$, из (7.10)—(7.12) получим

$$\left.\begin{aligned} &i_{о.с} = i_1; \quad i_1 = -\frac{u_{вх}}{R_1}; \\ &u_{вых} = -i_1(R_1 + R_{о.с}) = u_{вх}\frac{R_1 + R_{о.с}}{R_1}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.13)$$

Итак,

$$\boxed{u_{вых} = k_U u_{вх}, \text{ где } k_U = 1 + \frac{R_{о.с}}{R_1}.}$$

Входное сопротивление неинвертирующего усилителя равно $R_{вхОУ} \to \infty$, $R_{вых}$ равно $R_{выхОУ} \to 0$.

Рассмотренные схемы инвертирующего и неинвертирующего усилителя широко применяются для усиления сигналов постоянного и переменного токов низкой частоты. Коэффициент усиления по напряжению усилителя на одном ОУ среднего качества обычно равен около 100, на высококачественных ОУ — 10^3 и более.

Усилитель переменного тока. Иногда необходим усили усиливающий только переменные составляющие сигнала. В случае во входную цепь усилителя устанавливают конденса пропускающий только сигнал переменного тока (рис. 7.12). кость конденсатора выбирают так, чтобы на частоте сигнала обеспечить $\frac{1}{\omega_c C} \ll R_1$. В этом случае сопротивление конденсат на частоте ω_c можно не учитывать, и для K_U, равного здесь от шению действующих значений синусоидальных напряжений U и $U_{вх}$, изменяющихся с частотой ω_c, подходит выражение (7 полученное для инвертирующего усилителя.

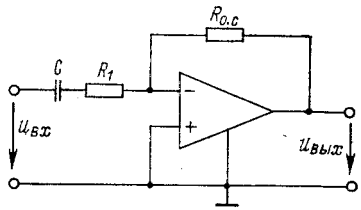


Рис. 7.12. Усилитель переменного тока.

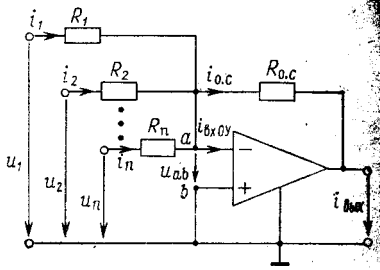


Рис. 7.13. Сумматор.

Сумматор. Суммируемые сигналы подаются через резисторы R_1, R_2, ..., R_n на инвертирующий вход ОУ (рис. 7.13). Принимая $i_{вхОУ}=0$, получим

$$i_1 + i_2 + , \ldots , + i_n = i_{о.с}. \qquad (7.14)$$

Так как $u_{ab}=0$, то

$$i_1 = \frac{u_1}{R_1}; \quad i_2 = \frac{u_2}{R_2}, \ldots, i_n = \frac{u_n}{R_n}, \qquad (7.15)$$

и

$$u_{вых} = -i_{о.с} R_{о.с}. \qquad (7.16)$$

Подставив в (7.16) выражения (7.14) и (7.15), получим

$$u_{вых} = -\left(u_1 \frac{1}{R_1} + u_2 \frac{1}{R_2} + \ldots + u_n \frac{1}{R_n}\right) R_{о.с}.$$

Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_n = R$, то

$$\boxed{u_{вых} = -(u_1 + u_2 + \ldots + u_n) \frac{R_{о.с}}{R}.} \qquad (7.17)$$

Интегратор. В цепи обратной связи интегратора (рис. 7.14, а) установлен конденсатор. Принимая $i_{вхОУ}=0$ и $u_{ab}=0$, получим

$$i_{вх} = i_{о.с}; \quad i_{вх} = \frac{U_{вх}}{R};$$

$$u_{вых} = -u_C = -\frac{1}{C}\int i_{о.с}\, dt,$$

где u_C — напряжение на конденсаторе. Отсюда

$$U_{вых} = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_{вх}\,dt + u_{вых0}, \qquad (7.18)$$

где $u_{вых0}$ — напряжение на выходе интегратора при $t=0$.

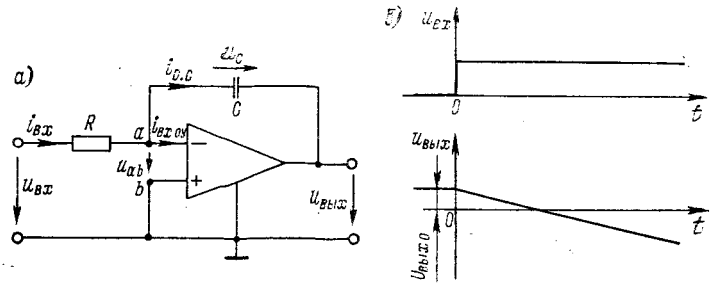


Рис. 7.14. Схема (*а*) и временные диаграммы (*б*) интегратора.

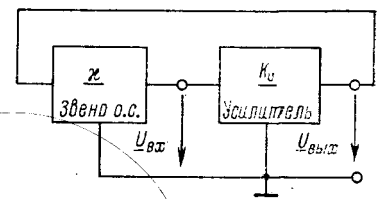


Рис. 7.15. Структурная схема генератора синусоидального сигнала.

На рис. 7.14, *б* показано, как изменяется выходной сигнал интегратора $u_{вых}$ при скачкообразном изменении сигнала на входе $u_{вх}$.

Генератор синусоидального сигнала. Генераторами сигналов называются электронные устройства, которые при подаче на них постоянного напряжения питания вырабатывают на выходе переменное напряжение заданной формы. Генератор синусоидального сигнала вырабатывает на выходе напряжение синусоидальной формы.

В качестве генераторов синусоидального сигнала используют усилители, охваченные положительной обратной связью (рис. 7.15). Коэффициент усиления усилителя $\underline{K}_U = \underline{U}_{вых}/\underline{U}_{вх} = K_U e^{j\Delta\psi_u}$ [см. (7.1)], коэффициент передачи звена обратной связи $\underline{\varkappa} = \varkappa e^{j\Delta\psi_{uo.c}}$, где $\varkappa = U_{вх}/U_{вых}$; $\Delta\psi_{uo.\,c}$ — угол сдвига по фазе между $\underline{u}_{вых}$, являющимся входным сигналом для звена обратной связи, и $u_{вх}$, являющимся выходным сигналом для звена обратной связи. Для возбуждения устойчивых синусоидальных колебаний $u_{вых} = U_{вых m} \times \sin\omega_0 t$ необходимо, чтобы на заданной частоте сигнала ω_0 при амплитуде $U_{вых m}$ выполнялось условие $K_U\varkappa = K_U\varkappa e^{j(\Delta\psi_u + \Delta\psi_{uo.c})} = 1$, т. е. чтобы $K_U\varkappa = 1$ и $\Delta\psi_u + \Delta\psi_{uo.\,c} = 0$. В этом случае выходной си-

нусоидальный сигнал усилителя $u_{вых}$, пройдя через звено обратной связи и усилитель, вновь воспроизведется на выходе усилителя без затухания. Причем нужно отметить, что вследствие нелинейности характеристик усилителя при амплитудах сигнала, меньших выбранного $U_{выхm}$, получим $K_U\varkappa > 1$, а при больших амплитудах $K_U\varkappa < 1$.

На входе усилителя всегда существуют слабые хаотические колебания $u_{вх}$, связанные с тепловым движением электронов в элементах входного каскада. Колебания $u_{вх}$ являются «белым шумом», т. е. содержат гармоники любых частот, в том числе и ω_0. Колебания $U_{вхm} \sin \omega_0 t$ усиливаются усилителем, проходят через звено обратной связи и поступают на вход усилителя, накладываясь на исходные колебания $u_{вх}$. Так как по фазе исходная гармоника $U_{вхm} \sin \omega_0 t$ и сигнал обратной связи совпадают и при малых амплитудах $K_U\varkappa > 1$, то на входе появляются колебания $U'_{вхm} \times \times \sin \omega_0 t$ с амплитудой $U'_{вхm} > U_{вхm}$. Затем этот сигнал вновь проходит через усилитель и цепь обратной связи, вновь увеличивается, и так продолжается до тех пор, пока амплитуда сигнала на выходе не достигнет $U_{выхm}$, при котором $K_U\varkappa = 1$. Больше амплитуда сигнала не может увеличиваться, так как при бо́льших амплитудах $K_U\varkappa < 1$.

Составляющие «белого шума» на входе усилителя других частот $\omega \neq \omega_0$ также проходят через усилитель и звено обратной связи и вновь попадают на вход усилителя. Звено обратной связи выбирают так, чтобы при $\omega \neq \omega_0$ обеспечивалось $\Delta\psi_u + \Delta\psi_{uо.с} \neq 0$ и $K_U\varkappa < 1$. Гармоники частот $\omega \neq \omega_0$, проходя через усилитель и звено обратной связи, не совпадают по фазе с исходными гармониками и имеют меньшую, чем исходные гармоники, амплитуду. Поэтому амплитуды гармонических составляющих $u_{вх}$, а значит, и $u_{вых}$, имеющих частоты $\omega \neq \omega_0$, не увеличиваются и остаются пренебрежимо малыми по сравнению с амплитудой синусоидального сигнала частоты ω_0.

В настоящее время широко применяются генераторы синусоидального сигнала на ОУ с мостом Вина в качестве звена обратной связи. Схема моста Вина и его частотные характеристики приведены на рис. 7.16. Резисторы моста обычно имеют равное сопротивление R, а конденсаторы одинаковую емкость C. При подаче на вход моста синусоидального сигнала u_1, имеющего частоту $\omega_0 = 1/RC$, синусоидальный сигнал на выходе моста u_2 совпадает по фазе с u_1 и имеет амплитуду в три раза меньше, т. е. коэффициент передачи моста $\varkappa_м = u_2/u_1 = {}^1/_3$, и $\Delta\psi_{uм} = \psi_{u1} - \psi_{u2} = 0$. При частотах u_1, не равных ω_0, $\varkappa_м < {}^1/_3$ и $\Delta\psi_{uм} \neq 0$.

Схема генератора синусоидального сигнала приведена на рис. 7.17. Сигнал обратной связи с выхода ОУ через мост Вина подается на неинвертирующий вход ОУ. Сдвиг по фазе между $u_{вх}$, поданным на неинвертирующий вход ОУ, и выходным напряжением ОУ $u_{вых}$ равен нулю: $\Delta\psi_u = 0$. Значит, на частоте $\omega = \omega_0$ суммарный сдвиг по фазе между входным и выходным напряже-

ниями ОУ и моста Вина равен нулю: $\Delta\psi_u+\Delta\psi_{uм}=0$. Для возбуждения на выходе ОУ незатухающих синусоидальных колебаний напряжения $u_{вых}$ с частотой ω_0 нужно обеспечить $K_U\varkappa_м=1$, т. е. $K_U=1/\varkappa_м=3$. Необходимую величину K_U можно получить выбором R_1 и $R_{о.с}$, так как для неинвертирующего усилителя $K_U=1+R_{о.с}/R_1$ [см. (7.13)]. Входной сигнал генератора удобно регули-

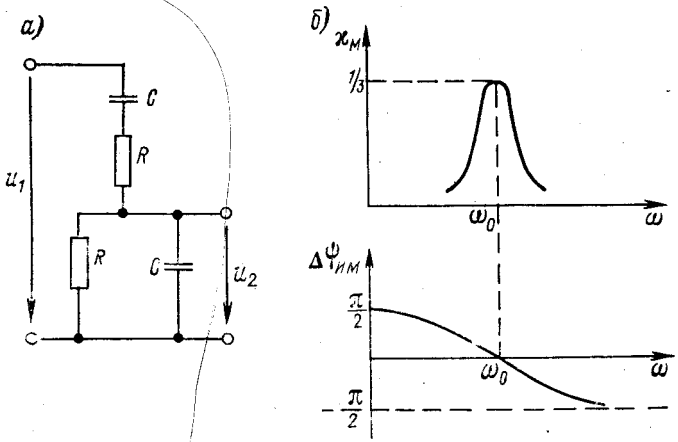


Рис. 7.16. Мост Вина (*а*) и его частотные характеристики (*б*).

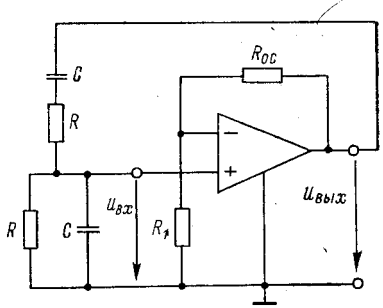


Рис. 7.17. Схема генератора синусоидального сигнала.

ровать по амплитуде изменением R_1 и $R_{о.с}$ и по частоте изменением параметров элементов моста Вина R или C.

§ 7.5. Применение операционных усилителей

Устройства, построенные на основе ОУ, широко применяются в системах управления электроприводами, измерительных устройствах, системах контроля и управления технологическими процессами, вычислительной технике и т. д.

В § 14.4 приведено описание электропривода постоянного тока, предназначенного для управления угловой скоростью двигателя постоянного тока (ДПТ). В состав электропривода входит ряд устройств, построенных на ОУ, в том числе регулятор скорости (РС).

На входы РС поступают напряжение u_ω, пропорциональное заданной угловой скорости ДПТ ω_0, и напряжение $u_{\omega_т}$, пропор-

циональное текущей угловой скорости ДПТ $\omega_т$ (рис. 7.18 *а*). Напряжение u_{ω_0}, управляющее угловой скоростью ДПТ, может быть подано на вход электропривода из ЦВМ или задаваться вручную с помощью потенциометра. Напряжение $u_{\omega_т}$ подается с выхода тахогенератора. Тахогенератор (ТГ) — это маломощный генератор постоянного тока, выходное напряжение которого пропорционально частоте вращения ротора ТГ. Вал ТГ в электроприводе соединен с валом ДПТ, и ТГ вырабатывает напряжение $u_{\omega_т}$, пропорциональное угловой скорости ДПТ.

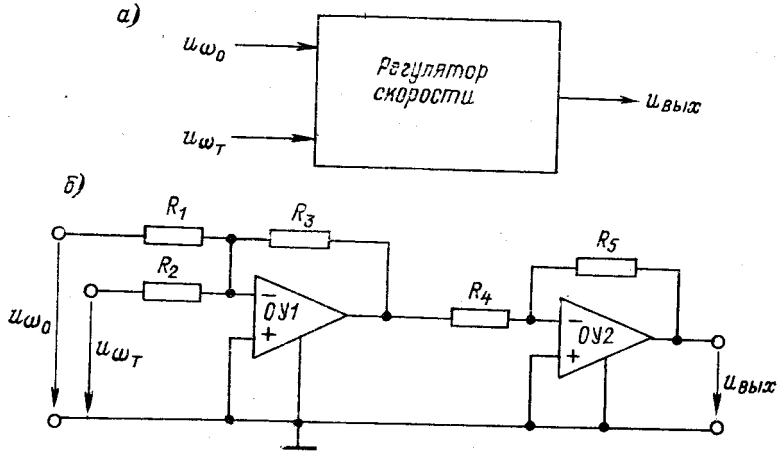


Рис. 7.18. Регулятор скорости электропривода.

Задачей РС является определение разности напряжений u_{ω_0} и $u_{\omega_т}$ и усиление этой разности. Выходное напряжение РС должно быть равно:

$$u_{вых} = K_U (u_{\omega_0} - u_{\omega_т}),$$

где K_U — коэффициент усиления РС по напряжению.

Выходное напряжение РС $u_{вых}$ преобразуется другими блоками электропривода, описанными в § 14.4, в пропорциональный $u_{вых}$ ток обмотки якоря ДПТ, от которого зависит частота вращения ротора ДПТ. В результате электропривод обеспечивает такую текущую скорость $\omega_т$ ротора ДПТ, чтобы разность между напряжениями u_{ω_0} и $u_{\omega_т}$ была близка нулю, т. е. чтобы текущая скорость ротора ДПТ была равна заданной $\omega_т \approx \omega_0$.

На рис. 7.18, *б* приведена упрощенная схема РС. В состав РС входят сумматор и усилитель, выполненные на ОУ. На входы сумматора подаются напряжения u_{ω_0} и $u_{\omega_т}$. Полярность напряжений u_{ω_0} и $u_{\omega_т}$ должна быть различной — это можно легко обеспечить,

например, переключением выводов ТГ. Тогда напряжение на выходе сумматора будет пропорционально разности $u_{\omega_0} - u_{\omega_г}$. После усиления сигнала усилителя на выходе РС получим напряжение

$$u_{вых} = K_U (u_{\omega_0} - u_{\omega_т}).$$

Реальная схема РС сложнее схемы, изображенной на рис. 7.18, *б*, так как в нее включены цепи, обеспечивающие температурную стабильность K_U и помехоустойчивость РС.

Рассмотрим еще один пример применения ОУ — в устройстве для измерения температуры. На рис. 7.19, *а* изображена схема из-

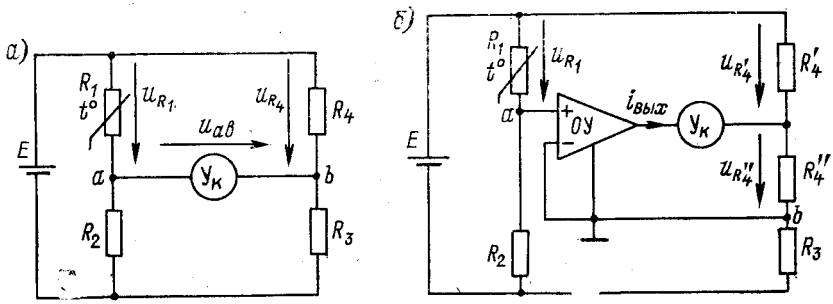


Рис. 7.19. Измеритель температуры.

мерительного моста, построенная на резисторах $R_1 - R_4$. Резистор R_1 — металлический или полупроводниковый терморезистор, сопротивление которого зависит от температуры. Терморезистор размещается в объекте, температура которого измеряется. Терморезистор имеет малые габариты и тепловую инерцию, поэтому температура терморезистора равна температуре объекта. Резисторы $R_2 - R_4$ обычные и размещены в нормальных условиях. Также в нормальных условиях находятся источник питания моста со стабильной ЭДС $E = \text{const}$ и стрелочный указатель *Ук*.

Сопротивление резисторов $R_2 - R_4$ выбирается так, чтобы при исходной температуре объекта и соответствующем этой температуре сопротивлении терморезистора R_1 обеспечивалось соотношение $R_1/R_2 = R_4/R_3$ или $R_1R_3 = R_2R_4$. В этом случае мост находится в состоянии равновесия, т. е. напряжение между узлами *a* и *b* равно нулю:

$$u_{ab} = u_{R_4} - u_{R_1} = 0,$$

где u_{R_1} и u_{R_4} — напряжения на R_1 и R_4 соответственно.

При отклонении температуры объекта от исходной изменяется сопротивление терморезистора R_1, нарушается соотношение между сопротивлениями резисторов $R_1R_3 \neq R_2R_4$, появляется напряжение $u_{ab} \neq 0$ и отклоняется стрелка *Ук*.

Недостатком этой схемы является то, что напряжение u_{ab} не линейно зависит от отклонения сопротивления терморезистора R_1 от исходной величины, т. е. нелинейно зависит от изменения температуры объекта. Вследствие этого появляется погрешность его измерения, которая возрастает при увеличении отклонения температуры объекта от исходной.

Для повышения точности измерения применяются ОУ. На рис. 7.19, *б* показан один из вариантов мостовой схемы с ОУ. Напряжение u_{ab} с выхода моста подается на неинвертирующий вход *ОУ*. Стрелочный указатель *Ук* подключен к выходу *ОУ*. Одно из плеч моста составляют два резистора R'_4 и R''_4, причем через резистор R''_4 проходит выходной ток *ОУ*. При исходной температуре объекта выполняется соотношение $R_1R_3=R_2(R'_4+R''_4)$, мост находится в состоянии равновесия, напряжение $u_{ab}=0$ и выходной ток *ОУ* также равен нулю. Если температура объекта отклоняется от исходной, изменяются сопротивление терморезистора R_1 и напряжение u_{R_1} на терморезисторе, появляются напряжение u_{ab} и пропорциональный напряжению u_{ab} выходной ток *ОУ*. Сопротивление резистора R''_4 выбирают таким, чтобы проходящий через R''_4 выходной ток *ОУ* создавал на R''_4 напряжение $u_{R''_4}$, поддерживающее равенство $u_{R_1}=u_{R'_4}+u_{R''_4}$ ($u_{R'_4}$ и $u_{R''_4}$ — напряжения на резисторах R'_4 и R''_4) при изменении R_1 и u_{R_1}. В этом случае $u_{ab}=(u_{R'_4}+u_{R''_4})-u_{R_1}=0$, т. е. ОУ автоматически поддерживает мост в состоянии равновесия при изменении температуры объекта.

Выходной ток *ОУ* и отклонение стрелки *Ук* здесь линейно зависят от отклонения температуры объекта от исходной, и погрешность измерения уменьшается.

Подобные мостовые схемы применяются и в других измерительных устройствах. Например, в измерителе деформации (здесь в качестве R_1 используется тензорезистор) и в измерителе освещенности (R_1 — фоторезистор).

Глава 8

ЦИФРОВЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

§ 8.1. Сигналы в цифровых электронных устройствах. Двоичная система счисления

Цифровыми электронными устройствами называются такие, в которых электрические сигналы могут иметь только два определенных уровня напряжения.

Из цифровых электронных устройств строят системы (ЦВМ) и управляющие устройства цифровых систем автоматики. До раз-

работки интегральных схем (ИС) область применения цифровых электронных устройств ограничивалась в основном ЦВМ. В системах автоматики чаще применяли аналоговые электронные устройства, менее точные, чем цифровые, но более простые, дешевые и надежные. В 60—70-е годы с помощью интегральной технологии были созданы надежные цифровые электронные устройства, имеющие малые массу, габариты, потребляемую мощность и стоимость, в том числе микропроцессоры — универсальные управляющие устройства. В настоящее время область применения цифровых электронных устройств расширяется, они используются для управления роботами, станками, технологическими процессами, при создании гибких автоматизированных производств и т. д. На судах цифровые электронные устройства применяются для управления пуском и работой главных судовых дизелей, работой агрегатов судовой электростанции, а также для контроля температуры, давления и т. д.

Электрические сигналы в цифровых электронных устройствах имеют два уровня напряжения: низкий, например 0—0,4 В, и высокий, например 2,4—4 В. Низкий уровень называется логическим нулем («0»), высокий — логической единицей («1»). С помощью двух уровней напряжения можно представлять и обрабатывать информацию в виде двоичного кода.

В общеизвестной десятичной системе счисления основанием системы является число 10. Количество используемых цифр в системе равно основанию 10: 0, 1, 2, ..., 9. Десятичное число — это сумма произведений цифр десятичного числа на основание, которое возводится в степень, соответствующую номеру разряда, т. е. положению цифры в числе, например

$$2045{,}2 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}.$$

В двоичной системе счисления основанием является число 2 и для записи чисел используются всего две цифры: 0 и 1. Величина числа в двоичной системе определяется так же, как в десятичной. Например, десятичное число 11,5 в двоичной системе выражается следующим образом:

$$1011{,}1 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1}.$$

Десятичное число 21 в двоичной системе равно 10101, десятичное число 56 — 111000 и т. д.

Количество информации, содержащейся в одном разряде двоичного числа, называется битом.

Электронные устройства с двумя устойчивыми состояниями наиболее просты и надежны, этим и объясняется выбор для цифровых электронных устройств двух уровней напряжения и двоичной системы счисления.

§ 8.2. Транзисторный ключ

Цифровые электронные устройства можно построить на диодах, транзисторах, ферромагнитных элементах и т. д. В настоящее время широко применяются транзисторные цифровые устройства. В них транзисторы работают в ключевом режиме.

В транзисторном ключе, изображенном на рис. 8.1, *а*, биполярный транзистор включен по схеме с общим эмиттером. На вход ключа поступает входной сигнал $u_{вх}$, выходной сигнал $u_{вых}$ снимается с коллектора транзистора.

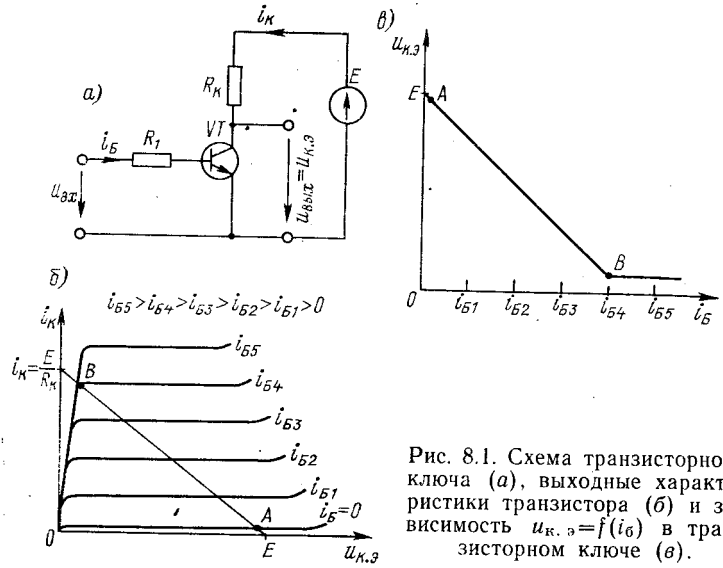


Рис. 8.1. Схема транзисторного ключа (*а*), выходные характеристики транзистора (*б*) и зависимость $u_{к.э}=f(i_б)$ в транзисторном ключе (*в*).

Из контура источника питания $E - R_к$ — коллектор—эмиттер VT

$$u_{вых} = u_{к.э} = E - i_к R_к. \qquad (8.1)$$

В то же время в соответствии с выходными характеристиками транзистора (рис. 8.1, *б*) $u_{к.э}$ зависит от тока коллектора $i_к$ и базы $i_б$. Точки пересечения выходных характеристик и линии AB, построенной по уравнению (8.1), позволяют определить зависимость $u_{вых}$ от $i_б$. При $i_б=0$ транзистор находится в состоянии «отсечки»: транзистор закрыт, ток $i_к=0$, $u_{вых}=u_{к.э}\approx E$ (точка A на рис. 8.1, *б*, *в*). При увеличении $i_б$ увеличивается $i_к$ и уменьшается $u_{к.э}$. При $i_б=i_{б4}$ транзистор находится в состоянии «насыщения»: транзистор полностью открыт, ток $i_к$ максимален, напряжение $u_{к.э}$ имеет наименьшее значение (точка B на рис. 8.1, *б*, *в*). При $i_б > i_{б4}$ ток $i_к$ и напряжение $u_{к.э}$ не изменяются. Таким образом, состояние транзистора зависит от $i_б$, а $i_б$ в свою очередь — от входного напряжения $u_{вх}$.

Сигнал на входе ключа $u_{вх}$ может иметь два уровня напряжения: низкий — логический «0» и высокий — логическая «1». Параметры транзисторного ключа выбирают так, чтобы при подаче на вход сигнала «0» ($i_б \approx 0$) транзистор находился в состоянии «отсечки» и $u_{вых}$ соответствовало логической «1», а при подаче на вход «1» ($i_б \geqslant i_{б4}$) транзистор находился в состоянии «насыщения» и $u_{вых}$ соответствовало логическому «0».

Важным параметром транзисторных ключей является быстродействие, определяющее скорость обработки информации в цифровых устройствах. Быстродействие транзисторных ключей оценивается временем задержки выходного сигнала $u_{вых}$ относительно входного $u_{вх}$ (рис. 8.2). Причем время задержки по переднему фронту сигнала $t_{з1}$ и по заднему фронту сигнала $t_{з2}$ различно.

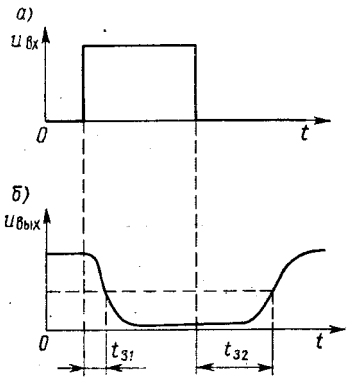


Рис. 8.2. Входной (*а*) и выходной (*б*) сигналы транзисторного ключа.

Для транзисторных ключей оно составляет от единиц до сотых долей микросекунды.

§ 8.3. Логические элементы

Все цифровые устройства, за исключением устройств долговременной памяти, построены на логических элементах, выполняющих логические операции. Логические операции определяют правила преобразования цифровой информации, которая представляется, как было показано в § 8.1, с помощью сигналов, имеющих только два уровня, соответствующих логическому «0» и логической «1». Существуют три основные логические операции: отрицание (НЕ), сложение (ИЛИ), умножение (И). Остальные логические операции можно представить в виде комбинации основных.

Логические элементы, выполняющие логические операции, имеют соответствующие выполняемой операции наименования: НЕ, ИЛИ, И. Логические элементы выпускают в виде ИС. Применяется несколько вариантов исполнения логических элементов: диодно-транзисторная логика (ДТЛ), транзисторно-транзисторная логика (ТТЛ), логика на МДП-транзисторах и т. д. В качестве примера ниже будет рассмотрен принцип действия элементов ДТЛ.

Логический элемент НЕ. Условное обозначение элемента НЕ приведено на рис. 8.3, *а*. Операция НЕ записывается следующим выражением

$$Y = \overline{X}.$$

Связь входных и выходных сигналов логических элементов показывают с помощью таблиц истинности. Из таблицы истинности

Сигнал на входе ключа $u_{вх}$ может иметь два уровня напряжения: низкий — логический «0» и высокий — логическая «1». Параметры транзисторного ключа выбирают так, чтобы при подаче на вход сигнала «0» ($i_б \approx 0$) транзистор находился в состоянии «отсечки» и $u_{вых}$ соответствовало логической «1», а при подаче на вход «1» ($i_б \geqslant i_{б4}$) транзистор находился в состоянии «насыщения» и $u_{вых}$ соответствовало логическому «0».

Важным параметром транзисторных ключей является быстродействие, определяющее скорость обработки информации в цифровых устройствах. Быстродействие транзисторных ключей оценивается временем задержки выходного сигнала $u_{вых}$ относительно входного $u_{вх}$ (рис. 8.2). Причем время задержки по переднему фронту сигнала $t_{з1}$ и по заднему фронту сигнала $t_{з2}$ различно.

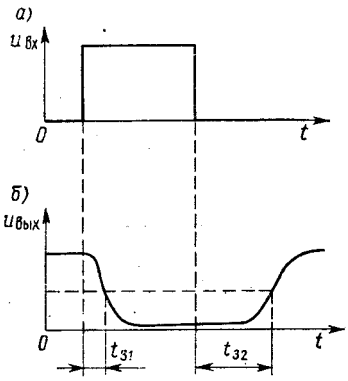


Рис. 8.2. Входной (*а*) и выходной (*б*) сигналы транзисторного ключа.

Для транзисторных ключей оно составляет от единиц до сотых долей микросекунды.

§ 8.3. Логические элементы

Все цифровые устройства, за исключением устройств долговременной памяти, построены на логических элементах, выполняющих логические операции. Логические операции определяют правила преобразования цифровой информации, которая представляется, как было показано в § 8.1, с помощью сигналов, имеющих только два уровня, соответствующих логическому «0» и логической «1». Существуют три основные логические операции: отрицание (НЕ), сложение (ИЛИ), умножение (И). Остальные логические операции можно представить в виде комбинации основных.

Логические элементы, выполняющие логические операции, имеют соответствующие выполняемой операции наименования: НЕ, ИЛИ, И. Логические элементы выпускают в виде ИС. Применяется несколько вариантов исполнения логических элементов: диодно-транзисторная логика (ДТЛ), транзисторно-транзисторная логика (ТТЛ), логика на МДП-транзисторах и т. д. В качестве примера ниже будет рассмотрен принцип действия элементов ДТЛ.

Логический элемент НЕ. Условное обозначение элемента НЕ приведено на рис. 8.3, *а*. Операция НЕ записывается следующим выражением

$$Y = \overline{X}.$$

Связь входных и выходных сигналов логических элементов показывают с помощью таблиц истинности. Из таблицы истинности

элемента НЕ (рис. 8.3, *б*) видно, что выходной сигнал *Y* элемента НЕ противоположен входному сигналу *X*.

Схема элемента НЕ (рис. 8.3, *в*) представляет собой транзисторный ключ, подключенный к источнику питания с напряжением $U_п$. Как было показано в § 8.2, при подаче на вход ключа логического «0» (сигнал низкого уровня напряжения) транзистор *VT* закрыт и на выходе получаем логическую «1» (сигнал высокого уровня напряжения). При подаче на вход «1» *VT* открыт и на выходе получаем «0».

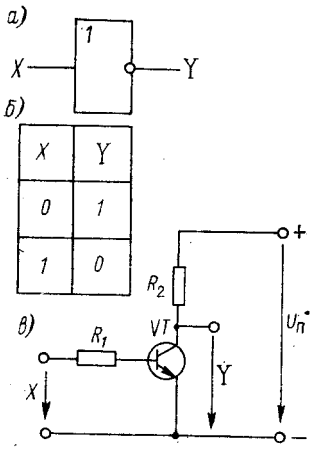


Рис. 8.3. Логический элемент НЕ.

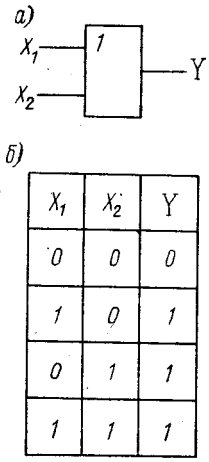


Рис. 8.4. Логический элемент ИЛИ.

Логический элемент ИЛИ. Условное обозначение элемента ИЛИ показано на рис. 8.4, *а*. Операция ИЛИ обозначается знаком «+»:

$$Y = X_1 + X_2 + \ldots + X_n.$$

На рис. 8.4, *б* приведена таблица истинности элемента ИЛИ с двумя входами. Выходной сигнал элемента ИЛИ равен единице в том случае, если сигнал «1» есть хотя бы на одном из входов.

На практике обычно применяют не элемент ИЛИ, а элемент ИЛИ—НЕ (рис. 8.5, *а*), выполняющий операцию, которая описывается выражением

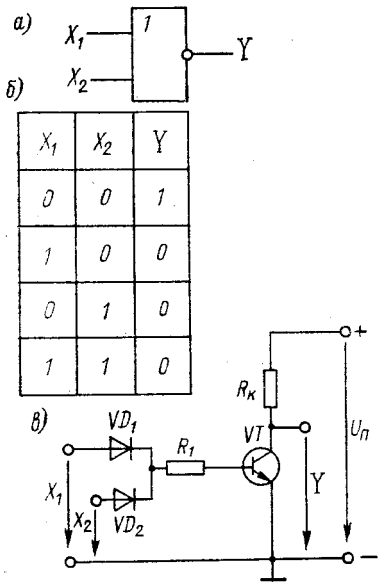
$$Y = \overline{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}$$

Зависимость выходного сигнала *Y* элемента ИЛИ—НЕ от входных сигналов показана в таблице истинности (рис. 8.5, *б*). На рис. 8.5, *в* показана схема элемента ИЛИ—НЕ типа ДТЛ. Диоды используются для того, чтобы исключить влияние одного входного сигнала на цепи других входных сигналов. При нулевых сигналах на всех входах транзистор закрыт и на выходе «1». При подаче хотя бы на один вход сигнала «1» транзистор открывается и на выходе «0».

Логический элемент И. Элемент И (рис. 8.6, *а*) имеет два входа и более. Логическая операция И описывается выражением

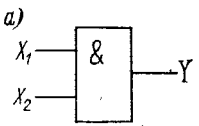
$$Y = X_1 X_2 \ldots X_n.$$

На рис. 8.6, *б* приведена таблица истинности элемента И с двумя входами. Выходной сигнал элемента И равен единице только в том случае, если на все входы элемента подан сигнал «1».



X_1	X_2	Y
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

Рис. 8.5. Логический элемент ИЛИ—НЕ.



б)

X_1	X_2	Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Рис. 8.6. Логический элемент И.

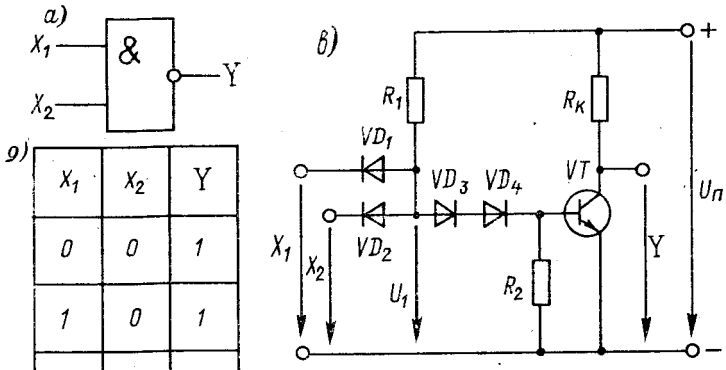
На рис. 8.7, *а*, *б* приведены условное обозначение и таблица истинности логического элемента И—НЕ, применяемого на практике. Элемент И—НЕ выполняет операцию

$$Y = \overline{X_1 X_2 \ldots X_n}.$$

На рис. 8.7, *в* показана схема логического элемента И—НЕ типа ДТЛ. Если на входах элемента сигнал «1», то диоды VD_1 и VD_2 закрыты. По контуру $U_п$ — R_1 — VD_3 — VD_4 — база — эмиттер VT проходит ток, открывающий транзистор. На выходе элемента низкое напряжение — логический «0».

Если на любой из входов поступает логический «0», то диод, подключенный к этому входу, открывается. Например, при $X_1 = 0$ откроется VD_1. Напряжение U_1 понижается, что приводит к уменьшению тока через цепь VD_3 — VD_4 — база—эмиттер VT. Причем ток уменьшается в большей степени, чем U_1, так как сопротивление диодов VD_3 и VD_4 вследствие нелинейности вольт-амперной

характеристики диодов (см. рис. 6.1, *б*) с уменьшением напряжения на них возрастает. Диоды VD_3 и VD_4 включены для того, чтобы обеспечить более резкое изменение тока базы транзистора VT при подаче сигналов «0» на входы элемента. Уже при подаче сигнала «0» только на один вход ток базы VT уменьшается практически до нуля, транзистор закрывается и на выходе элемента появляется сигнал «1». Наличие сигнала «0» на двух входах и более приводит к еще большему уменьшению U_1, тока базы VT, и на выходе элемента также будет «1».



X_1	X_2	Y
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Рис. 8.7. Логический элемент И—НЕ.

Таким образом, на выходе логического элемента И—НЕ сигнал «0» появляется только при логической «1» на обоих входах, как показано в таблице истинности (см. рис. 8.7, *б*), в остальных случаях на выходе «1».

§ 8.4. Генератор прямоугольных импульсов

Сигналы в цифровых устройствах имеют форму прямоугольных импульсов. Для получения таких сигналов применяют мультивибраторы, построенные на ОУ или на цифровых интегральных схемах (специально предназначенных для построения мультивибраторов или логических элементах).

На рис. 8.8, *а* изображена схема простейшего мультивибратора на двух транзисторных ключах с перекрестными обратными связями. Будем считать схему симметричной: $R_{к1}=R_{к2}$, $R_{б1}=R_{б2}$, $C_1=C_2$, транзисторы VT_1 и VT_2 одного типа. Мультивибратор работает в автоколебательном режиме — при подаче напряжения питания $U_п$ транзисторы переключаются поочередно, и токи и напряжения в элементах мультивибратора изменяются периодически. Анализ работы схемы начнем с момента времени $t=0$, при

котором VT_1 находится в состоянии «насыщения» (полностью открыт), а VT_2 — в состоянии «отсечки» (закрыт), при этом $u_{C1}=U_п$, $u_{C2}=0$ (рис. 8.8, *б*).

Напряжение на коллекторе открытого транзистора VT_1 $u_{к1}=0$. Конденсатор C_1 начинает перезаряжаться по цепи $R_{б2}$ — C_1 — коллектор—эмиттер VT_1, и u_{C_1} при перезаряде стремится к $u_{C_1}=-U_п$. Из контура источник питания $U_п$ — $R_{б2}$ — база — эмиттер VT_2

$$u_{б.э2}=U_п-i_2R_{б2}. \qquad (8.1)$$

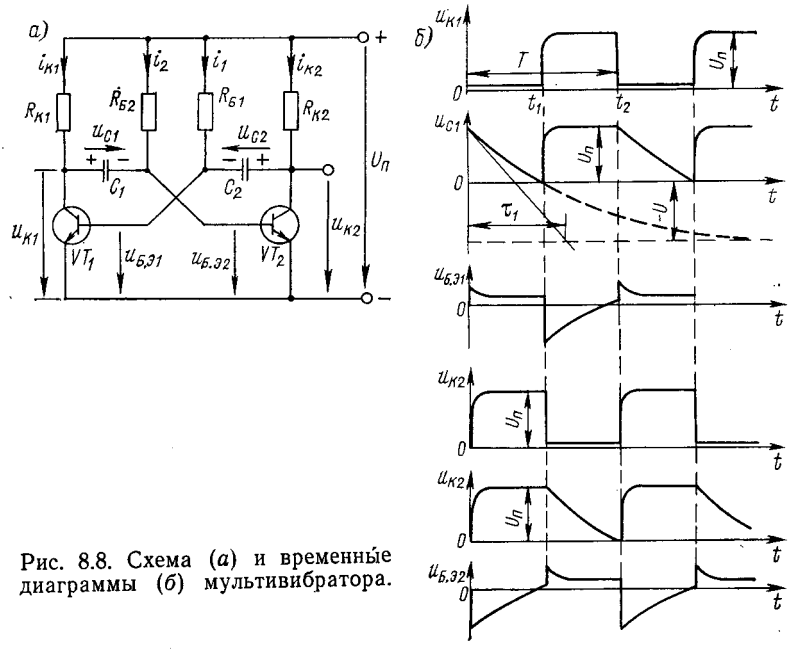


Рис. 8.8. Схема (*а*) и временные диаграммы (*б*) мультивибратора.

Ток перезаряда конденсатора C_1, протекая через $R_{б2}$, создает напряжение $u_{б.э2}<0$, при котором транзистор VT_2 типа *n—p—n* закрыт (см. рис. 6.7). Постоянная времени перезаряда C_1 равна $\tau_1=R_{б2}C_1$.

Конденсатор C_2 при закрытом VT_2 начинает заряжаться по цепи $R_{к2}$ — C_2 — база — эмиттер VT_1, и u_{C_2} увеличивается. По мере увеличения u_{C_2} ток заряда, протекающий через $R_{к2}$, уменьшается, и $u_{к2}=u_п-i_{к2}R_{к2}$ возрастает. Постоянная времени процесса заряда C_2 равна $\tau_2=R_{к2}C_2$. Сопротивление $R_{б2}\gg R_{к2}$, поэтому $\tau_1\gg\tau_2$ и процесс заряда C_2 протекает намного быстрее, чем процесс перезаряда C_1. Процесс заряда C_2 заканчивается, когда u_{C_2} достигает $U_п$. После окончания заряда C_2 $i_{к2}=0$ и $u_{к2}=U_п$. Через переход база—эмиттер VT_1 будет протекать ток, равный $U_п/R_{б1}$, поддерживающий VT_1 в открытом состоянии.

По мере перезаряда C_1 и уменьшения u_{C_1} ток i_2 уменьшается и $u_{б.э2}$ в соответствии с (8.1) увеличивается. Наступает момент времени $t=t_1$, когда $u_{б.э2}$ становится положительным (это происходит при $u_C \approx 0$) и VT_2 начинает открываться. Появляется ток $i_{к2}$, при этом $u_{к2}=U_п - i_{к2}R_{к2}$ уменьшается. Конденсатор C_2 начинает перезаряжаться по цепи $R_{б1}$ — C_2 — коллектор—эмиттер VT_2. Из контура источник питания — $R_{б1}$ — база—эмиттер VT_1

$$u_{б.э1}=U_п - i_1R_{б1}. \qquad (8.2)$$

Ток перезаряда C_2, протекая через $R_{б1}$, уменьшает $u_{б.э1}$, и VT_1 начинает закрываться. Ток $i_{к1}$ уменьшается, а $u_{к1}=U_п - i_{к1}R_{к1}$ увеличивается. При увеличении $u_{к1}$ конденсатор C_1 начинает заряжаться через цепь $R_{к1}$ — C_1 — база—эмиттер VT_2. Ток заряда C_1 увеличивает $u_{б.э2}$, и VT_2 открывается еще больше, увеличивается $i_{к2}$ и т. д. Происходит лавинообразный процесс, в результате которого транзистор VT_1 закрывается, а VT_2 открывается. Время переключения транзисторов мало, обычно доли микросекунды, поэтому u_{C_1} и u_{C_2} не успевают существенно измениться и после переключения $u_{C_1}=0$, $u_{C_2}=U_п$.

На интервале времени от t_1 до t_2 в мультивибраторе протекают процессы, аналогичные процессам на интервале от нуля до t_1. Только теперь вместо VT_1 открыт VT_2, а VT_1 закрыт. Конденсатор C_1 заряжается через цепь $R_{к1}$ — C_1 — база — эмиттер VT_2, а C_2 перезаряжается через цепь $R_{б1}$ — C_2 — коллектор—эмиттер VT_2. Ток перезаряда конденсатора C_2, протекая через $R_{б1}$, создает $u_{б.э1}<0$ и поддерживает VT_1 в закрытом состоянии. При уменьшении u_{C_2} до нуля ($t=t_2$) $u_{б.э1}$ становится положительным, VT_1 открывается, и вновь происходит лавинообразный процесс, в результате которого VT_1 полностью открывается, а VT_2 закрывается, $u_C=U_п$, $U_{C_2}=0$. Схема возвращается в исходное состояние, в котором находилась при $t=0$, и далее цикл работы мультивибратора повторяется.

Выходной сигнал мультивибратора снимают с коллектора одного из транзисторов, например VT_2: $u_{вых}=u_{к2}$. Продолжительность интервалов t_1 и t_2-t_1 зависит от времени перезаряда конденсаторов, т. е. от сопротивлений $R_{б1}$ и $R_{б2}$ и емкостей C_1 и C_2. Выбирая $R_{б1}$, $R_{б2}$, C_1 и C_2, можно получить необходимую частоту выходных импульсов:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{t_1+t_2}.$$

Схема рассмотренного мультивибратора симметрична и $R_{б1}C_2=R_{б2}C_1$, поэтому $t_1=t_2-t_1$ и скважность выходных импульсов $T/t_1=2$. В несимметричном мультивибраторе при $R_{б1}C_2=R_{б2}C_1$ получим другие значения скважности.

Схему, аналогичную простейшему мультивибратору, можно построить на двух интегральных элементах И—НЕ, соединенных

RC-цепями (рис. 8.9). По сравнению со схемой, изображенной на рис. 8.8, *а*, в состав мультивибратора на ИС входят дополнительные диоды и резисторы (см. схему элемента И—НЕ на рис. 8.7), но принцип действия обеих схем аналогичен.

Рассмотренные схемы мультивибраторов — простейшие, и их выходные сигналы не всегда удовлетворяют требованиям по форме, диапазону частот и скважности импульсов. В этих случаях

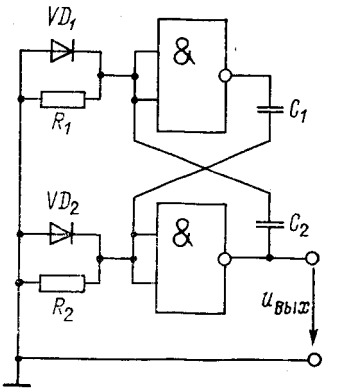


Рис. 8.9. Схема мультивибратора на элементах И —НЕ.

применяются более сложные схемы, вырабатывающие импульсные сигналы лучшего качества.

§ 8.5. Триггеры

Триггеры — электронные устройства, способные находиться в одном из двух устойчивых состояний и скачкообразно переходящие из одного состояния в другое при воздействии управляющих импульсных сигналов.

Триггеры широко применяются в цифровой электронике в устройствах памяти, счетчиках импульсов, делителях частоты, формирователях сигналов и т. д.

По способу управления их состоянием различают асинхронные и синхронные триггеры. Изменение состояния (переключение) асинхронных триггеров происходит в момент изменения сигналов на информационных входах. Синхронные триггеры имеют дополнительный тактовый вход, и их переключение происходит в зависимости от сигналов на информационных входах в момент поступления на тактовый вход тактирующего импульса.

Применяется несколько видов триггеров: *RS*, *JK*, *D*, *T* и т. д.

Асинхронный *RS*-триггер. На рис. 8.10, *а* приведена структурная схема асинхронного *RS*-триггера, построенная на логических элементах ИЛИ—НЕ $Э_1$ и $Э_2$. Элементы $Э_1$ и $Э_2$ охвачены перекрестными обратными связями — выход элемента $Э_1$ подключен к одному из входов $Э_2$, а выход $Э_2$ подключен к одному из входов $Э_1$. Входы триггера обозначены *R* и *S*, выходы *Q* и $\overline{Q}$.

Предположим сначала, что на входах триггера R и S сигналы логического «0» ($R=0$, $S=0$) и на выходе $Э_1$ сигнал «1» ($Q=1$). Сигналы $S=0$ и $Q=1$ поступают на входы $Э_2$, и в соответствии с таблицей истинности элемента ИЛИ—НЕ (см. рис. 8.5, *б*) на выходе устанавливается сигнал «0» ($\bar{Q}=0$). На входах $Э_1$ $R=0$ и $\bar{Q}=0$, и значит на выходе $Q=1$. Таким образом, сигналы, поступающие по перекрестным обратным связям, «подтверждают» состояние $Э_1$ и $Э_2$. Состояние триггера $Q=1$ и $\bar{Q}=0$ устойчиво и не изменится до тех пор, пока не поступят соответствующие сигналы на входы триггера R и S. Аналогичным образом можно устано-

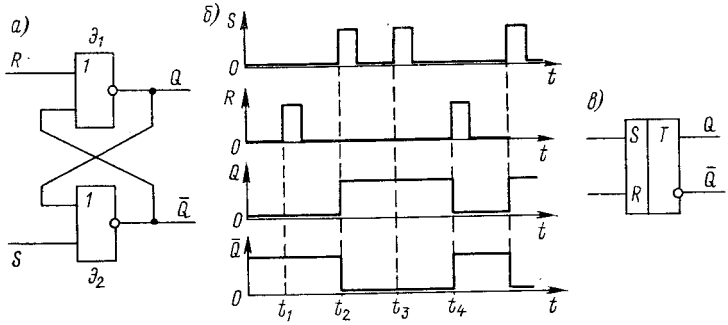


Рис. 8.10. Структурная схема (*а*), временные диаграммы (*б*) и условное обозначение (*в*) асинхронного RS-триггера.

вить, что другим устойчивым состоянием триггера является $Q=0$ и $\bar{Q}=1$.

Состояние триггера, при котором $Q=1$ и $\bar{Q}=0$, называется состоянием «1», другое устойчивое состояние, при котором $Q=0$ и $\bar{Q}=1$, состоянием «0». Выход триггера Q называется прямым, выход $\bar{Q}$ — инверсным.

Работа триггера поясняется с помощью временных диаграмм (рис. 8.10, *б*). При $t=0$ триггер находится в состоянии «0» ($Q=0$, $\bar{Q}=1$), на входах триггера $R=0$, $S=0$. В момент времени $t=t_1$ на входе R появляется сигнал «1», а на входе S по-прежнему «0». На оба входа $Э_1$ поступают сигналы «1» ($R=1$, $\bar{Q}=1$), и на выходе $Q=0$, как и до поступления $R=1$. На входах $Э_2$ $S=0$, $Q=0$ и выходе $\bar{Q}=1$. Значит, при поступлении $R=1$, $S=0$ триггер остается в состоянии «0» ($Q=0$, $\bar{Q}=1$).

В момент $t=t_2$ на входах триггера устанавливаются $R=0$, $S=1$. На входах $Э_2$ $S=1$, $Q=0$, и сигнал на выходе $Э_2$ изменяется: $\bar{Q}=0$. На входах $Э_1$ $R=0$ и $\bar{Q}=0$, и выходной сигнал $Э_1$ также изменяется: $Q=1$. Триггер переключается в состояние «1» ($Q=1$, $\bar{Q}=0$), в котором остается и после того, как на вход S вновь будет подан сигнал «0».

Если на вход S снова будет подан сигнал «1», а $R=0$ ($t=t_3$), состояние триггера не изменится ($Q=1$, $\bar{Q}=0$).

При подаче $R=1$, $S=0$ ($t=t_4$) на входах $Э_1$ $R=1$, $\bar{Q}=0$ и по-

лучим $Q=0$. На входах $Э_2$ $S=0$, $Q=0$ и получим $\overline{Q}=1$. Триггер переходит в состояние «0» ($Q=0$, $\overline{Q}=1$).

При подаче сигнала «1» одновременно на оба входа состояние триггера неопределенно, поэтому комбинация входных сигналов $R=1$, $S=1$ недопустима.

Таким образом, после подачи сигнала «1» на вход S и $R=0$ триггер независимо от исходного состояния устанавливается в со-

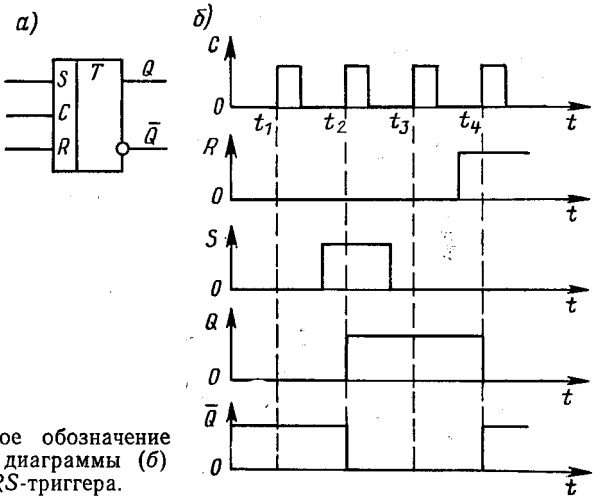


Рис. 8.11. Условное обозначение (*а*) и временные диаграммы (*б*) синхронного *RS*-триггера.

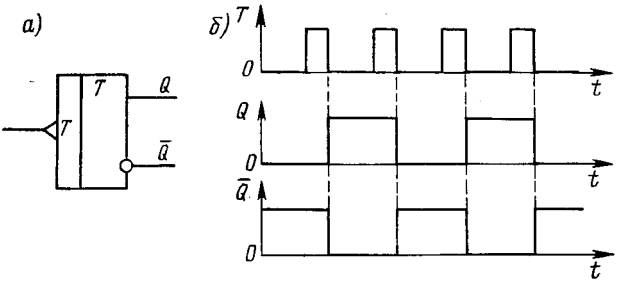


Рис. 8.12. Условное обозначение (*а*) и временные диаграммы (*б*) *T*-триггера.

стояние «1». Вход S (*set* — установка) называется входом установки триггера в состояние «1». После подачи $R=1$ и $S=0$ триггер независимо от исходного состояния переходит в состояние «0». Вход R (*reset* — сброс) называется входом установки триггера в состояние «0». При $R=0$ и $S=0$ состояние триггера не изменяется.

Рассмотрим работу еще двух типов триггеров — синхронного *RS*-триггера и *T*-триггера, без анализа их структурных схем.

Синхронный *RS*-триггер. Синхронный *RS*-триггер (рис. 8.11, *а*) переключается в момент поступления тактирующего импульса на

вход C. При этом если в момент поступления тактирующего импульса $C=1$ на информационных входах триггера $R=0$ и $S=0$ (моменты времени $t=t_1$, t_3 на рис. 8.11, *б*), то состояние триггера не меняется. Если при $C=1$ на входах $R=0$ и $S=1$ ($t=t_2$), триггер устанавливается в состоянии «1». Если при $C=1$ $R=1$ и $S=0$ ($t=t_4$), триггер переходит в состояние «0». Одновременная подача сигналов на входы $C=1$, $R=1$, $S=1$ не допускается.

T-триггер. Изменение состояния T-триггера (рис. 8.12, *а*, *б*) происходит при поступлении на вход T (счетный вход) каждого входного импульса. Причем момент переключения совпадает с задним фронтом входного импульса — моментом изменения входного сигнала от «1» до «0».

§ 8.6. Устройства на триггерах

Счетчик. Счетчиком называется устройство, выходные сигналы которого соответствуют числу поданных на его вход импульсов.

Применяются три вида счетчиков: суммирующий, вычитающий и реверсивный В суммирующем счетчике число, записанное при поступлении каждого входного импульса, увеличивается на единицу, в вычитающем — уменьшается на единицу. Реверсивные счетчики могут работать в режиме и прямого, и обратного счета в зависимости от дополнительной команды, поступающей на счетчик.

На рис. 8.13, *а* изображена схема трехразрядного суммирующего счетчика на T-триггерах. Счетным входом счетчика, на который поступают входные импульсы, является вход триггера T_1 первого разряда. На счетные входы триггеров старших разрядов поступают сигналы с прямых выходов триггеров предыдущего разряда. Перед началом счета триггеры счетчика могут находиться в случайном состоянии, поэтому на входы R триггеров всех разрядов подается импульс «сброс» и триггеры переходят в состояние «0» ($Q_3Q_2Q_1=000$).

При поступлении первого импульса на счетный вход счетчика триггер T_1 переключается в состояние «1» (рис. 8.13, *б*). Как уже было отмечено, переключение T-триггера происходит при изменении сигнала на входе триггера от «1» до «0». Поэтому при изменении сигнала Q_1, являющегося входным для триггера T_2, от «0» до «1» состояние T_2, а значит, и T_3, не изменится. В счетчике будет записано двоичное число $Q_3Q_2Q_1=001$ (десятичное число 1). При поступлении второго входного импульса триггер T_1 переключится в состояние «0», и Q_1 изменится от «1» до «0». Это вызовет переключение T_2 в состояние «1», а T_3 останется в состоянии «0». В счетчике записано двоичное число $Q_3Q_2Q_1=010$ (2). При поступлении третьего импульса переключится только триггер T_1, в счетчике будет записано число $Q_3Q_2Q_1=011$ (3). При поступлении четвертого импульса $Q_3Q_2Q_1=100$ (4) и т. д. Таким образом, в каждый момент времени выходные сигналы триггеров образуют код, соответствующий сумме поступивших на вход счетчика импульсов.

В трехразрядном счетчике можно записать числа от 000 (0) до 111 (7). При поступлении восьмого импульса триггеры счетчика переходят в исходное состояние $Q_3Q_2Q_1=000$. Количество импульсов, после поступления которого триггеры счетчика возвращаются в исходное состояние, называется **модулем счета** и является одним из основных параметров счетчика. Для трехразрядного счетчика модуль счета равен $2^3=8$, для пятиразрядного — $2^5=32$ и т. д. Другим основным параметром счетчика является максимальная частота входных импульсов, при превышении которой счетчик не может нормально функционировать.

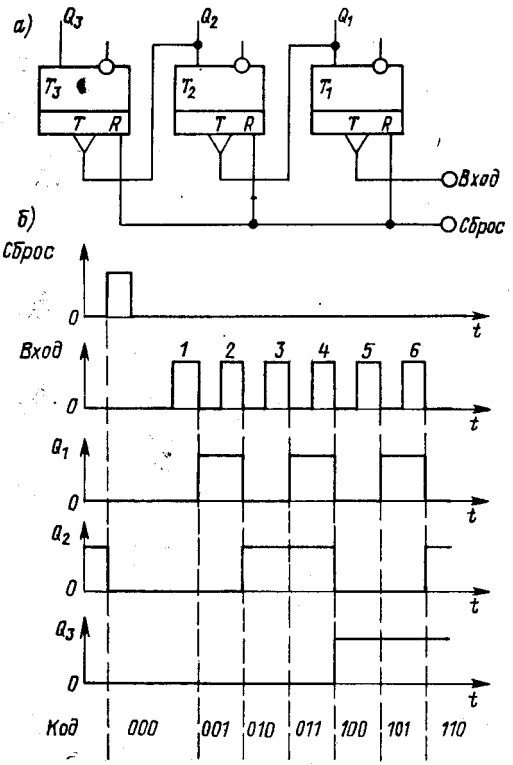


Рис. 8.13. Схема (*а*) и временные диаграммы (*б*) трехразрядного суммирующего счетчика.

Счетчики широко применяются в цифровой электронике. Во многих типах цифровых датчиков измеряемая величина (частота вращения, перемещение, температура и т.д.) преобразуется в частоту прямоугольных импульсов. Подсчитывая с помощью счетчиков число импульсов в единицу времени, получим цифровой код, соответствующий измеряемой величине. Счетчики также применяются в делителях частоты, для измерения интервалов времени и т. д.

Регистр. Регистром называется устройство, предназначенное для приема, хранения и выдачи информации в виде двоичного кода. По способу приема и выдачи информации различают параллельные и последовательные регистры. В первых прием и выдача всех разрядов двоичного числа производятся одновременно, во вторых — последовательно во времени. Для построения регистров обычно используют триггеры типов *RS* и *D*.

На рис. 8.14 приведена схема трехразрядного параллельного регистра, состоящего из *RS*-триггеров T_1 — T_3 и элементов И $Э_1$ — $Э_6$. На входы регистра подаются электрические сигналы X_1, X_2, X_3, соответствующие двоичному числу. С выходов снимаются сигналы Y_1, Y_2, Y_3.

В исходном состоянии на входах «сброс», «запись» и «считывание» сигнал «0» ($R=A=B=0$). Перед записью числа в регистр подается импульс «сброс» $R=1$, все триггеры устанавливаются в состояние «0», после чего снова $R=0$. Для записи числа в регистр на входы $Э_1$—$Э_3$ подается импульс «запись» $A=1$. При совпадении на входах какого-либо из элементов И $Э_1$—$Э_3$ сигналов $X_n=1$ и $A=1$ на выходе этого элемента появляется сигнал

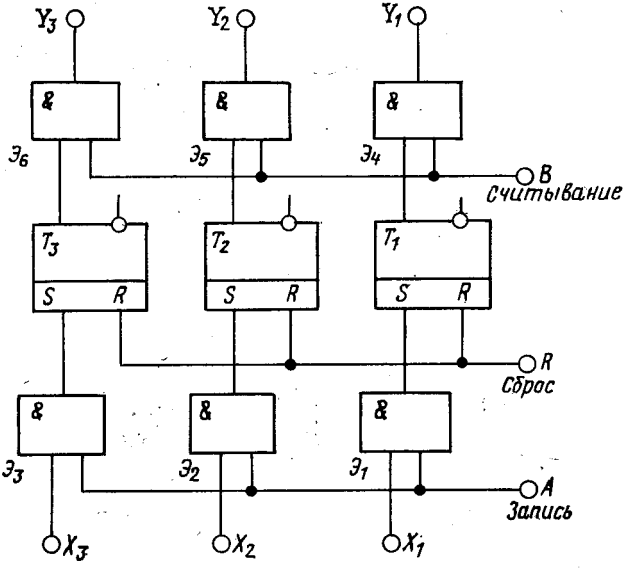


Рис. 8.14. Схема трехразрядного параллельного регистра.

«1», который поступает на вход S соответствующего триггера и устанавливает его в состояние «1». Например, при $X_3X_2X_1=101$ и $A=1$ сигнал «1» появляется на выходах $Э_1$ и $Э_3$, и T_1 и T_3 устанавливаются в состояние «1». На выходе $Э_2$ сигнал «0», так как $X_2=0$, и T_2 остается в состоянии «0», в которое он был установлен сигналом R. Значит, после подачи импульса «запись» $A=1$ код на выходах триггеров регистра $Q_3Q_2Q_1=101$ соответствует двоичному коду $X_3X_2X_1$, поданному на входы в момент записи. После записи подается сигнал $A=0$, и на выходах $Э_1$—$Э_3$ появляется сигнал «0». Состояние триггеров регистра фиксируется и при изменении входного кода $X_3X_2X_1$ не меняется до тех пор, пока вновь не будут поданы сигналы «сброс» и «запись».

Для выдачи информации из регистра подается сигнал «считывание» $B=1$. Если на входах какого-либо из элементов И $Э_4$—$Э_6$ сигналы $Q_n=1$ и $B=1$, то на выходе этого элемента получим $Y_n=1$. Если $Q_n=0$, то получим $Y_n=0$. При $Q_3Q_2Q_1=101$ в момент подачи импульса «считывание» на выходах регистра появятся сигналы $Y_3Y_2Y_1=101$, т. е. код записанного в регистр числа.

Таким образом, регистр «запоминает» и по мере необходимости выдает двоичное число. Регистры применяются в устройствах памяти и в арифметических устройствах.

§ 8.7. Микропроцессоры

Контроль и управление сложным производственным процессом или технической системой, как правило, требуют сбора и преобразования большого числа данных с целью выработки необходимых управляющих воздействий. Любая задача обработки информации может быть решена путем разбиения ее на отдельные операции преобразования данных и выполнения этих операций в определенном порядке, задаваемом некоторой инструкцией — алгоритмом. К числу операций преобразования наряду с арифметическими (сложение, вычитание, умножение и др.) и логическими (И, ИЛИ, НЕ и др.) относятся операции перемещения и накопления информации, проверки условий («меньше», «больше», «равно» и др.).

Устройство автоматической обработки цифровой информации по заданному алгоритму называется процессором ЭВМ. Микропроцессор — это процессор, реализованный в виде одной или нескольких микросхем с высокой степенью интеграции элементов.

Вычислительные возможности микропроцессора по сравнению с процессором традиционной ЭВМ ограничены. Это определяется не только требованием минимизации его структуры, но и тем, что необходимость выполнения больших объемов арифметических операций микропроцессором, используемым для управления, встречается достаточно редко.

В состав микропроцессора входят: арифметико-логическое устройство (АЛУ), выполняющее арифметические и логические операции над данными; устройство управления (УУ), обеспечивающее заданный алгоритмом порядок выполнения операций, а также связь микропроцессора с запоминающими устройствами (ЗУ) и устройством ввода—вывода (УВВ); рабочие регистры (РР) различного назначения для временного хранения и преобразования данных и команд.

Система, включающая микропроцессор, ЗУ и УВВ, называется микро-ЭВМ. Обобщенная функциональная схема микро-ЭВМ представлена на рис. 8.15.

Для обработки информации по заданному алгоритму в ЗУ микро-ЭВМ должна быть введена машинная программа — алгоритм, записанный в кодах машинных команд. С целью упрощения записи программ используются различные проблемно-ориентированные алгоритмические языки. Программа, написанная на алгоритмическом языке, является промежуточной; она преобразуется в машинную программу непосредственно в микро-ЭВМ, для чего

последняя должна быть снабжена соответствующей программой-транслятором.

Полупроводниковые ЗУ подразделяются на постоянные (ПЗУ), предназначенные для хранения команд, составляющих программу работы микропроцессора, и оперативные (ОЗУ), используемые для хранения данных, которые обрабатываются микропроцессором. Конструктивно ПЗУ выполняется таким образом, что информация,

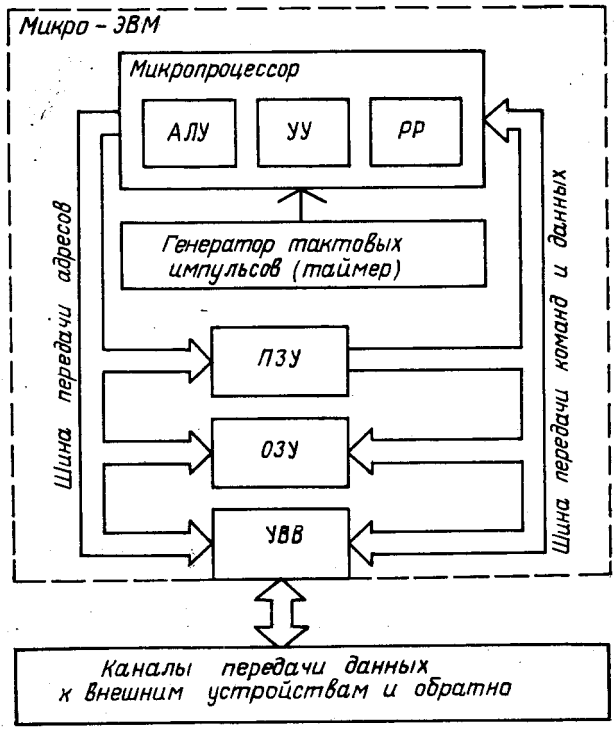


Рис. 8.15. Функциональная схема микропроцессорной системы.

записываемая в нем, не теряется даже при отключении напряжения питания.

Блоки и устройства микро-ЭВМ строятся из типовых элементов ограниченной номенклатуры — триггеров и логических схем И, ИЛИ, НЕ (см. § 8.3, 8.5 и 8.6).

Триггеры являются основными активными элементами микро-ЭВМ, выполняя функции двоичных ячеек памяти, каждая из которых способна хранить один бит информации (0 или 1).

На основе комбинаций перечисленных базовых элементов строятся блоки памяти, регистры для хранения и сдвига информации, счетчики, сумматоры, селекторы, дешифраторы и т. д.

Микропроцессор обрабатывает информацию, представляемую фиксированной группой битов, образующих машинное слово.

Количество битов в машинном слове, несущем информацию о данных, зависит от типа микропроцессора. Наибольшее распространение получили микропроцессоры с длиной машинного слова в 4, 8, 12 и 16 бит. Устройство для хранения в общем случае n-битовых слов называется n-разрядным регистром, состоящим из n триггеров. Регистры выпускаются промышленностью в виде стандартных блоков, выполненных по интегральной технологии.

Одной из основных операций в микро-ЭВМ является поразрядный сдвиг двоичных чисел без нарушения в них последовательности битов. При этом может возникнуть потребность сдвига числа вправо, влево на один, два или любое число разрядов. Сдвиговые регистры строятся на основе триггеров и выпускаются в виде стандартных интегральных схем.

Двоичные и десятичные (декадные) счетчики — это триггерные регистры для хранения соответственно двоичных и десятичных чисел. При подаче на вход счетчика единичного импульса хранящееся в нем число увеличивается на единицу.

Суммирование в микро-ЭВМ выполняется сложнее, чем процедуры, описанные выше. Это обусловлено необходимостью переноса информации в старшие разряды при переполнении младших разрядов. Полные однобитовые сумматоры выпускаются в виде типовых интегральных микросхем.

Основу УУ составляют селекторы (переключатели) и дешифраторы. Поскольку операции в микро-ЭВМ выполняются строго последовательно, нет никакой необходимости в постоянной электрической связи между всеми ее блоками и устройствами. Достаточно иметь минимальную совокупность информационных каналов (проводников), число которых должно соответствовать длине машинного слова, и устройство разделения работы этой совокупности каналов во времени — мультиплексор,— обеспечивающее своевременное подключение соответствующих приемников и источников информации, совместная работа которых на данном временном интервале предписывается программой. Используя 4-битовый селектор, можно подключать один из 16 источников информации к одному приемнику или наоборот — один общий источник к одному из 16 приемников информации. Набор селекторов обеспечивает избирательную связь между всеми устройствами микро-ЭВМ.

С целью сжатия (редукции) информация в микро-ЭВМ может кодироваться различными способами. Например, представлением последовательности шестнадцати чисел, скажем 0, 1, ..., 15, с помощью комбинации четырех двоичных знаков A, B, C, D. Для расшифровки машинной информации применяются схемы дешифраторов. Например, 4-битовый дешифратор — устройство с четырьмя входами A, B, C, D и 16 выходами. Если на вход такого дешифратора подать двоичный код 0011, то на его выходе с номером 3 появится сигнал, соответствующий единичному уровню напряжения, а на остальных 15 входах сохранятся нулевые уровни сигналов.

Совокупности информационных каналов микро-ЭВМ называются шинами. Шины обычно выполняются двунаправленными, т. е. позволяющими передавать информацию в двух направлениях. Блоки микро-ЭВМ связываются между собой шиной передачи адресов для выборки микропроцессором команд из ПЗУ и данных из ОЗУ или УВВ, а также шиной передачи команд из ПЗУ в микропроцессор и данных из ОЗУ или УВВ в микропроцессор и обратно. Длина машинного слова для передачи адресов к ПЗУ и ОЗУ может быть больше длины слова для передачи данных (соответственно должно быть больше и число проводников, образующих шину передачи адресов). Это позволяет существенно увеличить объем памяти ПЗУ и ОЗУ. Так, при 16-битовом адресном слове (16 проводников в шине передачи адресов) может быть опрошено $2^{16}=65\,536$ ячеек ЗУ.

Биты, образующие машинное слово, принято разбивать на 8-битовые группы. Такая группа называется байтом. Деление слов на байты позволяет упростить представление двоичных слов и уменьшить вероятность появления ошибок при составлении программ работы микропроцессора.

Согласованное функционирование всех узлов и блоков системы с микропроцессором обеспечивается генератором тактовых импульсов — таймером. Для выполнения микропроцессором одной команды, хранящейся в ПЗУ, требуется несколько периодов тактовых импульсов. Время выполнения одной команды называется командным циклом. Он может составлять один или несколько машинных циклов. Машинный цикл включает в себя два цикла: выборки и исполнительный. Во время цикла выборки микропроцессор определяет адрес команды, хранящейся в ПЗУ, и считывает эту команду (команда передается в микропроцессор). В течение исполнительного цикла микропроцессор осуществляет выполнение команды.

Физическим эквивалентом двоичных чисел, образующих машинные слова в микропроцессоре двоичных чисел, являются совокупности двух определенных уровней напряжения, соответствующих 0 и 1. По существу микропроцессор представляет собой сложное программное электронное устройство, обрабатывающее упорядоченные последовательности дискретизированных по уровню и длительности электрических сигналов, поступающих на его входы, и формирующее на своих выходах управляющие воздействия также в виде последовательностей электрических сигналов. Именно поэтому микро-ЭВМ чувствительны к качеству питающего напряжения, искажение синусоидальной формы которого, особенно в виде импульсных всплесков или провалов напряжения, приводит к сбоям в работе микропроцессора — потере или искажению обрабатываемой информации.

Микропроцессорная система управления помимо микро-ЭВМ включает в себя датчики контролируемых параметров (температуры, давления, угла поворота, частоты напряжения и т. д.), преобразователи электрических и неэлектрических параметров в элек-

трические информационные сигналы, подаваемые на входы микро-ЭВМ, а также подключенные через усилители мощности к ее выходам электрические исполнительные элементы (обмотки реле, электромагнитов, электродвигателей и др.).

Перед началом обработки информации по программе микропроцессор должен быть переведен в исходное состояние командой «установка нуля».

Такие достоинства микропроцессоров, как возможность изменения программы обработки информации, высокое быстродействие (до $2 \cdot 10^5$ арифметических операций в секунду), большой объем памяти для хранения информации (64 килобайта и больше) позволяют широко использовать их на практике.

Перспективно применение микропроцессоров на судах при автоматизации управления работой отдельных судовых механизмов и систем, а также диагностике их технического состояния. Уже разработаны и успешно эксплуатируются микропроцессорные системы дистанционного автоматизированного управления главными судовыми дизельными двигателями, которые приводят во вращение гребные винты и обеспечивают ход судна. Такие системы позволяют без участия человека-оператора, по сигналам, поступающим от микропроцессора, осуществлять все операции, связанные с подготовкой к запуску и пуском главного дизеля, его реверсом (изменением направления вращения) и остановом, защитой его от возможных перегрузок, сбором информации от датчиков об основных рабочих параметрах (температуре, давлении и т. д.) и их отклонениях за допустимые пределы.

Разрабатываются микропроцессорные системы, которые будут осуществлять регулирование частоты вращения главных судовых двигателей с учетом различных внешних факторов (волнения, силы ветра и т. д.), обеспечивая минимальный расход топлива и исключая возможность механических и тепловых перегрузок дизеля.

Более высоким уровнем использования микропроцессоров на судах является переход от пооперационного управления отдельными механизмами и системами к порежимному автоматическому управлению комплексами судовых систем и механизмов, включая агрегаты и устройства судовой электростанции, например в ходовом режиме судна, при его стоянке у причала, маневрировании или осуществлении грузовых операций.

Глава 9
ВЫПРЯМИТЕЛИ

§ 9.1. Назначение и параметры выпрямителей, эквивалентные схемы нагрузок

Выпрямителями называются устройства, преобразующие переменный электрический ток в постоянный.

Источником электроэнергии на промышленных предприятиях и судах обычно является электрическая сеть переменного тока.

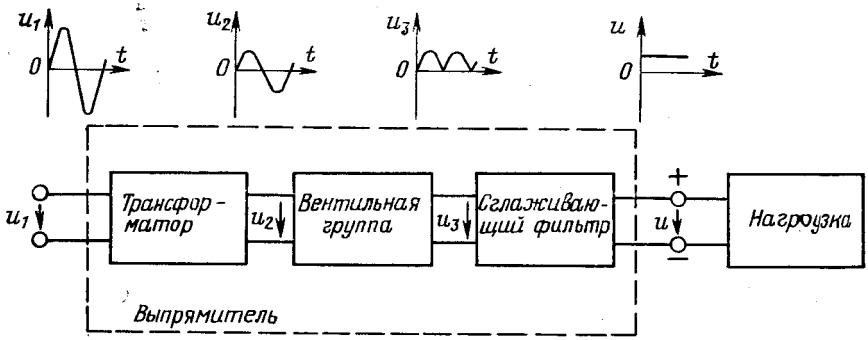


Рис. 9.1. Структурная схема выпрямителя.

В то же время существует большое число потребителей, для которых необходим постоянный ток, — это электроприводы постоянного тока, электронные устройства, электросварочные агрегаты, системы возбуждения синхронных генераторов и т. д. Питание электроэнергией потребителей постоянного тока от сети переменного тока осуществляется через выпрямители.

На рис. 9.1 представлены структурная схема и графики напряжений выпрямителя. Выпрямитель состоит из трансформатора, вентильной группы (группы выпрямительных диодов или тиристоров) и сглаживающего фильтра. При подаче на вход выпрямителя — на первичную обмотку трансформатора — переменного напряжения u_1 на выходе выпрямителя — на нагрузке — появляется постоянное напряжение u.

Трансформатор предназначен для получения на нагрузке необходимого постоянного напряжения u. Как будет показано ниже, величина u зависит от действующего значения переменного напряжения U_2 на вторичной обмотке трансформатора. Выбирая коэффициент трансформации трансформатора, можно при заданном действующем значении напряжения сети U_1 получить такое напряжение U_2, чтобы обеспечить на нагрузке необходимый уровень постоянного напряжения u.

Вентильная группа преобразует переменное напряжение u_2, поступающее со вторичной обмотки трансформатора, в постоянное по знаку напряжение u_3. Фильтр сглаживает пульсации выпрям-

ленного напряжения $u_з$ и применяется в тех случаях, когда пульсации напряжения $u_з$ на выходе вентильной группы превышают допустимые для данной нагрузки.

Выпрямители подразделяют на группы следующим образом:

однофазные и трехфазные — в зависимости от числа фаз входного переменного напряжения;

управляемые и неуправляемые — в зависимости от того, позволяет схема выпрямителя регулировать выходное постоянное напряжение или нет;

маломощные (с выходной мощностью до 1 кВт), средней мощности (до 100 кВт) и большой мощности (более 100 кВт).

Для маломощных выпрямителей применяют однофазные схемы выпрямления. Для выпрямителей средней и большой мощности используют, как правило, трехфазные схемы выпрямления, так как мощные трехфазные трансформаторы легче и меньше по габаритам, чем однофазные той же мощности.

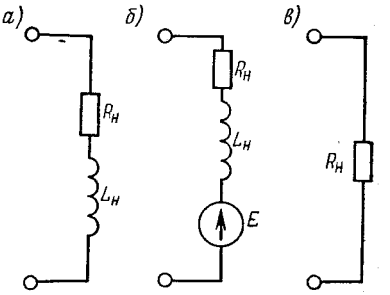


Рис. 9.2. Схемы нагрузок выпрямителей.

К основным параметрам и характеристикам выпрямителей относятся:

— средние значения выпрямленного напряжения и тока $U_{ср}$, $I_{ср}$;

— коэффициент пульсаций $K_п = \frac{U_{осн m}}{U_{ср}}$, где $U_{осн m}$ — амплитуда основной гармоники выпрямленного напряжения;

— внешняя характеристика $U_{ср} = f(I_{ср})$;

— регулировочная характеристика $U_{ср} = f(\alpha)$, где α — угол управления тиристорами (используется только для управляемых выпрямителей).

Режим работы выпрямителя зависит от вида фильтра и потребителя. Как уже было отмечено, выпрямители используются для питания электроэнергией постоянного тока большого числа разнообразных потребителей, но при анализе работы выпрямителей все потребители и фильтры можно привести к нескольким видам эквивалентных схем, состоящих из идеализированных элементов R, L, C и источника ЭДС E. Эквивалентные схемы фильтра и потребителя в дальнейшем будем называть нагрузкой выпрямителя.

Наиболее распространенными видами нагрузки выпрямителей средней и большой мощности являются активно-индуктивная нагрузка (рис. 9.2, *а*) и активно-индуктивная нагрузка, содержащая ЭДС (рис. 9.2, *б*). Примером активно-индуктивной нагрузки являются обмотки возбуждения двигателей постоянного тока и синхронных генераторов. Активно-индуктивная нагрузка, содержащая ЭДС,— эквивалентная схема обмотки якоря двигателей постоян-

ного тока, сварочных устройств с индуктивным фильтром. ЭДС нагрузки имеет направление, противоположное направлению выпрямленного напряжения, поэтому ее называют встречной.

В гл. 9 будет рассмотрена работа выпрямителей на два названных вида нагрузки. Работа реальных выпрямителей на активную нагрузку практически не встречается, но для понимания принципа действия выпрямителей мы рассмотрим и этот случай (рис. 9.2, *в*).

При анализе работы выпрямителей будем предполагать, что трансформатор и выпрямительные диоды идеальные, т. е.:

1) активные сопротивления обмоток трансформатора равны нулю, магнитные потоки рассеяния и потери в стали отсутствуют;

2) электрическое сопротивление диода при прямом напряжении равно нулю, при обратном — бесконечно велико (см. § 6.1).

§ 9.2. Однофазные неуправляемые выпрямители

Простейший однофазный неуправляемый выпрямитель был рассмотрен в § 6.1 (см. рис. 6.1, *г*, *д*). Ток в нагрузке этого выпрямителя протекает в течение одной половины каждого периода изменения переменного напряжения на его входе, поэтому выпрямитель называется однополупериодным. Качество выпрямленного напряжения однополупериодного выпрямителя низкое — коэффициент пульсаций $K_п = 1{,}57$. Вследствие этого однополупериодные выпрямители практически не применяются.

Для выпрямления однофазного переменного напряжения широко используются два вида двухполупериодных выпрямителей: однофазный мостовой и однофазный с нулевым выводом.

Работа выпрямителя на активную нагрузку. На рис. 9.3, *а* изображена схема однофазного неуправляемого мостового выпрямителя с активной нагрузкой $R_н$. На вход выпрямителя — первичную обмотку трансформатора — подано переменное напряжение $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$. К выходу выпрямителя подключена нагрузка — резистор $R_н$, напряжение на котором должно быть постоянным.

Напряжение на вторичной обмотке трансформатора u_2, так же как u_1, изменяется по синусоидальному закону:

$$u_2 = U_{m2} \sin \omega t; \quad U_{m2} = \frac{U_{m1}}{K},$$

где K — коэффициент трансформации трансформатора.

В пределах $0 < \omega t < \pi$, $2\pi < \omega t < 3\pi$ и т. д. при положительном напряжении u_2 (полярность $u_2 > 0$ показана на рис. 9.3, *а* знаками «плюс» и «минус» без скобок) к диодам V_1 и V_3 приложено прямое напряжение, и они открыты, к диодам V_2 и V_4 приложено обратное напряжение, и они закрыты. Ток проходит по контуру $w_2 — V_1 — a — R_н — b — V_3$. Так как было сделано допущение, что трансформатор и диоды идеальные и, значит, электриче-

ское сопротивление обмоток трансформатора и открытых диодов равно нулю, то

$$u = u_2; \quad i = \frac{u}{R_н} = \frac{u_2}{R_н},$$

где u и i — напряжение и ток нагрузки $R_н$ выпрямителя (рис. 9.3, *г*, *д*).

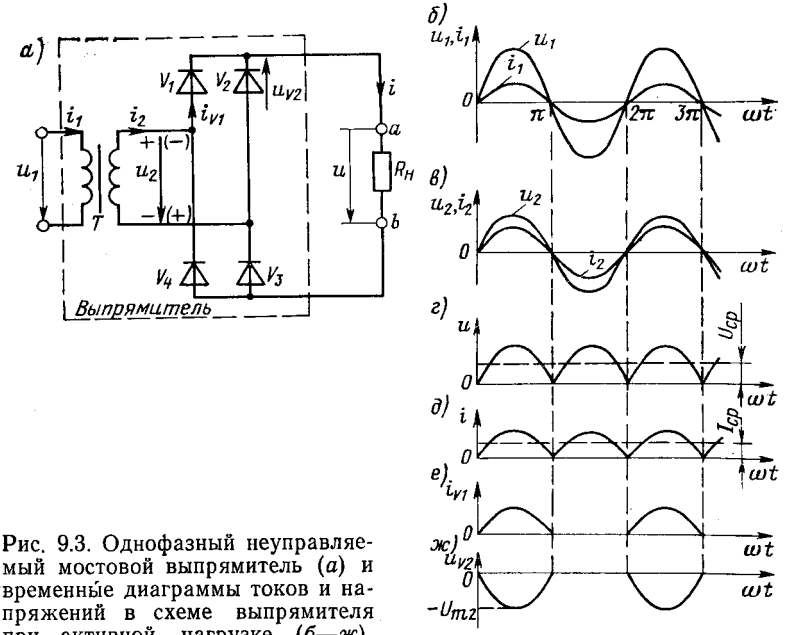


Рис. 9.3. Однофазный неуправляемый мостовой выпрямитель (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений в схеме выпрямителя при активной нагрузке (*б—ж*).

В пределах $\pi < \omega t < 2\pi$, $3\pi < \omega t < 4\pi$ и т. д. $u_2 < 0$ (полярность $u_2 < 0$ показана на рис. 9,3, *а* в скобках), прямое напряжение приложено к диодам V_2 и V_4, а обратное — к диодам V_1 и V_3, и ток будет протекать по контуру $w_2 — V_2 — a — R_н — b — V_4$. В выделенном контуре

$$u = -u_2; \quad i = \frac{u}{R_н} = -\frac{u_2}{R_н}.$$

Ток i через нагрузку и при $u_2 > 0$, и при $u_2 < 0$ протекает в одном и том же направлении — от клеммы a к клемме b. Значит, выпрямитель преобразует переменное напряжение u_1, поданное на вход, в напряжение u на выходе только одного знака.

Выпрямленное напряжение u называется постоянным, но, строго говоря, оно постоянно только по направлению, по величине u изменяется — пульсирует. Закон изменения напряжения на нагрузке

$$u = U_{m2} |\sin \omega t|. \tag{9.1}$$

Выпрямленное напряжение, изменяющееся с периодом π, можно разложить в ряд Фурье. Первый член разложения в ряд Фурье — постоянная составляющая — называется средним значением выпрямленного напряжения:

$$U_{ср} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} u\, d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_{m2}\sin\omega t\, d\omega t = \frac{2}{\pi}U_{m2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\pi}U_2 = 0{,}9U_2. \qquad (9.2)$$

Основная гармоника u изменяется с частотой $\omega_{о.г} = 2\omega$, и ее амплитуда в соответствии с правилами разложения функции в ряд Фурье равна

$$U_{оснm} = \left|\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} u\cos 2\omega t\, d\omega t\right| = \frac{2\sqrt{2}U_2}{\pi}\left|\int_0^{\pi}\sin\omega t\cos 2\omega t\, d\omega t\right| =$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}U_2. \qquad (9.3)$$

Коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения

$$K_п = \frac{U_{оснm}}{U_{ср}} = \frac{2}{3} = 0.67. \qquad (9.4)$$

Ток i через активную нагрузку совпадает по форме с напряжением u. Среднее значение тока

$$I_{ср} = \frac{U_{ср}}{R_н}. \qquad (9.5)$$

Ток нагрузки протекает через диоды V_1, V_3 (рис. 9.3, *е*) и V_2, V_4 поочередно, поэтому среднее значение тока через диоды равно

$$I_{Vср} = \frac{U_{ср}}{2R_н}. \qquad (9.6)$$

Максимальное обратное напряжение на диодах $U_{обр\,max}$, по величине которого и по $I_{Vср}$ выбирается тип диодов для выпрямителя, можно определить из контуров $w_2 - V_1 - V_2$ и $w_2 - V_4 - V_3$. В первом контуре при $u_2 > 0$ диод V_1 открыт и напряжение на V_1 равно нулю, а диод V_2 закрыт. К диоду V_2 приложено обратное напряжение u_2, максимальное значение которого равно U_{m2} (рис. 9.3, *ж*). При $u_2 < 0$ открыт диод V_2, а V_1 — закрыт, и максимальное обратное напряжение на V_1 также равно U_{m2}. Такой же результат для V_4 и V_3 получим из контура $w_2 - V_4 - V_3$. Значит,

$$U_{обр\,max} = U_{m2} = \frac{\pi}{2}U_{ср}. \qquad (9.7)$$

Транформатор для выпрямителя выбирается по заданному действующему значению напряжения сети U_1, действующему значению напряжения U_2 на вторичной обмотке трансформатора, кото-

рое определяется по необходимой для нагрузки величине $U_{ср}$, и по полной мощности трансформатора, равной

$$S = \frac{U_1 I_1 + U_2 I_2}{2},$$

где I_1 и I_2 — действующие значения токов в первичной и вторичной обмотках.

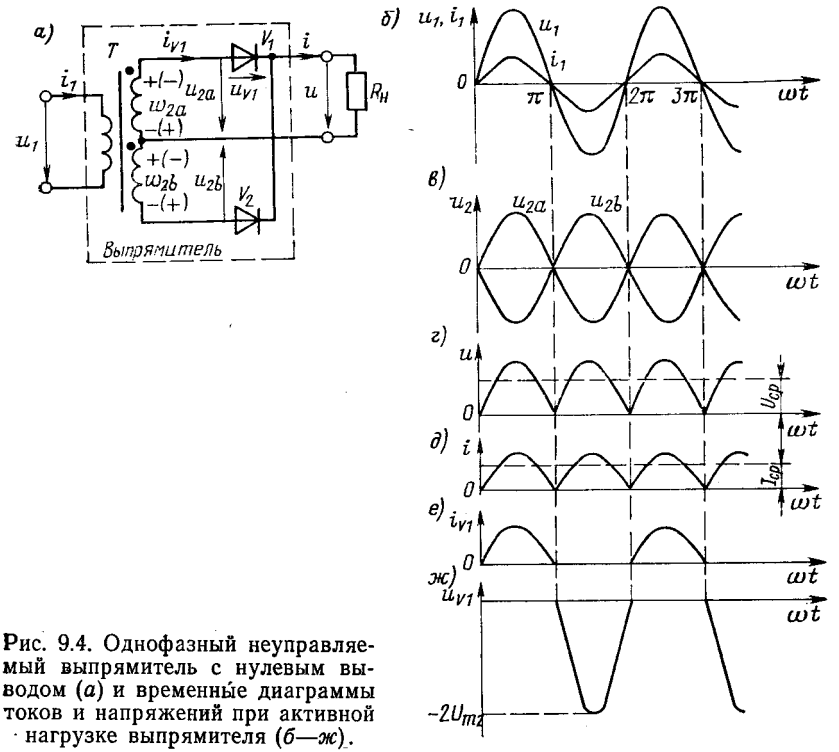


Рис. 9.4. Однофазный неуправляемый выпрямитель с нулевым выводом (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений при активной нагрузке выпрямителя (*б—ж*).

Из выражения (9.2)

$$U_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{ср} = 1{,}11 U_{ср}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_н} = \frac{1{,}11 U_{ср}}{R_н} = 1{,}11 I_{ср}.$$

Для первичной обмотки

$$U_1 = K U_2 = K \cdot 1{,}11 U_{ср}; \quad I_1 = \frac{I_2}{K} = \frac{1{,}11 I_{ср}}{K}.$$

Выразив U_1, U_2 и I_1, I_2 через $U_{ср}$ и $I_{ср}$, получим полную мощность трансформатора однофазного мостового выпрямителя с выходными параметрами $U_{ср}$ и $I_{ср}$:

$$S = 1{,}23 U_{ср} I_{ср}.$$

Схема однофазного двухполупериодного выпрямителя с нулевым выводом приведена на рис. 9.4, *а*. Трансформатор выпрями-

теля имеет две вторичные обмотки w_{2a} и w_{2b} с одинаковым числом витков. Конец обмотки w_{2a} соединен с началом обмотки w_{2b}, и общая точка вторичных обмоток называется **нулевым выводом**. Нагрузка выпрямителя подключена между нулевым выводом вторичных обмоток трансформатора и катодами диодов V_1 и V_2, соединенных между собой.

На первичную обмотку трансформатора подается синусоидальное напряжение u_1. Напряжение u_{2a}, измеряемое между началом обмотки w_{2a} и нулевым выводом, и напряжение u_{2b}, измеряемое между концом обмотки w_{2b} и нулевым выводом, имеют равную амплитуду и изменяются в противофазе (рис. 9.4, *в*).

В пределах $0 < \omega t < \pi$, $2\pi < \omega t < 3\pi$ и т. д. напряжение $u_{2a} > 0$, а $u_{2b} < 0$ (полярность напряжений u_{2a} и u_{2b} в нечетные полупериоды изменения напряжений u_{2a} и u_{2b} показана на рис. 9.4, *а* знаками «плюс» и «минус» без скобок). Напряжение на аноде диода V_1 положительно, и V_1 открыт, напряжение на аноде диода V_2 отрицательно, и V_2 закрыт. Ток будет проходить по контуру $w_{2a} - V_1 - R_н$. Напряжение и ток нагрузки равны соответственно (рис. 9.4, *г*, *д*)

$$u = u_{2a}; \quad i = \frac{u}{R_н} = \frac{u_{2a}}{R_н}.$$

В четные полупериоды, при $\pi < \omega t < 2\pi$, $3\pi < \omega t < 4\pi$ и т. д., $u_{2a} < 0$, $u_{2b} > 0$ (полярность напряжений u_{2a} и u_{2b} в четные полупериоды показана на рис. 9.4, *а* в скобках). Диод V_1 будет закрыт, а V_2 открыт. Ток проходит по контуру $w_{2b} - V_2 - R_н$. Напряжение и ток нагрузки равны соответственно

$$u = u_{2b}; \quad i = \frac{u}{R_н} = \frac{u_{2b}}{R_н}.$$

Независимо от знака входного напряжения u_1 напряжение u на нагрузке одного знака, т. е. выпрямленное. Форма напряжения и тока нагрузки в схеме выпрямителя с нулевым выводом получается точно такой же, как и при использовании мостовой схемы. Поэтому среднее значение выпрямленного напряжения $U_{ср}$, амплитуда основной гармоники $U_{осн m}$, коэффициент пульсаций $K_п$ выпрямленного напряжения и среднее значение выпрямленного тока $I_{ср}$ для схемы с нулевым выводом определяются так же, как и для мостовой схемы (9.2)—(9.5).

В выпрямителе с нулевым выводом, так же как и в мостовом, ток через диоды протекает поочередно, поэтому

$$I_{V ср} = \frac{I_{ср}}{2}.$$

Максимальное обратное напряжение на диодах $U_{обр\,max}$ можно определить из уравнения, составленного для контура $w_{2a} - V_1 - V_2 - w_{2b}$:

$$-u_{2a} + u_{V1} - u_{V2} + u_{2b} = 0.$$

В нечетные полупериоды диод V_1 открыт, и $u_{V1}=0$, $u_{2b}=-u_{2a}$, поэтому $u_{V2}=-2u_a$. В нечетные полупериоды $u_{2a}>0$, и к диоду V_2 приложено обратное напряжение, максимальная величина которого

$$U_{\text{обр max}}=2U_{m2}=\pi U_{\text{ср}}. \tag{9.8}$$

Такое же напряжение $U_{\text{обр max}}$ будет приложено к диоду V_1 в четные полупериоды.

Полная мощность трансформатора для выпрямителя с нулевым выводом равна

$$S=\frac{U_1I_1+2U_2I_2}{2}=1{,}48U_{\text{ср}}I_{\text{ср}}.$$

Сравнение схем однофазных выпрямителей показывает, что для мостового выпрямителя необходимо в два раза большее количество диодов, чем для выпрямителя с нулевым выводом. Но трансформатор в мостовом выпрямителе более простой — с одной вторичной обмоткой и меньшей расчетной мощности. Кроме того, для мостового выпрямителя нужны диоды с напряжением $U_{\text{обр max}}$, вдвое меньшим, чем для выпрямителя с нулевым выводом. Преимущества мостового выпрямителя более существенны, поэтому однофазные выпрямители чаще выполняют по мостовой схеме.

Работа неуправляемого однофазного выпрямителя на активно-индуктивную нагрузку. При активно-индуктивной нагрузке выпрямителя (рис. 9.5, *а*) состояние диодов, так же как и при активной нагрузке, определяется напряжением на вторичной обмотке трансформатора. Диоды V_1 и V_3 открыты при $u_2>0$ в нечетные полупериоды изменения u_2 ($0<\omega t<\pi$, $2\pi<\omega t<3\pi$ и т. д.), диоды V_2 и V_4 открыты при $u_2<0$ в четные полупериоды ($\pi<\omega t<2\pi$, $3\pi<\omega t<4\pi$ и т. д.). Выпрямленное напряжение u на активно-индуктивной нагрузке имеет такую же форму, как и при активной нагрузке (рис. 9.5, *г*). Среднее значение выпрямленного напряжения и амплитуда основной гармоники выпрямленного напряжения, изменяющейся с частотой $\omega_{\text{о.г}}=2\omega$, в соответствии с выражениями (9.2) и (9.3) будут равны:

$$U_{\text{ср}}=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}U_2;\quad U_{\text{осн}m}=\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}U_2=0{,}67U_{\text{ср}}.$$

При разложении выпрямленного напряжения в ряд Фурье получим

$$u=U_{\text{ср}}(1-0{,}67\cos 2\omega t-0{,}13\cos 4\omega t-\ldots).$$

По методу наложения ток через нагрузку можно найти как сумму токов, возбуждаемых $U_{\text{ср}}$ и гармоническими составляющими напряжения. Постоянная составляющая тока

$$I_{\text{ср}}=\frac{U_{\text{ср}}}{R_{\text{н}}},$$

амплитуда основной гармоники — второй

$$I_{\text{осн}m} = \frac{0{,}67U_{\text{ср}}}{Z_2} = \frac{0{,}67U_{\text{ср}}}{\sqrt{R_{\text{н}}^2 + (2\omega L_{\text{н}})^2}},$$

амплитуда следующей гармоники — четвертой

$$I_{4m} = \frac{0{,}13U_{\text{ср}}}{Z_4} = \frac{0{,}13U_{\text{ср}}}{\sqrt{R_{\text{н}}^2 + (4\omega L_{\text{н}})^2}} \text{ и т. д.,}$$

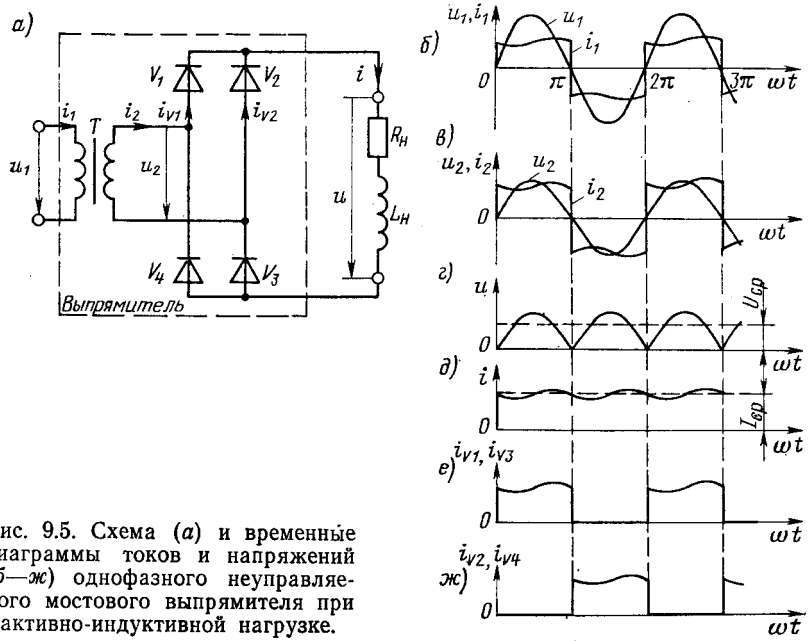


Рис. 9.5. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б—ж*) однофазного неуправляемого мостового выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке.

где Z_k — полное сопротивление нагрузки для гармоники тока частоты $k\omega$.

Сопротивление нагрузки для гармонических составляющих тока больше, чем для постоянной составляющей, и с увеличением порядка гармоники сопротивление Z_k возрастает. Поэтому соотношение между амплитудой любой гармоники и постоянной составляющей у тока получается меньше, чем соотношение этих составляющих у напряжения. Пульсации выпрямленного тока (рис. 9.5, *д*) относительно среднего значения при активно-индуктивной нагрузке уменьшаются по сравнению с пульсациями напряжения, причем чем больше $L_{\text{н}}$, тем они меньше. Так как при активно-индуктивной нагрузке каждая гармоника тока отстает по фазе от соответствующей гармоники напряжения, то максимумы тока следуют с запаздыванием относительно максимумов напряжения.

Токи через пары диодов протекают поочередно. В нечетные полупериоды изменения u_2 открыты диоды V_1 и V_3, и токи через них

i_{V1} и i_{V3} равны току нагрузки i, а V_2 и V_4 закрыты, и $i_{V2}=i_{V4}=0$. В четные полупериоды V_1 и V_3 закрыты, а V_2 и V_4 открыты, $i_{V1}=i_{V3}=0$, $i_{V2}=i_{V4}=i$ (рис. 9.5, *е*, *ж*).

Ток i_2 во вторичной обмотке трансформатора переменный, направление тока совпадает с направлением u_2, а форма в пределах каждого полупериода повторяет форму тока i в нагрузке (рис. 9.5, *в*). Ток в первичной обмотке трансформатора $i_1=i_2/K$ (рис. 9.5, *б*).

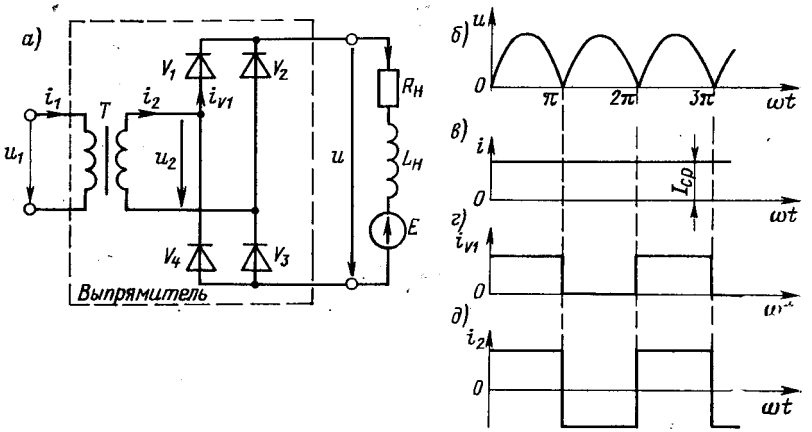


Рис. 9.6. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б*—*д*) однофазного неуправляемого мостового выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке, содержащей встречную ЭДС.

При $\omega L_н \gg R_н$ ток в нагрузке i будет практически постоянным и равным

$$i=I_{ср}=\frac{U_{ср}}{R_н}, \tag{9.9}$$

а токи через диоды $i_{V1}-i_{V4}$ и токи в обмотках трансформатора i_1 и i_2 имеют прямоугольную форму. В пределах $0<\omega t<\pi$, $2\pi<\omega t<3\pi$ и т. д. $i_2=I_{ср}$, $i_1=I_{ср}/K$, в пределах $\pi<\omega t<2\pi$, $3\pi<\omega t<4\pi$ и т. д. $i_2=-I_{ср}$, $i_1=-(I_{ср}/K)$.

Трансформатор для выпрямителей выбирается по полной мощности S, напряжению сети U_1 и необходимому для получения заданного $U_{ср}$ напряжению U_2. Для мостового выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке

$$S=1{,}11U_{ср}I_{ср} \tag{9.10}$$

(выражение для S приведено без вывода).

Работа выпрямителя на активно-индуктивную нагрузку, содержащую встречную ЭДС. На рис. 9.6, *а* изображена схема однофазного мостового выпрямителя с нагрузкой $R_н-L_н-E$ (причем будем считать $\omega L_н \gg R_н$). Пары диодов V_1, V_3 и V_2, V_4 (рис. 9.6, *а*) переключаются в моменты $\omega t=\pi$, $\omega t=2\pi$, $\omega t=3\pi$ и т. д. и напряжение u на нагрузке, состоящей из $R_н$, $L_н$ и E, изме-

няется также, как и на нагрузке $R_н$ или $R_н - L_н$ (рис. 9.6, *б*). Для расчета $U_{ср}$ и $U_{осн m}$ можно использовать выражения (9.2) и (9.3).

При $\omega L_н \gg R_н$, как уже было показано, через нагрузку протекает практически не имеющий пульсаций ток $i = I_{ср}$ (рис. 9.5, *д*, 9.6, *в*). Для определения среднего значения тока нагрузки $I_{ср}$ составляем уравнение по II закону Кирхгофа для постоянных составляющих напряжения:

$$U_{ср} = I_{ср} R_н + E,$$

отсюда

$$I_{ср} = \frac{U_{ср} - E}{R_н}. \qquad (9.11)$$

Таким образом, при наличии в составе нагрузки встречной ЭДС E постоянная составляющая тока нагрузки $I_{ср}$ уменьшается.

Форма токов через диоды и в обмотках трансформатора прямоугольная (рис. 9.6, *г*, *д*), как и при активно-индуктивной нагрузке, если $\omega L \gg R_н$. Параметры диодов $I_{V ср}$, $U_{обр\,max}$ и полная мощность трансформатора определяются по выражениям (9.6), (9.8), (9.10) с учетом того, что $I_{ср}$ определяется по (9.11).

§ 9.3. Однофазные управляемые выпрямители

На рис. 9.7, *а* изображена схема управляемого однофазного выпрямителя с нулевым выводом. В состав выпрямителя входят тиристоры. Включение тиристора, как было отмечено в § 1.2, происходит при выполнении двух условий: а) напряжение между анодом и катодом тиристора должно быть положительным; б) на управляющий электрод тиристора должен поступить управляющий импульс. Тиристор выключается при уменьшении тока через него до нуля. Управление моментом включения тиристора осуществляется с помощью блока управления выпрямителем (БУВ). Схема БУВ может быть построена на аналоговых или цифровых элементах и здесь не рассматривается. Будем считать, что БУВ вырабатывает управляющие импульсы $u_{у1}$ и $u_{у2}$ с необходимой для включения тиристоров амплитудой и длительностью в заданные моменты времени.

Работа выпрямителя на активную нагрузку. Предположим, что выпрямитель работает на активную нагрузку $R_н$, т. е. ключ S на рис. 9.7, *а* замкнут. Напряжение u_1 на входе выпрямителя, а значит, и напряжения на вторичных обмотках трансформатора u_{2a} и u_{2b} — синусоидальные (рис. 9.7, *б*, *в*). В пределах $0 < \omega t < \pi$ $u_{2a} > 0$, $u_{2b} < 0$. На аноде тиристора V_2 напряжение отрицательно, и V_2 закрыт. На аноде тиристора V_1 напряжение положительно, но на интервале $0 < \omega t < \omega t_1$ V_1 будет закрыт, так как на тиристор пока не поступил управляющий импульс $u_{у1}$. Значит, при $0 < \omega t < \omega t_1$ оба тиристора V_1 и V_2 закрыты, и ток и напряжение нагрузки равны нулю: $i = 0$, $u = 0$ (рис. 9.7, *е*, *ж*).

В момент $\omega t = \omega t_1$ выполняются оба условия включения тиристора V_1: $u_{2a} > 0$ и на управляющий электрод тиристора посту-

пает импульс u_{y1}. Тиристор V_1 открывается, и по контуру w_{2a} — V_1—$R_н$ начинает протекать ток. Ток и напряжение нагрузки при $0 < \omega t < \pi$ будут равны соответственно (см. рис. 9.7, *е*, *ж*)

$$i = \frac{u_{2a}}{R_н}; \quad u = u_{2a}.$$

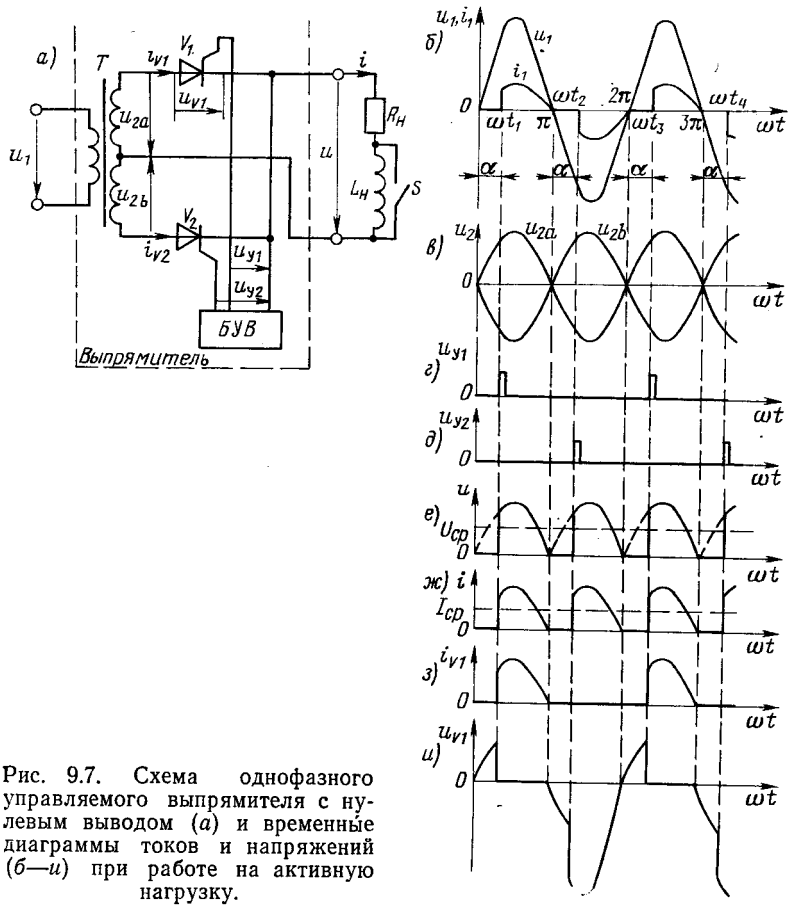


Рис. 9.7. Схема однофазного управляемого выпрямителя с нулевым выводом (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б*—*и*) при работе на активную нагрузку.

Выключение тиристора V_1 происходит при $\omega t = \pi$ в момент уменьшения u_{2a} и i до нуля.

В пределах $\pi < \omega t < 2\pi$ $u_{2a} < 0$, а $u_{2b} > 0$. Напряжение на аноде тиристора V_1 отрицательно, и V_1 закрыт. На интервале от π до ωt_2 тиристор V_2 также закрыт, $i = 0$, $u = 0$. После поступления на V_2 импульса u_{y2} (рис. 9.7, *д*) в момент ωt_2 V_2 открывается и остается открытым до момента $\omega t = 2\pi$. Ток и напряжение нагрузки при $\omega t_2 < \omega t < 2\pi$ равны соответственно

$$i = \frac{u_{2b}}{R_н}; \quad u = u_{2b}.$$

При $2\pi < \omega t < 3\pi$ вновь $u_{2a} > 0$, $u_{2b} < 0$, схема работает так же, как при $0 < \omega t < \pi$, затем знак напряжений меняется: $u_{2a} < 0$, $u_{2b} > 0$, схема работает так же, как при $\pi < \omega t < 2\pi$ и т. д.

Угол α от начала полупериода до момента включения одного из тиристоров называется **углом управления**. Среднее значение напряжения на активной нагрузке зависит от α:

$$U_{ср} = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} u\, d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}\, U_2 \sin \omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{2}\, U_2}{\pi}(1 + \cos\alpha). \tag{9.12}$$

Обозначим $U_{ср}$ при $\alpha = 0$ $U_{ср0}$. Напряжение $U_{ср0} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_2 = 0{,}9U_2$ такое же, как и выходное напряжение неуправляемого однофазного двухполупериодного выпрямителя [см. выражение (9.2)]. Выходное напряжение выпрямителя $U_{ср}$ можно выразить через $U_{ср0}$:

$$U_{ср} = U_{ср0}\,\frac{1 + \cos\alpha}{2}. \tag{9.13}$$

Зависимость $U_{ср} = f(\alpha)$ называется **регулировочной характеристикой**. На рис. 9.8 по выражению (9.13) построена регулировочная характеристика управляемого выпрямителя с активной нагрузкой (кривая *1*). Изменяя с помощью БУВ величину α, можно изменять $U_{ср}$ на нагрузке $R_н$ от $0{,}9U_2$ до нуля. Регулировка угла α может производится автоматически в зависимости от какого-либо параметра (тока или напряжения нагрузки, частоты вращения электропривода и т. д.) или вручную. Возможный диапазон изменения α в однофазных выпрямителях при активной нагрузке — от 0 до π.

Среднее значение тока через нагрузку

$$I_{ср} = \frac{U_{ср}}{R_н}.$$

Ток через закрытый тиристор равен нулю, через открытый — току нагрузки, например $i_{V1} = 0$ при $0 < \omega t < \omega t_1$, $\pi < \omega t < \omega t_3$ и т. д., $i_{V1} = i$ при $\omega t_1 < \omega t < \pi$, $\omega t_3 < \omega t < 3\pi$ и т. д. (см. рис. 9.7, *з*). Если V_2 закрыт, напряжение на тиристоре можно найти из уравнения $u_{V1} = u_{2a} - u$. Если V_2 открыт, то к V_1 приложено напряжение $u_{V1} = u_{2a} - u_{2b}$ (см. рис. 9.7, *и*). Ток i_{V2} и напряжение u_{V2} изменяются так же, как i_{V1} и u_{V1}, но отстают по фазе от i_{V1} и u_{V1} на угол π. Среднее значение тока через тиристоры $I_{Vср}$ и максимальное обратное напряжение определяются по выражениям (9.6), (9.8).

Токи во вторичных обмотках w_{2a} и w_{2b} равны токам через диоды, соответственно i_{V1} и i_{V2}. Форма тока в первичной обмотке i_1 определяется токами во вторичных обмотках, по амплитуде i_1 меньше токов во вторичных обмотках в k раз.

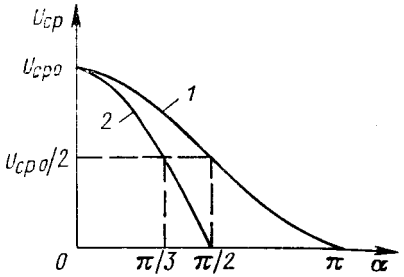


Рис. 9.8. Регулировочная характеристика однофазного управляемого выпрямителя с активной (*1*) и активно-индуктивной (*2*) нагрузкой.

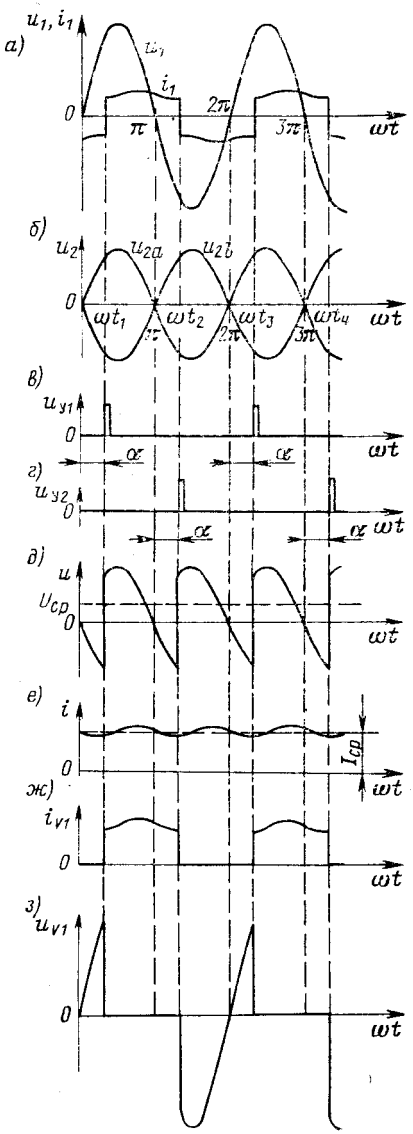


Рис. 9.9. Временные диаграммы токов и напряжений однофазного управляемого выпрямителя, работающего на активно-индуктивную нагрузку.

Среднее значение токов через тиристоры, обратное напряжение на тиристорах и полная мощность трансформатора, необходимые для выбора их типов, рассчитываются для наиболее нагруженного режима работы выпрямителя при $\alpha=0$. Работа управляемого выпрямителя при $\alpha=0$ не отличается от работы аналогичного неуправляемого выпрямителя, и для определения $I_{V\,ср}$, $U_{обр\,max}$ и S здесь можно использовать выражения, полученные в § 9.2 для неуправляемого однофазного выпрямителя с нулевым выводом.

Работа выпрямителя на активно-индуктивную нагрузку. Ключ на рис. 9.7, *а* разомкнут, и нагрузкой выпрямителя является цепь $R_н - L_н$. Если $\omega L_н \gg R_н$, а именно этот случай обычно встречается на практике, то ток через нагрузку не уменьшается до нуля, как при активной нагрузке.

Как известно, при изменении тока в индуктивности возникает ЭДС самоиндукции, направление которой при уменьшении тока совпадает с его направлением, а при увеличении тока противоположно ему. После включения в момент ωt_1 тиристора V_1 управляющим импульсом $u_{у1}$ (рис. 9.9, *в*) напряжение на нагрузке $u = u_{2a}$, и ток i через нагрузку сначала начинает возрастать (рис. 9.9, *д*, *е*). Возникает ЭДС самоиндукции, направленная навстречу i и u, вследствие ее влияния i увеличивается не скачком, а плавно. При увеличении i энергия магнитного поля индуктивности увеличивается. Затем по мере уменьшения $u = u_{2a}$ начинает уменьшаться и ток i, но тогда направление ЭДС самоиндукции уже будет совпадать с направлением i и ЭДС будет препятствовать уменьшению i. Из-за влияния ЭДС самоиндукции ток i уменьшается значительно медленнее, чем напряжение u. При $\pi < \omega t < \omega t_2$ напряжение $u = u_{2a}$ становится отрицательным, но V_1 остается открытым, ток i по-прежнему протекает по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$—$L_н$ (см. рис. 9.7, *а*). Это объясняется тем, что к цепи V_1—$R_н$ приложена алгебраическая сумма ЭДС самоиндукции индуктивности $L_н$ и u_{2a}. Если $\omega L_н \gg R_н$, ЭДС самоиндукции значительна и сумма ЭДС самоиндукции и u_{2a} остается положительной на интервале $\pi < \omega t < \omega t_2$ несмотря на то, что $u = u_{2a} < 0$, поэтому V_1 остается открытым. Ток в нагрузке в этом случае протекает за счет энергии, запасенной в магнитном поле индуктивности.

После подачи управляющего импульса $u_{у2}$ (рис. 9.9, *г*) в момент ωt_2 включается тиристор V_2. К тиристору V_1 через открытый V_2 будет приложено напряжение $u_{V1} = u_{2a} - u_{2b} < 0$, так как при $\omega t = \omega t_2$ $u_{2a} < 0$, $u_{2b} > 0$. Тиристор V_1 закрывается, и ток начинает протекать по контуру w_{2b}—V_2—$R_н$—$L_н$. Под действием $u = u_{2b}$ ток нагрузки i плавно возрастает, энергия магнитного поля $L_н$ увеличивается. Затем по мере уменьшения u_{2b} ток i начинает плавно уменьшаться. При $2\pi < \omega t < \omega t_3$ напряжение $u = u_{2b} < 0$, но ток i за счет энергии, запасенной в магнитном поле $L_н$, продолжает протекать по контуру w_{2b}—V_2—$R_н$—$L_н$. После включения V_1 в момент $\omega t = \omega t_3$ тиристор V_2 выключается, ток i вновь начинает протекать по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$—$L_н$ и т. д.

Среднее напряжение на нагрузке равно

$$U_{ср} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} u \, d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}\, U_2 \sin \omega t \, d\omega t =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\, U_2}{\pi} \cos \alpha = U_{ср0} \cos \alpha. \qquad (9.14)$$

Регулировочная характеристика $U_{ср} = f(\alpha)$ управляемого однофазного выпрямителя, работающего на активно-индуктивную на-

грузку при $\omega L_н \gg R_н$, показана на рис. 9.8 (кривая *2*). При одинаковом угле управления $\alpha \neq 0$ среднее значение напряжения $U_{ср}$ на активно-индуктивной нагрузке меньше, чем на активной нагрузке, так как в первом случае в течение части периода к нагрузке приложено отрицательное напряжение (см. рис. 9.7, *е* и 9.9, *д*). Диапазон изменения α при активно-индуктивной нагрузке от 0 до $\pi/2$.

Ток i_{V1} через V_1 и w_{2a} на интервалах включения V_1 (при $\omega t_1 < \omega t < \omega t_2$, $\omega t_3 < \omega t < \omega t_4$ и т. д.). равен току нагрузки i. Если V_1 закрыт ($0 < \omega t < \omega t_1$, $\omega t_2 < \omega t < \omega t_3$ и т. д.), то $i_{V1} = 0$ (рис. 9.9, *ж*). Ток i_{V2} имеет такую же форму, как и i_{V1}, но сдвинут по фазе относительно i_{V1} на π. Ток i_1 — знакопеременный, его форма определяется токами i_{V1} и i_{V2} (рис. 9.9, *а*).

Следует обратить внимание на одну особенность управляемых выпрямителей: при $\alpha \neq 0$ первая гармоника тока i_1, потребляемого выпрямителем от сети, отстает по фазе от напряжения сети u_1 (см. рис. 9.7, *б* и 9.9, *а*). Вследствие этого управляемый выпрямитель имеет $\cos\varphi < 1$ и потребляет от сети реактивную мощность.

Тиристоры V_1 и V_2 переключаются поочередно без паузы, и к закрытому тиристору через открытый приложено напряжение, равное разности u_{2a} и u_{2b}, например при $0 < \omega t < \omega t_1$, $\omega t_2 < \omega t < \omega t_3$ и т. д. $u_{V1} = u_{2a} - u_{2b} = 2u_{2a}$ (рис. 9.9, *з*).

Если выпрямитель работает на активно-индуктивную нагрузку, содержащую встречную ЭДС, то, как было показано в § 9.2, среднее значение тока нагрузки уменьшается:

$$I_{ср} = \frac{U_{ср0}\cos\alpha - E}{R_н}. \qquad (9.15)$$

В однофазных управляемых выпрямителях применяют не только схему выпрямления с нулевым выводом, но и мостовую. Причем в мостовом управляемом выпрямителе можно использовать два тиристора (V_1 и V_2 на рис. 9.3, *а*) и два диода (V_3 и V_4).

Выпрямленное напряжение на выходе управляемого однофазного мостового выпрямителя при активной и активно-индуктивной нагрузке изменяется так же, как и выпрямленное напряжение управляемого однофазного выпрямителя с нулевым выводом при аналогичной нагрузке (см. рис. 9.7, *е*, 9.9, *д*). Среднее значение выпрямленного напряжения $U_{ср}$ определяется выражениями (9.13) или (9.14) в зависимости от вида нагрузки. Необходимые для выбора типа тиристоров $I_{Vср}$ и $U_{обр\,max}$, а также полная мощность трансформатора S определяются в наиболее нагруженном режиме работы управляемого выпрямителя при $\alpha = 0$. Токи и напряжения в управляемом мостовом выпрямителе при $\alpha = 0$ изменяются так же, как и в неуправляемом, и для расчета $I_{Vср}$, $U_{обр\,max}$ и S можно использовать соответствующие выражения, полученные в § 9.2 для неуправляемого однофазного мостового выпрямителя.

Основные расчетные соотношения для однофазных выпрямителей приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1. **Параметры однофазных выпрямителей**

Нагрузка	Параметры						
	$\frac{U_{ср0}}{U_2}$	$U_{ср}/U_{ср0}$	пределы изменения α, град	$K_п$ при $\alpha=0$	$\frac{\omega_{о.г}}{\omega}$	$\frac{U_{обр\ max}}{U_{ср0}}$	$\frac{S}{U_{ср}I_{ср}}$
Однофазный мостовой выпрямитель							
Активная	0,9	$\frac{1+\cos\alpha}{2}$	$0-\pi$	0,67	2	$\frac{\pi}{2}$	1,23
Активно-индуктивная, $\omega_{о.г}L_н \gg R_н$	0,9	$\cos\alpha$	$0-\frac{\pi}{2}$	0,67	2	$\frac{\pi}{2}$	1,11
Однофазный выпрямитель с нулевым выводом							
Активная	0,9	$\frac{1+\cos\alpha}{2}$	$0-\pi$	0,67	2	π	1,48
Активно-индуктивная, $\omega_{о.г}L_н \gg R_н$	0,9	$\cos\alpha$	$0-\frac{\pi}{2}$	0,67	2	π	1,34

Примечания. 1. Параметры выпрямителя, работающего на активно-индуктивную нагрузку, содержащую встречную ЭДС, определяются по таким же формулам, как и параметры выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке, за исключением $I_{ср}$, равного в этом случае $I_{ср}=(U_{ср}-E)/R_н$. 2. Значения $I_{ср}=U_{ср}/R_н$, $I_{V\ ср}=I_{ср}/2$ — для всех видов нагрузки и обеих схем выпрямителя.

§ 9.4. Трехфазные неуправляемые выпрямители

В схемах трехфазных неуправляемых выпрямителей используются группы диодов, соединенных катодами или анодами. Прежде чем рассматривать принцип действия выпрямителей, сформулируем два правила о работе диодов, объединенных в группу.

Первое правило: в группе диодов, соединенных катодами, ток проходит только через диод, напряжение на аноде которого положительно и превышает анодные напряжения других диодов; остальные диоды закрыты. В этом можно убедиться на примере схемы, приведенной на рис. 9.10, *а*. В соответствии с правилом будет открыт диод V_2, и если пренебречь падением напряжения на открытом V_2, то к нагрузке $R_н$ приложено напряжение $u=200$ В. Тогда напряжение на V_1 будет равно $150-200=-50$ В, а на V_3 — $100-200=-300$ В, и так как напряжения отрицательны, то V_1 и V_3 действительно будут закрыты.

Второе правило: в группе диодов, соединенных анодами, ток проходит только через диод, напряжение на катоде которого отрицательно и меньше напряжений на катодах других диодов; остальные диоды закрыты. В соответствии со вторым правилом

при напряжениях, показанных на рис. 9.10, *б*, будет открыт диод V_3.

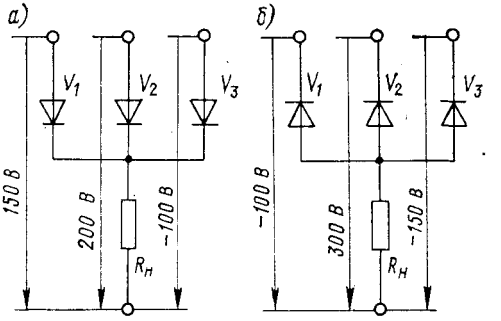


Рис. 9.10. Группы диодов, соединенных катодами (*а*) и анодами (*б*).

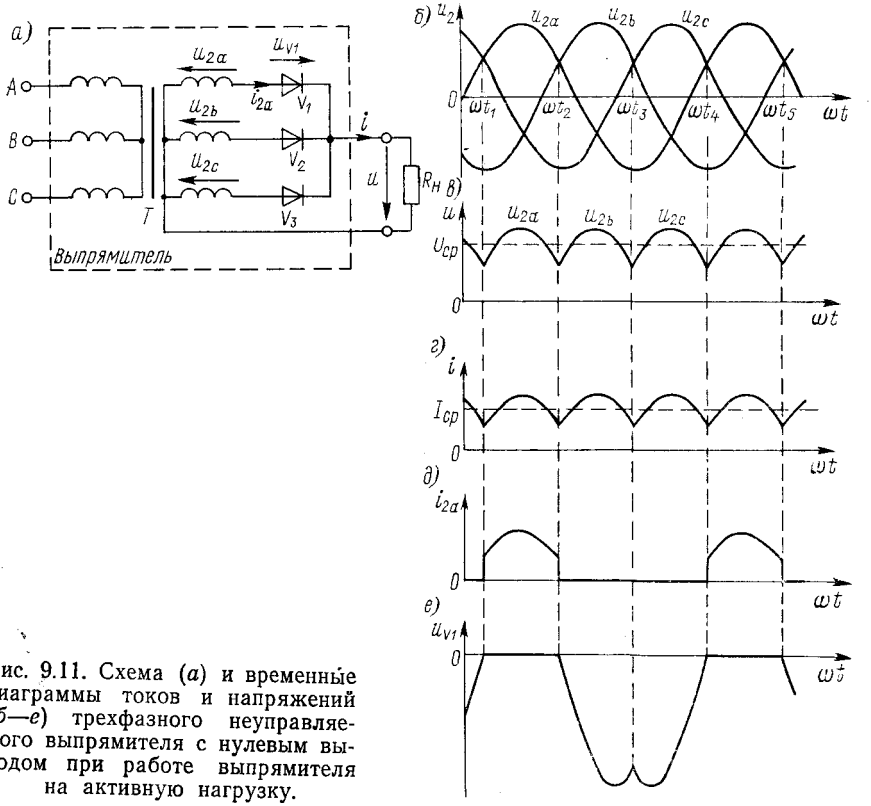


Рис. 9.11. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б—е*) трехфазного неуправляемого выпрямителя с нулевым выводом при работе выпрямителя на активную нагрузку.

Выпрямитель с нулевым выводом. Первичная обмотка трехфазного трансформатора (рис. 9.11, *а*), входящего в состав выпрямителя с нулевым выводом, может быть соединена треугольником или звездой, а вторичная обмотка — звездой. К выводам вторич-

ной обмотки присоединены аноды диодов V_1—V_3, соединенных катодами. Нагрузка выпрямителя $R_н$ подключена между катодами диодов и нулевым выводом вторичной обмотки.

При подаче на первичную обмотку трехфазного напряжения на фазах вторичной обмотки w_{2a}, w_{2b} и w_{2c} возбуждаются напряжения u_{2a}, u_{2b}, u_{2c}, временные диаграммы которых показаны на рис. 9.11, *б*. Эти напряжения приложены к анодам диодов относительно нулевого вывода трансформатора. В пределах $\omega t_1 = \frac{\pi}{6} < \omega t < \omega t_2 = \frac{5\pi}{6}$ на аноде диода V_1 напряжение u_{2a} положительно и превышает анодные напряжения других диодов. Значит, будет открыт V_1, а V_2 и V_3 закрыты. Ток проходит по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$. Напряжение на нагрузке $u = u_{2a}$, а ток нагрузки $i = \frac{u_{2a}}{R_н}$ (рис. 9.11, *в*, *г*).

В пределах $\omega t_2 < \omega t < \omega t_3$ открыт диод V_2, так как на аноде V_2 наибольшее положительное напряжение по сравнению с напряжениями на V_1 и V_3. Напряжение на нагрузке $u = u_{2b}$, $i = \frac{u_{2b}}{R_н}$.

В пределах $\omega t_3 < \omega t < \omega t_4$ открыт диод V_3, $u = u_{2c}$, $i = \frac{u_{2c}}{R_н}$. В течение следующего интервала вновь открыт V_1, затем V_2 и т. д.

Диоды выпрямителя открываются поочередно на треть периода, и выпрямленное напряжение (рис. 9.11, *в*) составляют участки фазных напряжений u_{2a}, u_{2b}, u_{2c}. Период изменения выпрямленного напряжения в три раза меньше периода изменения напряжения сети и равен $2\pi/3$. Среднее выпрямленное напряжение

$$U_{ср} = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} u \, d\omega t = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \sqrt{2}\, U_2 \sin \omega t \, d\omega t =$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{2\pi/3} U_2 = 1{,}17 U_2. \qquad (9.16)$$

где U_2 — действующее значение фазного напряжения вторичной обмотки трансформатора.

Коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения для трехфазного выпрямителя с нулевым выводом $K_п = 0{,}25$, частота первой гармоники пульсаций в три раза превышает частоту сети.

Форма тока через активную нагрузку $R_н$ (рис. 9.11, *г*) совпадает с формой выпрямленного напряжения.

Форма токов в фазах вторичной обмотки трансформатора и через диоды одинакова. На рис. 9.11, *д* показан ток i_{2a}, протекающий через фазу w_{2a} и диод V_1. В пределах $\omega t_1 < \omega t < \omega t_2$, $\omega t_4 < \omega t < \omega t_5$ и т. д. диод V_1 открыт, и ток i_{2a} равен току нагрузки i.

Если V_1 закрыт, то $i_{2a}=0$. Токи i_{2b} и i_{2c} имеют такую же форму, как i_{2a}, но сдвинуты по фазе относительно i_{2a} на $2\pi/3$ и $4\pi/3$ соответственно.

Напряжение u_{V1} на диоде V_1 на интервалах, когда V_1 открыт, равно нулю (рис. 9.11, *е*). В пределах $\omega t_2<\omega t<\omega t_3$ диод V_1 закрыт, а V_2 открыт. Напряжение u_{V1} можно найти из контура w_{2a}—V_1—V_2—w_{2b}: $u_{V1}=u_{2a}-u_{2b}=u_{ab}$. В пределах $\omega t_3<\omega t<\omega t_4$ открыт диод V_3, и из контура w_{2a}—V_1—V_3—w_{2c} получим $u_{V1}=u_{2a}-u_{2c}=-u_{ca}$. Аналогичным образом изменяются u_{V2} и u_{V3}. Значит, к закрытым диодам приложено обратное линейное напряжение, амплитуда которого в $\sqrt{3}$ раз превышает амплитуду напряжения на фазе вторичной обмотки:

$$U_{\text{обр max}}=\sqrt{3}\,U_{m2}=\sqrt{3}\,\sqrt{2}\,U_2=2{,}1U_{\text{ср}}.$$

Трехфазный выпрямитель с нулевым выводом обеспечивает неплохое качество выпрямленного напряжения, но имеет существенный недостаток. Токи в фазах вторичной обмотки трансформатора содержат постоянную составляющую, которая создает в сердечнике трансформатора постоянный магнитный поток подмагничивания, вызывающий насыщение сердечника. Вследствие этого для трехфазного выпрямителя с нулевым выводом приходится выбирать трансформатор большей, чем расчетная, мощности. Применяются трехфазные выпрямители с нулевым выводом при маломощных нагрузках, когда увеличение массогабаритных показателей выпрямителя не имеет особого значения.

Трансформатор не имеет потока подмагничивания при использовании мостовой схемы трехфазного выпрямителя. Трехфазный мостовой выпрямитель предложен А. И. Ларионовым в 1923 г. и широко применяется в преобразовательной технике.

Мостовой выпрямитель. В трехфазном мостовом выпрямителе (рис. 9.12, *а*) фазы первичной и вторичной обмоток трансформатора T могут быть соединены звездой или треугольником. К выводам вторичной обмотки подключены две группы диодов, соединенных катодами (V_1, V_3, V_5 — катодная группа) и анодами (V_2, V_4, V_6 — анодная группа). Нагрузка $R_н$ подключается между узлами соединения катодов и анодов диодов.

Рассмотрим сначала работу трехфазного мостового выпрямителя при чисто активной нагрузке $R_н$ ($L_н=0$, ключ S замкнут). При подаче на первичную обмотку T трехфазного напряжения питания на фазах вторичной обмотки w_{2a}, w_{2b}, w_{2c} возбуждаются напряжения u_{2a}, u_{2b} и u_{2c} (рис. 9.12, *б*). Во время работы выпрямителя одновременно открыты два диода: диод в катодной группе, анодное напряжение которого положительно и превышает анодные напряжения других диодов катодной группы, и диод в анодной группе, напряжение на катоде которого отрицательно и меньше напряжений на катодах других диодов анодной группы. В пределах $\omega t_1<\omega t<\omega t_2$ открыты диод V_1, к аноду которого приложено наибольшее положительное напряжение u_{2a}, и диод V_6,

на катоде которого наименьшее отрицательное напряжение u_{2b}. Ток проходит по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$—V_6—w_{2b}, для которого можно записать

$$u + u_{2b} - u_{2a} = 0.$$

Отсюда

$$u = u_{2a} - u_{2b} = u_{ab}.$$

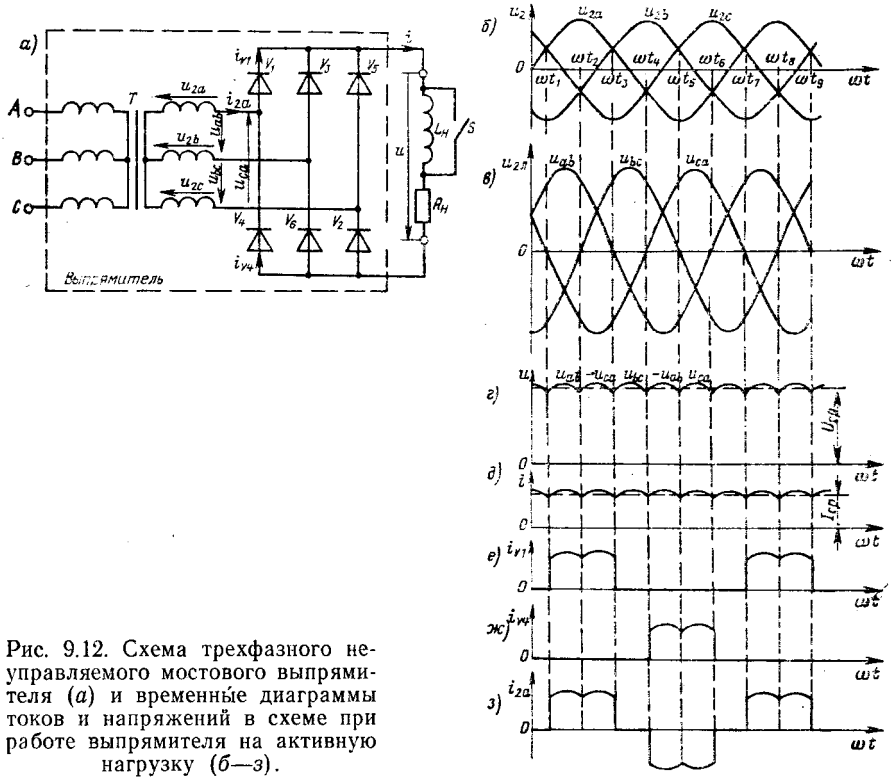


Рис. 9.12. Схема трехфазного неуправляемого мостового выпрямителя (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений в схеме при работе выпрямителя на активную нагрузку (*б*—*з*).

Кривые изменения линейных напряжений u_{ab}, $u_{bc} = u_{2b} - u_{2c}$ и $u_{ca} = u_{2c} - u_{2a}$ построены на рис. 9.12, *в*. Амплитуда линейных напряжений в $\sqrt{3}$ раза больше амплитуды фазных напряжений u_{2a}, u_{2b}, u_{2c}. В пределах $\omega t_1 < \omega t < \omega t_2$ кривая выходного напряжения u (рис. 9.12, *г*) совпадает с кривой u_{ab}.

В пределах $\omega t_2 < \omega t < \omega t_3$ открыты диоды V_1 и V_2, ток проходит по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$—V_2—w_{2c}, из которого находим u:

$$u = u_{2a} - u_{2c} = -u_{ca}.$$

В пределах $\omega t_3 < \omega t < \omega t_4$ открыты диоды V_3 и V_2, $u = u_{2b} - u_{2c} = u_{bc}$. В пределах $\omega t_4 < \omega t < \omega t_5$ открыты V_3 и V_4, $u = u_{2b} - u_{2a} = -u_{ab}$ и т. д.

Таким образом, кривую выходного напряжения выпрямителя в течение периода изменения напряжения сети составляют шесть одинаковых участков кривых линейных напряжений. Период изменения u равен $2\pi/6$.

Среднее значение выпрямленного напряжения

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{2\pi/6} \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_{ab}\, d\omega t = \frac{1}{2\pi/6} \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{3}\,\sqrt{2}\, U_2 \sin(\omega t + \pi/6)\, d\omega t =$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{\pi} U_2 = 2{,}34 U_2. \qquad (9.17)$$

Трехфазный мостовой выпрямитель обеспечивает высокое качество выпрямленного напряжения: коэффициент пульсаций $K_{\text{п}} = 0{,}06$, частота основной гармоники пульсаций в шесть рез выше частоты сети.

Ток через активную нагрузку $R_{\text{н}}$ равен $i = u/R_{\text{н}}$, и его форма совпадает с формой напряжения (рис. 9.12, *д*). Среднее значение тока через нагрузку

$$I_{\text{ср}} = \frac{U_{\text{ср}}}{R_{\text{н}}} = \frac{2{,}34 U_2}{R_{\text{н}}}. \qquad (9.18)$$

Ток через открытый диод равен току нагрузки. На рис. 9.12, *е*, *ж* показан ток i_{V1} через диод V_1, который открыт при $\omega t_1 < \omega t < \omega t_3$, $\omega t_7 < \omega t < \omega t_9$ и т. д., и ток i_{V4} через V_4, который открыт при $\omega t_4 < \omega t < \omega t_6$ и т. д. Каждый из диодов открыт в течение трети периода изменения напряжения сети, среднее значение тока через диод

$$I_{V\text{ср}} = \frac{I_{\text{ср}}}{3}. \qquad (9.19)$$

Максимальное обратное напряжение на диодах можно найти с помощью контуров, состоящих из двух фаз вторичной обмотки и двух диодов. Рассмотрим контур w_{2a}—V_1—V_3—w_{2b}. В пределах $\omega t_3 < \omega t < \omega t_5$ диод V_1 закрыт, а V_3 открыт, и к диоду V_1 через V_3 будет приложено отрицательное линейное напряжение u_{ab}. На следующем интервале $\omega t_5 < \omega t < \omega t_7$ к диоду V_1 через открытый диод V_5 будет приложено напряжение u_{ca}. Значит, $U_{\text{обр max}}$ на диодах будет равно амплитуде линейного напряжения:

$$U_{\text{обр max}} = \sqrt{3}\,\sqrt{2}\, U_2 = \sqrt{6}\, U_2 = 1{,}05 U_{\text{ср}}. \qquad (9.20)$$

Токи в фазах вторичной обмотки трансформатора определяются токами через подключенные к фазам диоды. К фазе w_{2a} подключены диоды V_1 и V_4. В пределах $\omega t_1 < \omega t < \omega t_3$ ток i_{2a} равен току через открытый диод V_1: $i_{2a} = i_{V1}$ (рис. 9.12, *з*). В пределах $\omega t_4 < \omega t < \omega t_6$ открыт диод V_4, и $i_{2a} = -i_{V4}$. Токи в фазах вторичной обмотки переменные, и постоянного потока подмагничивания в сердечнике трансформатора нет. Токи в фазах первичной обмотки имеют такую же форму, как и токи в фазах вторичной обмотки, и меньше их в k раз.

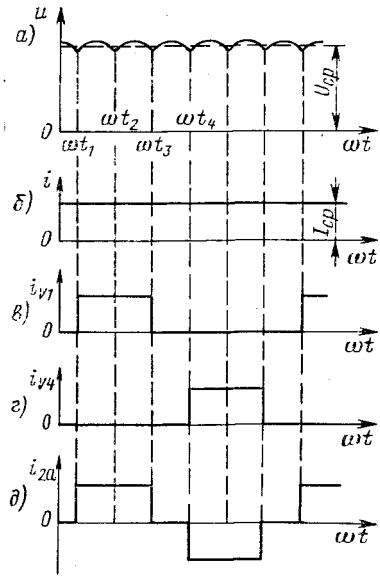


Рис. 9.13. Временные диаграммы токов и напряжений трехфазного неуправляемого мостового выпрямителя при работе на активно-индуктивную нагрузку.

При активно-индуктивной нагрузке $R_н$—$L_н$ (ключ S на рис. 9.12, *а* разомкнут) форма выпрямленного напряжения (рис. 9.13, *а*) и величина $U_{ср}$ такие же, как и при активной нагрузке, а пульсации тока нагрузки уменьшаются. При $6\omega L_н \gg R_н$ (6ω — частота основной гармоники *u*) ток будет содержать только постоянную составляющую $i = I_{ср} = \frac{U_{ср}}{R_н}$, а токи через диоды и в обмотках трансформатора будут иметь прямоугольную форму (рис. 9.13, *б*—*д*).

Среднее значение тока через диоды $I_{Vср}$ и $U_{обр\,max}$ на диодах при активно-индуктивной нагрузке такие же, как и при активной [см. выражения (9.19), (9.20)].

Полная мощность трансформатора мостового выпрямителя, работающего на активно-индуктивную нагрузку,

$$S = \frac{\pi}{3} U_{ср} I_{ср}.$$

При наличии в схеме нагрузки встречной ЭДС, как было показано в § 9.2, уменьшается средний ток нагрузки:

$$I_{ср} = \frac{2{,}34U_2 - E}{R_н}.$$

§ 9.5. Трехфазные управляемые выпрямители

На рис. 9.14, *а* изображена схема управляемого трехфазного выпрямителя с нулевым выводом. Для упрощения схемы блок управления выпрямителем, вырабатывающий управляющие тиристорами импульсы, на рисунке не показан.

Рассмотрим сначала работу выпрямителя при активной нагрузке $R_н$ (ключ S замкнут). Каждый из тиристоров выпрямителя может быть включен при выполнении двух условий: при наличии на аноде большего положительного напряжения по сравнению с анодным напряжением открытого в данный момент тиристора и при поступлении на управляющий электрод тиристора управляющего импульса. Тиристоры выключаются либо при уменьшении до нуля тока через тиристор, либо при включении тиристора, имеющего большее напряжение на аноде.

На рис. 9.14, *б—д* показаны временные диаграммы напряжений на фазах вторичной обмотки трансформатора и управляющих импульсов. В пределах $\omega t_1 < \omega t < \omega t_3$ открыт тиристор V_1, и напряжение на нагрузке $u = u_{2a}$ (рис. 9.14, *е*). В момент $\omega t = \omega t_2 = 5\pi/6$ u_{2b} становится больше u_{2a}, но так как на тиристор V_2 еще не поступил управляющий импульс u_{y2}, он остается закрытым,

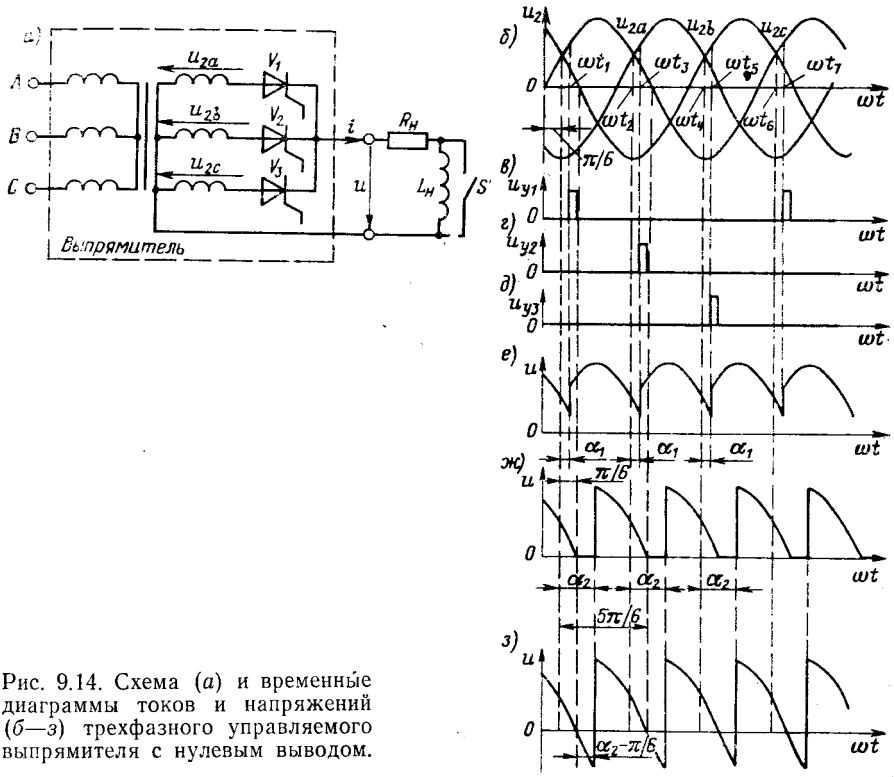


Рис. 9.14. Схема (*а*) и временные диаграммы токов и напряжений (*б—з*) трехфазного управляемого выпрямителя с нулевым выводом.

а V_1 открыт. При $\omega t = \omega t_3$ по-прежнему $u_{2b} > u_{2a}$ и на V_2 поступает импульс u_{y2}, а V_1 закрывается. Теперь в пределах $\omega t_3 < \omega t < \omega t_5$ открыт V_2 и $u = u_{2b}$. После поступления на V_3 импульса u_{y3} открывается V_3, а V_2 закрывается. При $\omega t_5 < \omega t < \omega t_7$ открыт V_3 и $u = u_{2c}$. В момент $\omega t = \omega t_7$ снова открывается V_1, а V_3 закрывается, $u = u_{2a}$ и т. д. Форма тока i через активную нагрузку такая же, как и форма u.

Угол управления тиристорами α в трехфазных выпрямителях принято отсчитывать от моментов естественного включения вентилей ωt_2, ωt_4, ωt_6 и т. д. (моментов переключения диодов в неуправляемых трехфазных выпрямителях). При $\alpha < \frac{\pi}{6}$ (α_1 на рис. 9.14, *е*) напряжение и ток нагрузки $R_н$ имеют непрерывный характер.

Период выпрямленного напряжения $2\pi/3$ и среднее значение выпрямленного напряжения при $\alpha<\pi/6$ будет равно

$$U_{ср}=\frac{1}{2\pi/3}\int\limits_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}\sqrt{2}\,U_2\sin\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{6}}{2\pi/3}U_2\cos\alpha=U_{ср0}\cos\alpha.$$

Если $\alpha>\pi/6$ (α_2 на рис. 9.14, *ж*), напряжение и ток активной нагрузки $R_н$ выпрямителя имеют прерывистый характер, так как открытый тиристор закрывается при уменьшении тока через него до нуля раньше, чем управляющий импульс откроет следующий тиристор. При $\alpha>\pi/6$ среднее значение выпрямленного напряжения определяется по выражению

$$U_{ср}=\frac{1}{2\pi/3}\int\limits_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi}\sqrt{2}\,U_2\sin\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{2}}{2\pi/3}U_2\left[1+\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right]=$$

$$=U_{ср0}\frac{1+\cos(\pi/6+\alpha)}{\sqrt{3}}.$$

Пределы изменения угла α в управляемом трехфазном выпрямителе с нулевым выводом при активной нагрузке — от 0 до $5\pi/6$.

Теперь рассмотрим работу управляемого трехфазного выпрямителя на активно-индуктивную нагрузку $R_н$—$L_н$ (ключ S на рис. 8.14, *а* разомкнут). Будем считать, что $3\omega L\gg R_н$ (3ω — частота основной гармоники напряжения на выходе трехфазного выпрямителя с нулевым выводом), тогда ток в нагрузке, как было показано в § 9.2, будет протекать непрерывно, практически без пульсаций. При $\alpha<\pi/6$ форма u на активно-индуктивной нагрузке будет такой же, как и на активной (см. рис. 9.14, *е*). При $\alpha>\pi/6$ тиристор, включенный при $u_2>0$ вследствие влияния ЭДС самоиндукции, возникающей в индуктивности нагрузки, остается включенным и при $u_2<0$ до тех пор, пока не откроется следующий тиристор с бо́льшим напряжением на аноде (рис. 9.14, *з*). Например V_1, включенный при $u_{2a}>0$, остается открытым и при $u_{2a}<0$ до момента включения V_2. Напряжение на нагрузке в течение интервалов $\alpha_2-\pi/6$ будет отрицательным. Среднее напряжение на активно-индуктивной нагрузке

$$U_{ср}=\frac{1}{2\pi/3}\int\limits_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha}u\,d\omega t=\frac{3}{2\pi}\int\limits_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha}\sqrt{2}\,U_2\sin\omega t\,d\omega t=$$

$$=\frac{3\sqrt{6}}{2\pi}U_2\cos\alpha=1{,}17U_2\cos\alpha=U_{ср0}\cos\alpha. \qquad (9.21)$$

Недостаток управляемых трехфазных выпрямителей с нулевым выводом такой же, как и у неуправляемых выпрямителей этого типа,— во вторичных обмотках протекает ток только в одном на-

Таблица 9.2. **Параметры трехфазных выпрямителей**

Нагрузка	Параметры						
	$\frac{U_{ср0}}{U_2}$	$\frac{U_{ср}}{U_{ср0}}$	Пределы изменения α, рад	$K_п$ при $\alpha=0$	$\frac{\omega_{о.г}}{\omega}$	$\frac{U_{обр\ max}}{U_{ср0}}$	$\frac{S}{U_{ср}I_{ср}}$
Трехфазный выпрямитель с нулевым выводом							
Активная	1,17	$\cos\alpha$ при $0<\alpha\leqslant\frac{\pi}{6}$; $\frac{1+\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)}{\sqrt{3}}$, при $\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{5\pi}{6}$	$0-\frac{5\pi}{6}$	0,25	3	2,1	1,35
Активно-индуктивная, $\omega_{о.г}L_н \gg L_н$	1,17	$\cos\alpha$	$0-\frac{\pi}{2}$	0,25	3	2,1	1,35
Трехфазный мостовой выпрямитель							
Активная	2,34	$\cos\alpha$ при $0<\alpha\leqslant\frac{\pi}{3}$; $1+\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$ при $\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{2\pi}{3}$	$0-\frac{2\pi}{3}$	0,06	6	1,05	1,05
Активно-индуктивная, $\omega_{о.г}L_н \gg R_н$	2,34	$\cos\alpha$	$0-\frac{\pi}{2}$	0,06	6	1,05	1,05

Примечания. 1. То же, что в табл. 9.1. 2. Значение $I_{ср}$ равно $U_{ср}/R_н$, значение $I_{V\ ср}=I_{ср}/3$ для обеих схем и всех видов нагрузки.

правлении, что ухудшает условия работы трансформатора. Поэтому более широкое применение получила схема управляемого трехфазного мостового выпрямителя, работа которой подробно здесь не рассматривается.

Основные параметры трехфазного выпрямителя с нулевым выводом и трехфазного мостового выпрямителя приведены в табл. 9.2.

Кроме рассмотренных схем выпрямления применяются более сложные схемы, обеспечивающие лучшее качество выпрямленного напряжения. Например, при последовательном или параллельном соединении трехфазных мостовых выпрямителей можно получить выпрямленное напряжение с коэффициентом пульсаций напряжения в четыре раза меньшим, чем у трехфазного мостового выпрямителя.

§ 9.6. Сглаживающие фильтры

Сглаживающими фильтрами называются устройства, с помощью которых можно уменьшить пульсации выпрямленного напряжения на нагрузке.

Амплитуда основной гармоники выходного напряжения выпрямителя без фильтра составляет $0{,}67U_{ср}$ у однофазных выпрямителей, $0{,}25U_{ср}$ у трехфазных выпрямителей с нулевым выводом и т. д. Уровень пульсаций напряжения выпрямителей без фильтра для большинства потребителей (сварочных установок, электродвигателей постоянного тока и т. д.) недопустимо высок. У двигателей постоянного тока пульсации напряжения на якоре снижают КПД, увеличивают шумность. Для уменьшения пульсаций напряжения на нагрузке между выходом выпрямителя и нагрузкой устанавливают сглаживающие фильтры.

Рассмотрим, как влияет на напряжение на нагрузке, подключенной к выпрямителю, индуктивный фильтр $L_ф$ (рис. 9.15, *а*). Пусть нагрузка является чисто активной $R_н$, а в качестве выпрямителя используется однофазная мостовая схема. При подключении нагрузки непосредственно к выходу выпрямителя без фильтра ($L_ф=0$) напряжение на $R_н$ и ток i имели бы форму, показанную на рис. 9.15, *б*, *в* (см. § 9.2 и рис. 9.3, *г*, *д*). При наличии $L_ф$ форма напряжения на цепи $L_ф$—$R_н$ будет такой же, как на $R_н$ без фильтра (см. § 9.2). Ток в цепи $L_ф$—$R_н$ при $\omega L_н \gg R_н$ практически не имеет пульсаций (рис. 9.15, *г*). Напряжение $u_{R_н}$ на активной нагрузке $R_н$ (рис. 9.15, *д*) повторяет форму тока. Сравнение напряжений на нагрузке, подключенной непосредственно к выпрямителю (рис. 9.15, *б*), и на нагрузке, подключенной к выпрямителю через индуктивный фильтр (рис. 9.15, *д*), показывает, что пульсации напряжения на нагрузке во втором случае практически отсутствуют. Пульсации напряжения и тока нагрузки уменьшаются при увеличении соотношения $\omega L_ф/R_н$, поэтому индуктивные фильтры широко применяются при малых $R_н$, т. е. при нагрузках большой мощности.

При нагрузке малой мощности применяют емкостные фильтры (рис. 9.16, *а*) и более сложные Г- и П-образные (рис. 9.16, *б*, *в*). В электронных устройствах применяются транзисторные фильтры.

Способность фильтра уменьшать пульсации выпрямленного напряжения характеризуется коэффициентом сглаживания

$$K_c = \frac{K_{п1}}{K_{п2}},$$

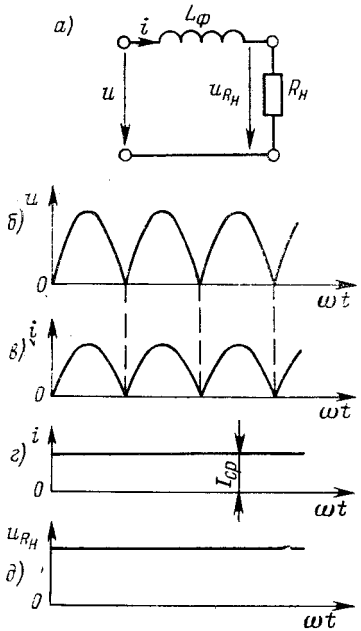


Рис. 9.15. Временные диаграммы тока и напряжения нагрузки $R_н$ с индуктивным фильтром $L_ф$.

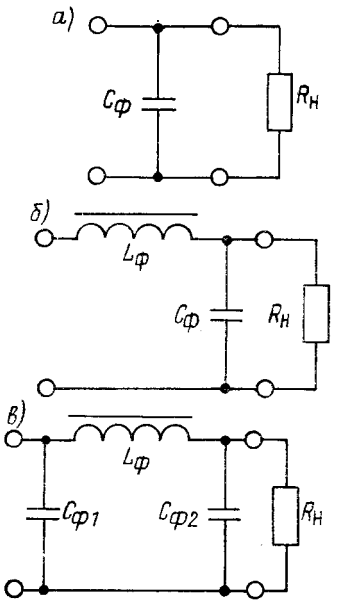


Рис. 9.16. Сглаживающие фильтры.

где $K_{п1}$ — коэффициент пульсаций напряжения на входе фильтра; $K_{п2}$ — то же, на выходе.

Коэффициент K_c фильтров обычно составляет от десятков до сотен.

§ 9.7. Внешние характеристики, коэффициент мощности и КПД выпрямителей

При анализе принципа действия выпрямителей было принято предположение, что элементы выпрямителя — трансформатор и вентили — идеальны. В выражениях (9.2), (9.12), (9.14) и других, полученных для расчета $U_{ср}$ на выходе построенного на идеальных элементах выпрямителя, $U_{ср}$ не зависит от тока нагрузки $I_{ср}$. В реальных выпрямителях при увеличении $I_{ср}$ напряжение $U_{ср}$ уменьшается.

Причинами уменьшения $U_{ср}$ являются увеличение с ростом тока падения напряжения на активном сопротивлении обмоток трансформатора, вентилях и фильтре, а также влияние индуктивности рассеяния обмоток трансформатора на процесс коммутации.

Коммутацией называется процесс изменения токов в обмотках трансформатора при переключении вентилей. В процессах, описанных в § 9.2—9.5, индуктивности рассеяния обмоток трансформатора не учитывались, и токи в обмотках трансформатора изменялись скачком (см., например, рис. 9.9, 9.12). При наличии индуктивностей рассеяния обмоток в соответствии с законом коммутации (см. § 5.1) токи в обмотках не могут изменяться скачком, при переключении вентилей они изменяются плавно. В течение процесса коммутации остаются в открытом состоянии вентили, включенные до начала коммутации, и открываются вентили, через которые будет проходить ток после окончания процесса коммутации.

Допустим, например, что в однофазном выпрямителе с нулевым выводом (см. рис. 9.7, *а*) был открыт тиристор V_1 и ток $i=I_{ср}$ проходил по контуру w_{2a}—V_1—$R_н$—$L_н$. В момент ωt_2 открывается V_2 (см. рис. 9.9, *г*). В § 9.3 описан процесс, в котором индуктивности рассеяния обмоток не учитывались, и сразу же после включения V_2 тиристор V_1 выключался, ток $i_{2a}=i_{V1}$ скачком уменьшался от $I_{ср}$ до нуля (рис. 9.9, *ж*), а i_{2b} скачком увеличивался от нуля до $I_{ср}$. После этого ток проходил по контуру w_{2b}—V_2—$R_н$—$L_н$. Из-за наличия индуктивностей рассеяния обмоток токи i_{2a} и i_{2b} не могут изменяться скачком. Ток i_{2a} плавно уменьшается от $I_{ср}$ до нуля, и до тех пор, пока $i_{2a}\neq 0$, тиристор V_1 остается открытым. В это же время i_{2b} плавно увеличивается от нуля до $I_{ср}$. В течение процесса коммутации открыты оба тиристора (V_1 и V_2), которые замыкают вторичные обмотки трансформатора w_{2a} и w_{2b} накоротко. Поэтому напряжение на нагрузке в течение процесса коммутации будет равно нулю, и, значит, $U_{ср}$ уменьшится. Аналогичные процессы происходят и в других схемах выпрямителей. Влияние индуктивностей рассеяния обмоток трансформатора на процесс коммутации приводит к искажению формы кривой напряжения на нагрузке и уменьшению $U_{ср}$, причем уменьшение $U_{ср}$ пропорционально $I_{ср}$ и величине индуктивностей рассеяния.

Коммутационные процессы являются основной причиной уменьшения $U_{ср}$ в выпрямителях средней и большой мощности, трансформаторы которых имеют существенные индуктивности рассеяния обмоток. В маломощных выпрямителях индуктивности рассеяния обмоток трансформатора малы и основной причиной уменьшения $U_{ср}$ под нагрузкой является увеличение падения напряжения на элементах выпрямителя с ростом $I_{ср}$.

Зависимость $U_{ср}=f(I_{ср})$ (рис. 9.17) называется внешней характеристикой выпрямителя. Внешняя характеристика позволяет определить соответствие выпрямителя требованиям потребителя к источнику питания.

Коэффициент мощности для выпрямителей средней и большой мощности является одним из наиболее важных параметров. При уменьшении коэффициента мощности увеличиваются потери в линиях электропередач и источнике электроэнергии. Коэффициент мощности выпрямителя, как и любого другого потребителя, равен

$$\lambda = \frac{P_1}{S_1}, \tag{9.22}$$

где P_1 — активная мощность, потребляемая выпрямителем от сети; S_1 — полная мощность выпрямителя.

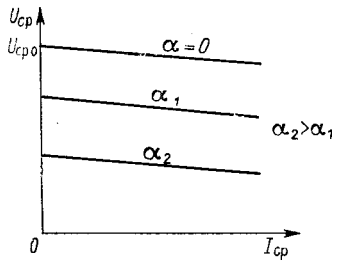


Рис. 9.17. Внешняя характеристика выпрямителя.

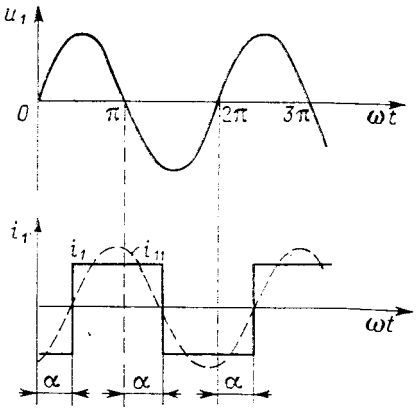


Рис. 9.18. Временные диаграммы фазного напряжения и тока первичной обмотки трансформатора однофазного управляемого выпрямителя с нулевым выводом при его работе на нагрузку $R_н$—$L_н$.

Напряжение сети синусоидально, а ток i_1, потребляемый выпрямителем от сети, несинусоидальный (см., например, рис. 9.7, 9.9), поэтому

$$P_1 = mU_1I_{11}\cos\varphi_1; \tag{9.23}$$

$$S_1 = mU_1I_1 = mU_1\sqrt{I_{11}^2 + I_{12}^2 + \ldots + I_{1n}^2}, \tag{9.24}$$

где m — число фаз трансформатора выпрямителя; U_1 — действующее значение фазного напряжения на первичной обмотке трансформатора выпрямителя; I_1 — действующее значение фазного тока первичной обмотки; $I_{11}, I_{12}, \ldots, I_{1n}$ — действующее значение первой, второй, ..., n-й гармоник фазного тока первичной обмотки; φ_1 — угол сдвига первой гармоники фазного тока относительно фазного напряжения первичной обмотки трансформатора.

Подставив (9.23) и (9.24) в (9.22), получим

$$\lambda = \frac{I_{11}}{\sqrt{I_{11}^2 + I_{12}^2 + \ldots + I_{1n}^2}}\cos\varphi_1 = \nu\cos\varphi_1,$$

где ν — коэффициент искажения формы кривой фазного тока первичной обмотки трансформатора.

На рис. 9.18 показаны фазное напряжение u_1 и фазный ток i_1 управляемого однофазного выпрямителя с нулевым выводом (см. § 9.3), работающего на нагрузку $R_н$—$L_н$. Первая гармоника фазного тока i_{11} отстает по фазе от u_1 на угол $\varphi_1=\alpha$. Кривые u_1 и i_1 построены на рис. 9.18 без учета индуктивностей рассеяния обмоток трансформатора. Вследствие коммутационных процессов угол φ_1 увеличивается. Таким образом, выпрямители являются для сети нагрузкой индуктивного характера.

Для повышения коэффициента мощности выпрямителей средней и большой мощности применяют специальные схемы выпрямления с повышенным значением λ, которые в гл. 9 не рассматривались, либо подключают к сети конденсаторы.

Коэффициентом полезного действия выпрямителя η называется отношение активной мощности $P_н$, отдаваемой выпрямителем в нагрузку, к активной мощности P_1, потребляемой выпрямителем от сети:

$$\eta=\frac{P_н}{P_1}.$$

При малых пульсациях тока нагрузки

$$P_н=U_{ср}I_{ср}.$$

Мощность P_1 можно представить в виде суммы

$$P_1=P_н+\Delta P_{тр}+\Delta P_в+\Delta P_ф+\Delta P_{всп},$$

где $\Delta P_{тр}$ — потери мощности в трансформаторе; $\Delta P_в$ — потери мощности в вентилях; $\Delta P_ф$ — потери мощности в сглаживающем фильтре; $\Delta P_{всп}$ — потери мощности во вспомогательных устройствах выпрямителя (устройства управления тиристорами, устройства защиты и сигнализации, система охлаждения вентилей).

КПД выпрямителей средней и большой мощности составляет 0,7—0,9.

§ 9.8. Стабилизаторы напряжения

Для питания электронных устройств систем автоматики, измерительных приборов, вычислительных устройств необходим источник постоянного тока с минимальными пульсациями и стабильным уровнем напряжения. Фильтры позволяют уменьшить пульсации выходного напряжения выпрямителей, но не обеспечивают стабильность его уровня. Выходное напряжение выпрямителей с фильтром пропорционально действующему значению напряжения сети U_1, которое изменяется обычно в значительных пределах (например, в судовой сети по Регистру СССР возможны изменения U_1 в пределах $U_{1н}\pm5\ \%\ U_{1н}$). Кроме того, как было показано в § 9.7, выходное напряжение выпрямителя $U_{ср}$ изменяется при изменении тока нагрузки выпрямителя $I_{ср}$, что также недопустимо.

Для получения стабильного постоянного напряжения на выходе выпрямителя между фильтром и нагрузкой подключается специальное электронное устройство — стабилизатор напряжения.

Применяются два вида стабилизаторов напряжения: параметрические и компенсационные. Принцип действия параметрических стабилизаторов напряжения основан на использовании свойств нелинейных элементов, имеющих на вольт-амперной характери-

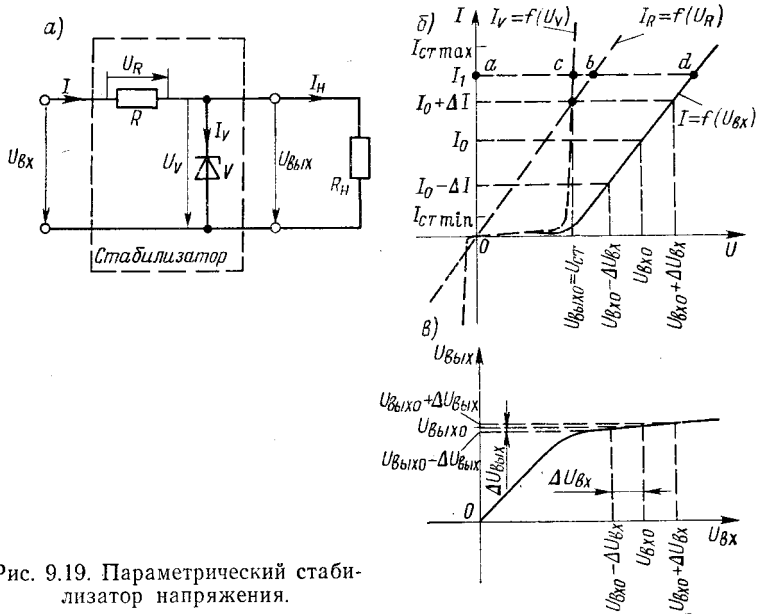


Рис. 9.19. Параметрический стабилизатор напряжения.

стике участок, на котором при значительном изменении тока напряжение изменяется мало. Примером такого нелинейного элемента является стабилитрон (см. § 6.1), который наиболее часто используют в стабилизаторах напряжения.

На рис. 9.19, *а* приведена схема параметрического стабилизатора напряжения со стабилитроном. На вход стабилизатора напряжения подается постоянное входное напряжение, изменяющееся в пределах $U_{вх0}-\Delta U_{вх} \leqslant U_{вх} \leqslant U_{вх0}+\Delta U_{вх}$. Стабилизатор напряжения должен обеспечить стабильность выходного напряжения $U_{вых}$ на нагрузке $R_н$, подключенной параллельно стабилитрону V. Предположим, что сопротивление резистора $R_н$ велико, $I_V \gg I_н$ и можно считать $I_н \approx 0$ и $I=I_V$.

На рис. 9.19, *б* штриховыми линиями показаны вольт-амперные характеристики балластного резистора $I_R=f(U_R)$ и стабилитрона $I_V=f(U_V)$. Причем так как в схеме стабилизатора напряжения положительные направления I_V и U_V выбраны противоположными по сравнению с положительными направлениями тока и напряжения стабилитрона в § 6.1, то его вольт-амперная харак-

теристика на рис. 9.19, *б* развернута на 180° относительно вольт-амперной характеристики, приведенной на рис. 6.2.

Токи через R и V равны $I_R = I_V = I$, а входное напряжение $U_{вх} = U_R + U_V$, поэтому, суммируя графически при каждом конкретном значении тока I напряжения U_R и U_V, можно построить вольт-амперную характеристику всей схемы $I = f(U_{вх})$. Например, при $I = I_1$ точка графика $I = f(U_{вх})$ получена суммированием отрезков $ab(U_R) + ac(U_V) = ad(U_{вх})$ (рис. 9.19, *б*).

Графики $I = f(U_{вх})$ и $I_V = f(U_V)$ позволяют определить при заданном значении $U_{вх}$ напряжение на стабилитроне V и подключенной параллельно ему нагрузке $R_н$: $U_V = U_{вых}$. Например, при $U_{вх} = U_{вх0}$ находим по $I = f(U_{вх})$ ток $I = I_V = I_0$ и затем при $I_V = I_0$ по $I_V = f(U_V)$ находим $U_V = U_{вых} = U_{вых0}$. Определив таким образом значения $U_{вых}$, соответствующие ряду значений $U_{вх}$, строим график $U_{вых} = f(U_{вх})$ (рис. 9.19, *в*).

Из рис. 9.19, *б*, *в* видно, что при заданных пределах изменения входного напряжения стабилизатора напряжения $U_{вх0} - \Delta U_{вх} \leqslant U_{вх} \leqslant U_{вх0} + \Delta U_{вх}$ пределы изменения выходного напряжения стабилизатора напряжения $U_{вых0} - \Delta U_{вых} \leqslant U_{вых} \leqslant U_{вых0} + \Delta U_{вых}$ во много раз меньше. Для обеспечения стабильности $U_{вых}$ необходимо выбирать тип стабилитрона и сопротивления балластного резистора R так, чтобы при изменении $U_{вх}$ ток через стабилитрон изменялся в пределах участка стабилизации вольт-амперной характеристики стабилитрона: $I_{ст\,min} \leqslant I_V \leqslant I_{ст\,max}$, где $I_{ст\,min}$ и $I_{ст\,max}$ — соответственно минимальный и максимальный токи стабилизации стабилитрона (см. § 6.1). При этом условии получим $U_{вых} \approx U_{ст}$, где $U_{ст}$ — напряжение стабилизации стабилитрона. В стабилизаторе напряжения $U_{вых} = U_{вх} - IR$, поэтому стабильный уровень $U_{вых}$ может быть только меньше $U_{вх}$: $U_{вых} = U_{ст} \leqslant U_{вх} - I_{ст\,min}R$.

При анализе работы параметрического стабилизатора напряжения было сделано предположение, что сопротивление нагрузки $R_н$ велико и $I_н \approx 0$. Уменьшение сопротивления нагрузки приводит к снижению стабильности $U_{вых}$, поэтому параметрические стабилизаторы напряжения применяются обычно только при маломощных нагрузках, потребляющих ток $I_н$ до нескольких десятков миллиампер.

Качество работы стабилизатора напряжения оценивается коэффициентом стабилизации по напряжению:

$$K_{стU} = \frac{\Delta U_{вх}/U_{вх0}}{\Delta U_{вых}/U_{вых0}}.$$

Коэффициент стабилизации $K_{стU}$ параметрического стабилизатора напряжения, изображенного на рис. 9.19, *а*, составляет несколько десятков.

Компенсационные стабилизаторы напряжения сложнее, чем параметрические, но обеспечивают более стабильное напряжение на выходе и способны работать при бо́льших токах нагрузки. Упрощенная схема компенсационного стабилизатора напряжения

приведена на рис. 9.20. На вход стабилизатора напряжения поступает нестабилизированное напряжение $U_{вх}$. По второму закону Кирхгофа

$$U_{вых} = U_{вх} - U_{к.\,э}, \tag{9.25}$$

где $U_{вых}$ — выходное напряжение стабилизатора напряжения, приложенное к нагрузке $R_н$; $U_{к.\,э}$ — напряжение между коллектором и эмиттером транзистора V_2.

Напряжение $U_{к.\,э}$ зависит от управляющего состоянием транзистора напряжения $U_у$, которое поступает на транзистор с выхода

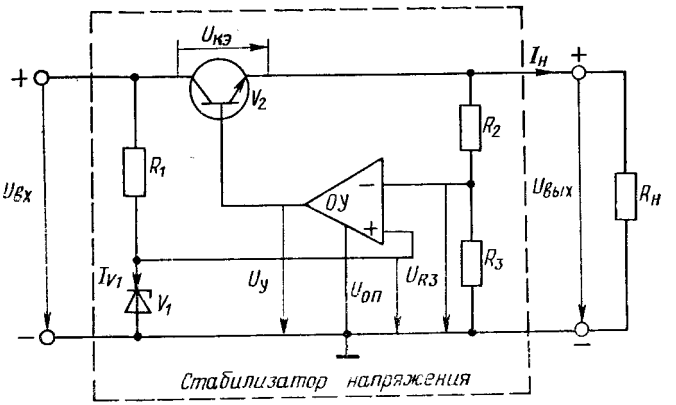


Рис. 9.20. Компенсационный стабилизатор напряжения.

операционного усилителя *ОУ*. Напряжение $U_у$ зависит от напряжений на входах *ОУ*. На неинвертирующий вход *ОУ* подано опорное напряжение $U_{оп}$, которое снимается со стабилитрона V_1. Сопротивление резистора R_1 выбирается так, чтобы ток через стабилитрон изменялся в пределах $I_{ст\,min} \leqslant I_{V1} \leqslant I_{ст\,max}$. Входное сопротивление *ОУ* велико, и его входной ток можно считать равным нулю. В этом случае, как было показано при анализе работы параметрического стабилизатора напряжения, $U_{оп} = U_{ст}$, и при изменении $U_{вх}$ практически не изменяется.

На инвертирующий вход *ОУ* поступает напряжение U_{R3} с делителя напряжения на резисторах R_2 и R_3. Учитывая, что входной ток *ОУ* мал, получим $U_{R_3} = U_{вых}(R_3/R_2 + R_3)$.

В соответствии со свойствами ОУ (см. § 7.3)

$$U_у = K_U\left(U_{оп} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_{вых}\right). \tag{9.26}$$

Допустим, что по какой-либо причине уменьшилось $U_{вых}$. Это может произойти, например, при уменьшении $U_{вх}$ или уменьшении $R_н$. Напряжение $U_{оп} = U_{ст} = \text{const}$, поэтому уменьшение $U_{вых}$ вызовет увеличение $U_у$. При увеличении $U_у$ увеличивается коллекторный

ток транзистора, а $U_{к.э}$ уменьшается. Уменьшение $U_{к.э}$ в соответствии с (9.25) приводит к увеличению $U_{вых}$.

Если $U_{вых}$ увеличивается, то $U_у$ уменьшается. При уменьшении $U_у$ напряжение $U_{к.э}$ увеличивается, а $U_{вых}$ уменьшается.

Таким образом, *ОУ* сравнивает $U_{оп}$=const и $\frac{R_3}{R_2+R_3}U_{вых}$ и управляет напряжением $U_{к.э}$ так, чтобы обеспечить стабильный уровень напряжения $U_{вых}$ на выходе стабилизатора. Коэффициент усиления *ОУ* по напряжению K_U очень большой, поэтому схема обеспечивает такое $U_{вых}$, при котором $U_{оп} - [R_3/(R_2+R_3)]\,U_{вых}=0$. Тогда выходное напряжение стабилизатора напряжения будет

$$U_{вых}=\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right)U_{оп}.$$

Изменяя соотношение между R_2 и R_3 или выбирая стабилитрон с соответствующим $U_{ст}=U_{оп}$, можно получить на выходе стабилизатора необходимое значение $U_{вых}$. Однако, так как $U_{вых}=U_{вх}-U_{к.э}$, напряжение $U_{вых}$ может быть только меньше $U_{вх}$. Для нормальной работы стабилизатора нужно, чтобы минимальное значение $U_{вх}$ было примерно на 1—2 В больше, чем заданное $U_{вых}$.

Компенсационные стабилизаторы напряжения имеют коэффициент стабилизации до нескольких тысяч и способны работать при токах до нескольких ампер. Коллекторный ток транзистора стабилизатора равен току нагрузки, а $U_{к.э}$ по величине сравнимо с $U_{вых}$, поэтому потери мощности на транзисторе значительны, и КПД компенсационного стабилизатора невысок — 60—70 %.

§ 9.9. Применение выпрямителей

Выпрямители широко применяются на промышленных предприятиях и на транспорте. Для питания электролизеров, применяемых для получения цветных металлов, используют мощные выпрямители, способные работать при токах нагрузки более 100 кА и напряжении около 1000 В. В электрогальванике для питания электролитических ванн применяют выпрямители, выпрямленное напряжение которых составляет до нескольких десятков вольт, а выпрямленный ток до нескольких тысяч ампер. Выпрямители сварочных агрегатов имеют выходной ток до нескольких сотен ампер и напряжение на выходе до нескольких десятков вольт. Выпрямители применяют для питания электроэнергией постоянного тока электронных устройств: радиоаппаратуры, измерительных приборов, ЭВМ и т. д.

На судах выпрямители применяются в судовых сварочных агрегатах, для питания системы катодной защиты корпуса судов от электрохимической коррозии, для зарядки аккумуляторных батарей, для питания судовой электронной аппаратуры и т. д.

Особо следует выделить применение выпрямителей для управления электроприводами постоянного тока. Их использование позво-

ляет обеспечить хорошие пусковые свойства и широкий диапазон регулирования частоты вращения электроприводов постоянного тока. Выпрямители для питания электродвигателей постоянного тока применяют в грузоподъемных механизмах, на электрифицированном транспорте, в металлургии и т. д.

На судах с помощью выпрямителей управляют гребными электродвигателями постоянного тока (см. § 13.5). Выпрямители при-

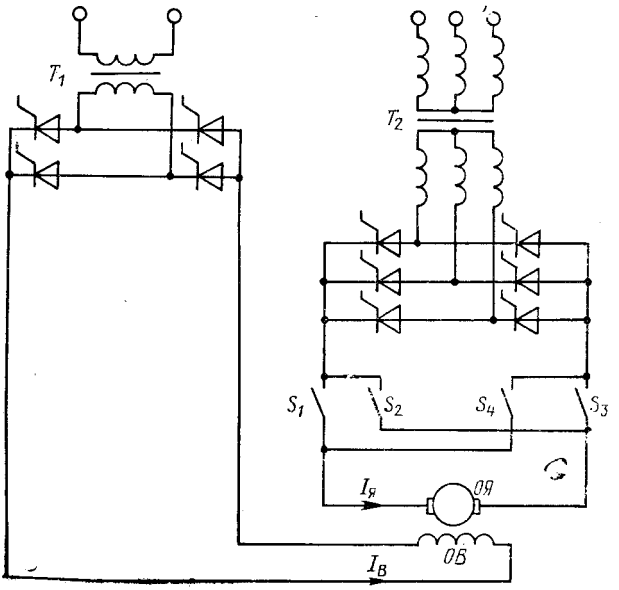


Рис. 9.21. Схема электропривода постоянного тока.

меняются также для управления электроприводами постоянного тока якорно-швартовных устройств, грузоподъемных механизмов, буровых механизмов на плавучих буровых платформах и т. д.

На рис. 9.21 приведена типичная схема электропривода постоянного тока. Обмотка якоря *ОЯ* двигателя постоянного тока получает питание от трехфазного управляемого мостового выпрямителя. Обмотка возбуждения *ОВ* подключена к выходу однофазного управляемого мостового выпрямителя. Контакты S_1—S_4 служат для изменения направления вращения ротора двигателя. При подаче переменного напряжения сети на первичные обмотки трансформаторов T_1 и T_2, замкнутых S_1, S_3 и разомкнутых S_2, S_4 ротор двигателя будет вращаться в определенном направлении. При размыкании S_1, S_3 и замыкании S_2, S_4 изменится направление тока в обмотке якоря и, следовательно, изменится направление вращения ротора. Частоту вращения ротора можно регулировать, изменяя ток возбуждения $I_в$ с помощью однофазного управляемого выпрямителя или ток якоря $I_я$ с помощью трехфазного

управляемого выпрямителя. Изменение и $I_в$, и $I_я$ позволяет получить широкий диапазон регулирования частоты вращения электропривода.

Глава 10
ИНВЕРТОРЫ

§ 10.1. Назначение, принцип действия, классификация

Под инвертированием понимают процесс преобразования энергии постоянного тока в энергию переменного тока. Статические

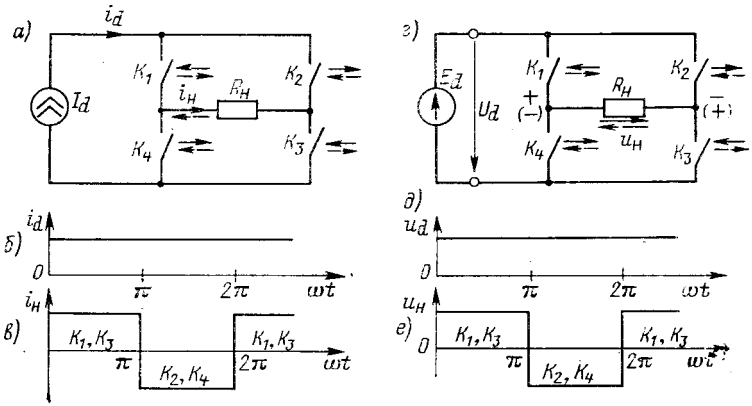


Рис. 10.1. Электрические модели схем инвертирования тока (*а*), напряжения (*г*) и временные диаграммы токов (*б*, *в*), напряжений (*д*, *е*).

устройства, осуществляющие такое преобразование, называются инверторами.

Рассмотрим принципиальную возможность инвертирования постоянного тока $i_d = I_d = \text{const}$ (рис. 10.1, *б*) и напряжения $u_d = U_d = \text{const}$ (рис. 10.1, *д*) на примере двух простейших электрических схем, представленных на рис. 10.1.

Подключение активной нагрузки $R_н$ к идеальному источнику тока (рис. 10.1, *а*) производится поочередным замыканием диагонально расположенных пар ключевых элементов K_1, K_3 и K_2, K_4. Порядок их последовательных переключений (коммутации) показан сплошными и штриховыми стрелками. С частотой коммутации ключей в цепи нагрузки происходит изменение направления тока $i_н$ (рис. 10.1, *в*). Меняя частоту переключений ключевых элементов, можно регулировать частоту инвертированного тока $i_н$ (рабочую частоту инвертора).

Если нагрузку $R_н$ аналогичным образом подключать к идеальному источнику напряжения (рис. 10.1, *г*), то с частотой коммутации ключей будет изменяться полярность напряжения на нагрузке $u_н$ (рис. 10.1, *е*).

В схемах инверторов роль бесконтактных ключей выполняют управляемые вентили-тиристоры или транзисторы. Их коммутация обеспечивается электронной схемой управления, которая формирует специальные электрические сигналы и с заданной частотой посылает их на управляющие электроды соответствующих вентилей.

У реальных источников электрической энергии ток i_d в промежутках между коммутациями вентилей может существенно изменяться по величине. Чтобы такое изменение было незначительным, последовательно с источником включают электрический фильтр — достаточно большую индуктивность L_d. Если $L_d \to \infty$, ток реального источника идеально сглажен: $i_d = I_d = \text{const}$.

При достаточно большой емкости $C_ф \to \infty$, включенной параллельно реальному источнику, его напряжение будет также идеально сглаженным: $u_d = U_d = \text{const}$.

В зависимости от наличия или отсутствия дополнительных источников переменного тока в цепи нагрузки инвертора различают зависимые (ведомые сетью) и автономные инверторы. Коммутация вентилей у зависимых инверторов происходит с частотой переменного напряжения дополнительных источников. Рабочая частота автономных инверторов совпадает с частотой электрических сигналов, генерируемых схемой управления.

Нормальная работа инверторов возможна при условии, что вентили допускают управление переводом их как из закрытого состояния в открытое, так и наоборот.

Транзисторы являются полностью управляемыми вентилями. Если на вход транзистора подать управляющий сигнал, он откроется, при снятии сигнала транзистор закрывается.

Триодные незапираемые тиристоры (наиболее широко используемые в схемах инверторов) с помощью сигнала управления не могут быть закрыты. Коммутация таких вентилей при их запирании обеспечивается специальными схемными способами, примеры реализации которых будут рассмотрены ниже.

Силовая схема инвертора в общем случае включает в себя не менее двух основных управляемых вентилей, входной фильтр (L_d или $C_ф$), элементы контуров искусственной коммутации основных вентилей ($L_к$, $C_к$, дополнительные вентили), выходной согласующий трансформатор и выходной электрический фильтр для улучшения формы кривой инвертированного напряжения.

Основными признаками классификации автономных инверторов являются:

— характер электромагнитных процессов в силовой схеме;
— фазность выходного напряжения;
— схема соединения основных вентилей.

По характеру протекания электромагнитных процессов условно различают три типа инверторов.

Инверторы тока — преобразователи, в выходной цепи которых ток $i_и$ изменяется во времени по закону, близкому к прямоугольному.

Резонансные инверторы — преобразователи, реактивные элементы которых (L_d, $C_ф$, $C_к$) образуют колебательный контур, причем

$$f < f_0,$$

где f — рабочая частота инвертора; f_0 — собственная частота колебательного контура.

Напряжение и ток в выходной цепи резонансного инвертора изменяются по закону, близкому к синусоидальному.

Инверторы напряжения — преобразователи, на выходе которых формируется закон изменения напряжения $u_и$, близкий к прямоугольному.

Понятия «инвертор тока» и «инвертор напряжения» не являются строгими. В идеальном инверторе тока источник питания должен работать в режиме идеального источника тока, что возможно только при $L_d \to \infty$. В идеальном инверторе напряжения источник питания должен работать в режиме идеального источника напряжения, что возможно при $C_ф \to \infty$. Реальные схемы автономных инверторов соответствуют этим понятиям в большей или меньшей степени в зависимости от конкретных значений L_d и $C_ф$.

По фазности выходного напряжения выделяют однофазные, трехфазные и многофазные инверторы.

По способу соединения основных вентилей схемы инверторов делятся на мостовые и с нулевой точкой трансформатора — в цепи нагрузки или цепи источника.

Надежность коммутации тиристоров, а значит, степень работоспособности схемы, характеризуется запасом коммутационной устойчивости

$$K = \frac{t_\delta}{t_в},$$

где t_δ — время, в течение которого к запираемым вентилям прикладывается обратное напряжение ($\delta = \omega t_\delta$ — угол восстановления); $t_в$ — время, необходимое для восстановления запирающих свойств вентилей (для конкретных типов тиристоров приводится в каталогах и справочниках).

Устойчивая работа инверторов предполагает, что $K = 1{,}2 \div 1{,}5$. Если $K < 1$, коммутация вентилей становится невозможной, и инвертор переходит в аварийный режим короткого замыкания источника, так как все вентили силовой схемы оказываются одновременно открытыми, не успевая восстанавливать свои запирающие свойства.

Коммутация вентилей, строго говоря, не происходит мгновенно, $t_\gamma \neq 0$ ($\gamma = \omega t_\gamma$ — угол коммутации.) Поэтому полное время, предоставляемое схемой для выключения основных вентилей и восстановления их запирающих свойств, может быть представлено суммой двух составляющих:

$$t_в = t_\gamma + t_\delta.$$

Величина $\beta = \omega t_\beta$ называется углом опережения и характеризует запаздывание по фазе между инвертированными током $i_и$ и напряжением $u_и$.

Автономные инверторы применяются в судовых электроприводах переменного тока. Плавное регулирование частоты вращения электродвигателей переменного тока требует соответствующего изменения частоты питающего напряжения. Для преобразования переменного напряжения судовой сети, имеющего стандартную частоту, в напряжение регулируемой частоты используются статические устройства, основными элементами которых являются выпрямитель и инвертор. В преобразователе частоты напряжение судовой сети сначала выпрямляется, а затем инвертируется в напряжение изменяемой частоты, которое и подается на приводной электродвигатель. Частотное регулирование, пуск и торможение оказываются наиболее экономичными методами управления электроприводами переменного тока. В частности, способность инвертора обеспечивать передачу энергии не только от источника к приемнику, но и наоборот, от приемника к источнику, позволяет осуществлять торможение двигателей судовых механизмов с отдачей энергии в сеть.

Преобразователи частоты используются на судах для питания высокоскоростных (свыше 3000 об/мин) электродвигателей переменного тока, а также для питания на повышенной частоте судовых сетей освещения, в которых применяются экономичные лампы люминесцентного освещения.

В системах аварийного питания ответственных потребителей переменного тока (электроприводы рулевых машин, радионавигационное оборудование, средства вычислительной техники) инверторы обеспечивают преобразование электрической энергии резервных источников постоянного тока (аккумуляторных батарей) в энергию переменного тока требуемой частоты.

В электроэнергетических системах подводных аппаратов автономного плавания, где аккумуляторные батареи являются единственным источником электрической энергии, инверторы обеспечивают все потребности в энергии переменного тока.

В электротехнологии судостроительного и судоремонтного производства инверторы в составе преобразователей частоты могут быть использованы для термической обработки деталей и судовых конструкций. В частности, при ремонте корпуса судна для локального нагрева отдельных участков обшивки с целью последующей пластической деформации.

Установки повышенной частоты тока используются для ультразвуковой обработки металлов и сварки.

Перспективы применения инверторов в судостроении определяются их высокой надежностью, возможностью длительной работы без обслуживания и ремонта, хорошими динамическими и регулировочными характеристиками.

§ 10.2. Инверторы тока

На рис. 10.2, *а* представлена однофазная мостовая схема параллельного инвертора тока. Определение «параллельный» обусловлено способом подключения коммутирующего конденсатора $C_к$ по отношению к нагрузке $R_н$. Кроме конденсатора $C_к$, который обеспечивает искусственную коммутацию вентилей при их запирании, силовая схема инвертора включает в себя источник электрической энергии постоянного тока E_d, входной индуктивный фильтр L_d и блок управляемых вентилей (тиристоров) V_1—V_4. Поочередное включение диагональных пар вентилей V_1, V_3 и V_2, V_4 осуществляется схемой управления.

В зависимости от соотношения индуктивности L_d, параметров нагрузки $R_н$ и $L_н$, рабочей частоты f и емкости $C_к$ возможны три режима работы параллельного инвертора:

с непрерывным и идеально сглаженным входным током i_d (рис. 10.2, *б*);

с непрерывным пульсирующим током i_d (рис. 10.2, *г*);

с прерывистым током i_d (рис. 10.2, *е*).

Последний случай характерен для резонансных инверторов, которые будут рассмотрены в § 10.3.

Характер изменения во времени инвертированного тока $i_и$ для перечисленных случаев показан на рис. 10.2, *в*, *д*, *ж*.

Теоретически $i_d = I_d = \text{const}$ при $L_d \to \infty$. Практически можно считать, что ток i_d идеально сглажен, если выполняется условие

$$L_d \geqslant \frac{U_d^2}{mfP_н},$$

где m — число переключений вентилей за один период рабочей частоты f (для однофазных схем $m=2$, для трехфазных $m=6$); $P_н$ — активная мощность нагрузки, Вт.

Рассмотрим работу параллельного инвертора тока на активную нагрузку ($L_d=0$; $R_н \neq 0$) в предположении, что $L_d \to \infty$, вентили идеальны, в элементах силовой схемы потерь энергии нет.

В установившемся режиме работы инвертора достаточно рассмотреть два последовательных полупериода рабочей частоты f, так как на последующих полупериодах характер электромагнитных процессов в схеме повторяется.

Пусть до момента времени $\omega t=0$ были открыты вентили V_2 и V_4. Ток источника протекал по контурам: „+“ $E_d - L_d - U_2 - R_н - V_4 -$ „—“ E_d; „+“ $E_d - L_d - V_2 - C_к - V_4 -$ „—“ E_d.

При этом конденсатор $C_к$ зарядился с полярностью, указанной на схеме рис. 10.2, *а* (знаки без скобок).

В момент времени $\omega t=0$ на вентили V_1 и V_3 подаются управляющие сигналы в виде импульсов тока $i_у$ (рис. 10.3, *а*), вентили открываются, так как к ним приложено прямое напряжение: $u_{V1} = u_{V3} = E_d > 0$. Источник E_d оказывается замкнутым накоротко через контуры:

„+“ $E_d - L_d - V_1 - V_4 -$ „—“ E_d; „+“ $E_d - L_d - U_2 - V_3 -$ „—“ E_d.

В течение времени коммутации γ, когда все вентили схемы открыты, индуктивность L_d препятствует разряду конденсатора $C_к$ на источник питания E_d и ограничивает скорость нарастания тока

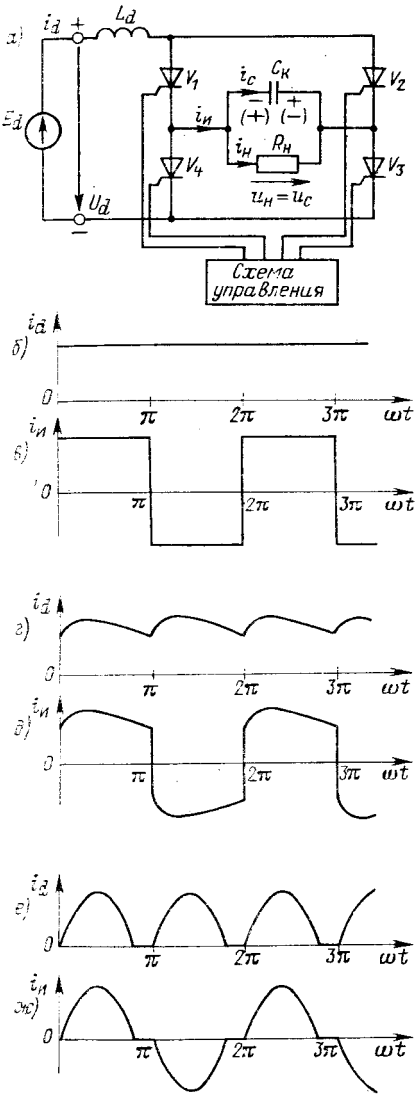
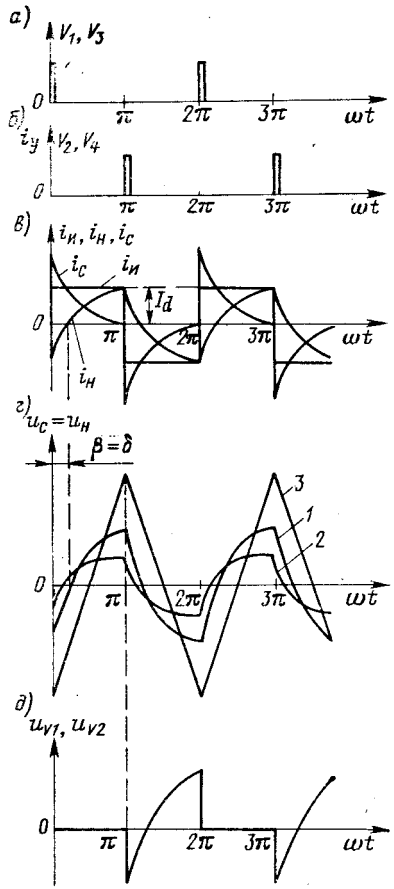


Рис. 10.2. Схема параллельного инвертора тока (*а*) и временные диаграммы, иллюстрирующие режимы его работы (*б—ж*).

Рис. 10.3. Временные диаграммы токов и напряжений в схеме параллельного инвертора тока.



короткого замыкания источника di_d/dt. Одновременно с этим в схеме возникают еще два короткозамкнутых контура перезаряда коммутирующего конденсатора $C_к$:

„+“ $C_к - V_2 - V_1 -$ „—“ $C_к$; „+“ $C_к - V_3 - V_4 -$ „—“ $C_к$.

Токи перезаряда конденсатора оказываются направленными навстречу прямым токам запираемых вентилей V_2, V_4 и во много раз превышают их (в контурах перезаряда отсутствуют токоограничивающие элементы). Поэтому прямой ток через вентили V_2 и V_4 практически мгновенно ($\gamma \approx 0$) уменьшается до значения тока удержания ($i_V \approx 0$) и вентили переходят в закрытое состояние. Известно, что при наличии емкости (в данном случае $C_к$) ток в электрической цепи опережает напряжение на некоторый угол (угол опережения β между током на выходе инвертора $i_и$ и напряжением $u_и = u_н$). Поэтому к закрывшимся вентилям в течение времени β прикладывается обратное напряжение. При выполнении условия $\beta \geqslant \gamma + \omega t_в$ вентили успевают восстанавливать свои запирающие свойства, и последующее изменение полярности приложенного к ним напряжения не приводит к их самопроизвольному включению. Схема инвертора обеспечивает достаточный запас коммутационной устойчивости ($K > 1$).

На следующем полупериоде рабочей частоты, в момент $\omega t = \pi$, управляющие сигналы подаются на вентили V_2, V_4 (рис. 10.3, *б*), они открываются, и характер электромагнитных процессов в схеме повторяется с той разницей, что к этому времени в результате предыдущего перезаряда коммутирующего конденсатора $C_к$ полярность напряжения на нем, а значит, и на нагрузке изменится на противоположную (указана на рис. 10.2, *а* в скобках). Перезаряд конденсатора $C_к$ по короткозамкнутым контурам

$$„+“\ C_к - V_1 - V_2 - „-“\ C_к; \quad „+“\ C_к - V_4 - V_3 - „-“\ C_к$$

приводит к запиранию вентилей V_1 и V_3.

В момент времени $\omega t = 2\pi$ вновь открываются вентили V_1 и V_3, и процессы в схеме повторяются.

Временные диаграммы токов и напряжений для установившегося режима работы инвертора показаны на рис. 10.3.

Ток на выходе инвертора $i_и$ (рис. 10.3, *в*) изменяется по строго прямоугольному закону, так как $L_d \to \infty$ (ток i_d идеально сглажен).

Напряжение на конденсаторе $u_C = u_и$ при его перезарядах на каждом полупериоде рабочей частоты инвертора (кривая *1* на рис. 10.3, *г*) изменяется по экспоненте с постоянной времени $\tau_к = R_н C_к$.

Напряжение на нагрузке $u_н$ совпадает с напряжением u_C на коммутирующем конденсаторе.

При активном характере нагрузки ($L_н = 0$; $R_н \neq 0$) форма и фаза тока нагрузки $i_н$ (рис. 10.3, *в*) совпадают с формой и фазой напряжения $u_н$ ($\varphi_н = 0$).

Требуемое значение емкости $C_к$ является функцией параметров нагрузки и выражается соотношением

$$C_к = \frac{P_н (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \varphi_н)}{2\pi f U_н^2}.$$

За счет ЭДС самоиндукции, возникающей в L_d, напряжение на конденсаторе $C_к$ может значительно превышать напряжение источника U_d:

$$U_{C\,\max} = \frac{\pi U_d}{2\cos\beta}.$$

Это приводит к тому, что после запирания очередной пары вентилей конденсатор $C_к$ в течение времени β (пока $i_C > i_и$) перезаряжается через нагрузку по цепи „+“$C_к$—$R_н$—„—“$C_к$.

Уравнение токов в схеме согласно первому закону Кирхгофа имеет вид

$$i_C = i_и + i_н$$

или

$$i_и = i_C - i_н.$$

В момент времени $\omega t = \beta$ ток нагрузки становится равным нулю, $i_н = 0$ ($i_и = i_C$), а затем меняет свое направление:

$$i_и = i_C + i_н.$$

Если за время полупериода рабочей частоты конденсатор $C_к$ успевает перезарядиться полностью [при $\pi \geqslant (3 \div 5)\omega\tau_к$], то ток i_C уменьшается до нуля, $i_и = i_н$ (рис. 10.3, *в*).

В режимах работы инвертора, близких к короткому замыканию ($R_н \to 0$), перезаряд конденсатора $C_к$ происходит за все более короткие промежутки времени ($\tau_к \to 0$). Напряжение $u_C = u_н$ (кривая *2* на рис. 10.3, *г*) и напряжение на закрытых вентилях (рис. 10.3, *д*) приближаются к прямоугольной форме. Время, предоставляемое схемой для восстановления запирающих свойств вентилей, уменьшается, $\beta \to 0$, и их коммутация становится невозможной: происходит срыв инвертирования.

В режимах работы, близких к холостому ходу ($R_н \to \infty$), длительность перезаряда конденсатора $C_к$, наоборот, затягивается и экспонента $u_C = u_н$ вырождается в прямую (кривую *3* на рис. 10.3, *г*). Угол β достигает своего максимального значения, $\beta \to \frac{\pi}{2}$, а $U_{C\,\max} = U_{и\,\max} \to \infty$, что приводит к возникновению перенапряжений на элементах схемы и аварийным пробоям изоляции.

Коммутирующие конденсаторы $C_к$ могут подключаться по отношению к нагрузке не только параллельно, но и последовательно или последовательно-параллельно. Соответственно различают параллельные, последовательные и последовательно-параллельные схемы инверторов тока. Электромагнитные процессы в перечисленных инверторах в основном подобны. Однако у последовательного инвертора, в противоположность параллельному, с увеличением нагрузки ($R_н \to 0$) угол β также увеличивается, что приводит к возрастанию напряжения на выходе схемы и пробою изоляции. В области малых нагрузок у такого инвертора происходит уменьшение угла β, что приводит к срыву коммутации. Последователь-

но-параллельный инвертор обладает свойствами параллельного в области малых нагрузок и последовательного — в области больших. Другими словами, у такого инвертора как при $R_н \to 0$, так и при $R_н \to \infty$ угол опережения $\beta \to \pi/2$ (в схеме возникают опасные перенапряжения).

С целью получения трехфазной системы напряжений можно использовать три однофазных инвертора, выходные напряжения которых сдвинуты друг относительно друга на угол $2\pi/3$. Это достигается с помощью соответствующей схемы управления. Принцип действия трехфазных инверторов не отличается от принципа действия однофазных схем, но они обеспечивают бо́льшую мощность нагрузки и меньшее искажение синусоидальности выходного напряжения.

§ 10.3. Резонансные инверторы

Схемы резонансных инверторов способны обеспечивать устойчивую коммутацию тиристоров при частотах выходного напряжения до 10 кГц и выше. Достоинством таких схем является и то, что напряжение и ток нагрузки в них изменяются по закону, близкому к синусоидальному.

Наибольшее распространение получили резонансные инверторы в однофазном исполнении.

По аналогии с инверторами тока различают параллельные, последовательные и последовательно-параллельные резонансные инверторы.

Рассмотренная в § 10.2 схема параллельного инвертора тока при соответствующем подборе параметров реактивных элементов L_d и $C_к$ может быть переведена в режим параллельного резонансного инвертора. Для этого необходимо, чтобы выполнялось условие $f < f_0$. Режим прерывистого тока источника i_d (см. рис. 10.2, *е*) должен сохраняться во всем диапазоне возможного изменения нагрузки. В этом случае колебательный процесс перезаряда конденсатора $C_к$ завершается еще до окончания полупериода рабочей частоты инвертора, т. е. до отпирания очередной пары вентилей. Поэтому в кривой инвертированного тока возникает пауза ($i_и = 0$). В результате естественной коммутации $i_V = i_и = 0$, проводившие ток вентили закрываются и, если длительность паузы соответствует условию

$$t_п = \frac{1}{2f} - \frac{1}{2f_0} \geqslant t_в,$$

успевают восстановить свои запирающие свойства ($K = t_п/t_в \geqslant 1$).

Рассмотрим работу простейшего последовательного резонансного инвертора, силовая схема которого представлена на рис. 10.4, *а*.

Пусть до момента $\omega t = 0$ ток протекал по цепи „+"C—V_2—$R_н$—L—„—"C.

Конденсатор C перезарядился с полярностью, указанной на схеме инвертора знаками «плюс» и «минус» в скобках.

В момент времени $\omega t=0$ управляющий импульс подается на вентиль V_1 (рис. 10.4, *б*) и, поскольку к нему приложено прямое напряжение $u_{V1}=E_d>0$, вентиль открывается. Конденсатор C начинает заряжаться от источника по цепи „+“E_d—C—L—$R_н$—„—“E_d. Колебательный характер изменения инвертированного тока $i_и=i_н$ в виде полуволны синусоиды (рис. 10.4, *д*) обусловлен наличием

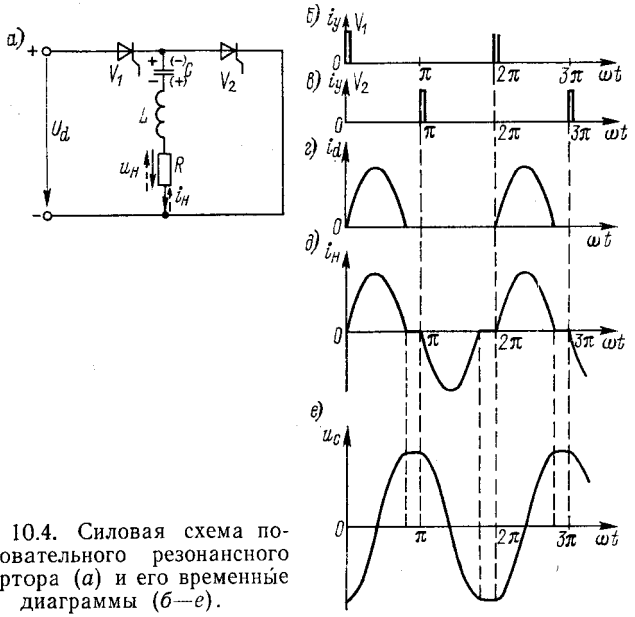


Рис. 10.4. Силовая схема последовательного резонансного инвертора (*а*) и его временные диаграммы (*б—е*).

в схеме LC-контура, собственная частота которого определяется выражением

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R_н^2}{4L^2}}.$$

Через полпериода собственной частоты заряд конденсатора заканчивается (полярность напряжения указана на рис. 10.4, *а* знаками «плюс» и «минус» без скобок) и ток в цепи становится равным нулю, $i_и=i_н=0$. Вентиль V_1 закрывается в результате естественной коммутации, и к нему прикладывается обратное напряжение

$$u_{V_1}=E_d-U_{C\,\max},$$

где $U_{C\,\max}>E_d$, так как $\frac{1}{\omega C}\gtrsim R_н$.

Поскольку в схеме выполняется условие $f<f_0$, то до наступления момента $\omega t=\pi$, когда на вентиль V_2 будет подан очеред-

ной управляющий импульс (рис. 10.4, *в*), в кривой инвертированного тока возникнет естественная пауза ($i_и = i_н = 0$) в течение которой вентиль V_1 восстанавливает свои запирающие свойства. При этом к вентилю V_2 прикладывается прямое напряжение $u_{V2} = U_{C\,max} > 0$.

В момент времени $\omega t = \pi$ открывается вентиль V_2 и начинается перезаряд конденсатора C по замкнутому контуру: „+"C—V_2—$R_н$—L—„—"C.

Ток на выходе инвертора $i_и = i_н$ меняет свое направление, меняется и полярность напряжения на конденсаторе (показана на рис. 10.4, *а* в скобках).

В момент времени $\omega t = 2\pi$ управляющий сигнал подается на вентиль V_1, начинается заряд конденсатора C от источника, и все процессы в схеме повторяются. Инвертированный ток $i_и = i_н$ имеет форму двуполярных полуволн синусоиды, разделенных временными паузами $t_п$ (рис. 10.4, *д*).

Характер изменения тока источника i_d в рассматриваемой схеме показан на рис. 10.4, *г*. Временна́я диаграмма напряжения на конденсаторе представлена на рис. 10.4, *е*.

В режиме короткого замыкания ($R_н = 0$) нагрузка активной энергии не потребляет и амплитуда напряжения на конденсаторе в конце каждого последующего периода рабочей частоты удваивается. На элементах схемы возникают опасные перенапряжения. С увеличением $R_н$ возрастание напряжений на реактивных элементах схемы ограничивается. При $R_н \to \infty$ процессы в инверторе приобретают апериодический характер, $f_0 \ll f$, длительность пауз сокращается, $t_п \to 0$ — происходит срыв инвертирования (вентили не успевают восстанавливать свои запирающие свойства).

§ 10.4. Инверторы напряжения

В рассмотренных выше типах инверторов прямое и обратное напряжения на вентилях могут значительно превышать напряжение источника питания. В то же время для восстановления запирающих свойств тиристоров достаточно, чтобы прикладываемое к ним обратное напряжение было соизмеримо с прямым падением напряжения 0,5—1,5 В. Схемное решение, исключающее опасность возникновения перенапряжений на вентилях, реализуется в инверторах напряжения. С этой целью встречно-параллельно основным тиристорам силовой схемы включаются диоды, которые, кроме того, обеспечивают возврат реактивной энергии от нагрузки к источнику постоянного тока, без чего работа инверторов напряжения была бы невозможна.

Мостовая схема однофазного инвертора напряжения представлена на рис. 10.5, *а*. Параллельно источнику постоянного напряжения E_d включена батарея фильтрующих конденсаторов $C_ф$ достаточно большой емкости, чтобы поддерживать неизменное напряжение на зажимах источника и принимать реактивную энергию, возвращаемую нагрузкой. Источник E_d через основные вентили

V_1—V_4 подключается непосредственно к зажимам выходной цепи, которая в данном случае выполнена в виде последовательного $L_к C_к R_н$-контура. Конденсатор $C_к$ запасает энергию, необходимую для коммутации вентилей V_1—V_4 при их запирании. В схемах с диодами встречного тока (V_5—V_8) коммутирующий конденсатор $C_к$ должен перезаряжаться по колебательному закону, для чего последовательно с ним включается индуктивность $L_к$, причем

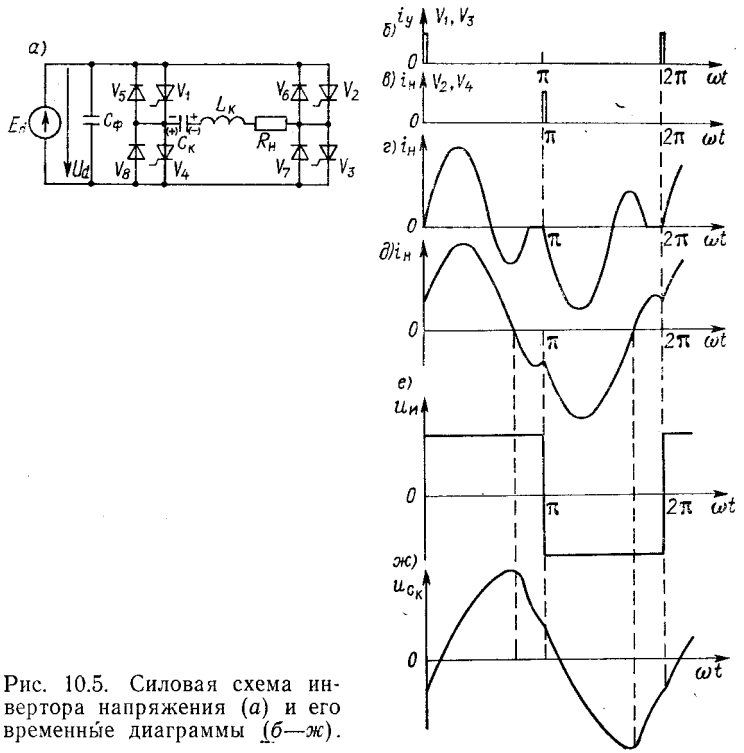


Рис. 10.5. Силовая схема инвертора напряжения (*а*) и его временные диаграммы (*б*—*ж*).

$C_к > L_к$. Собственная частота $L_к C_к$-контура должна быть выше рабочей частоты инвертора. Если это условие не выполняется, то к моменту отпирания очередной пары управляемых вентилей проводившие ток тиристоры не успевают закрыться и в схеме возникает аварийный режим короткого замыкания источника. При нормальной работе инвертора к таким же последствиям приводит увеличение сопротивления активной нагрузки $R_н$ выше некоторого критического значения. Индуктивность $L_к$ представляет собой реактивную составляющую нагрузки или выполняется в виде отдельного элемента. Управляющие сигналы $i_у$ (рис. 10.5, *б*, *в*) подаются синхронно на диагональные пары вентилей V_1 и V_3 или V_2 и V_4 со сдвигом на полпериода рабочей частоты инвертора f.

Если собственная частота $L_к C_к$-контура превышает рабочую частоту более чем в два раза, схема работает в режиме прерыви-

стого выходного тока $i_и = i_н$ (рис. 10.5, *г*). При собственной частоте $L_к C_к$-контура, которая больше рабочей, но меньше двойной рабочей частоты, в инверторе имеет место режим непрерывного тока $i_и = i_н$ (рис. 10.5, *д*). Именно в таком режиме и используются инверторы напряжения.

Рассмотрим работу инвертора напряжения в предположении, что $C_ф \to \infty$, внутреннее сопротивление источника равно нулю, основные вентили идеальны (их сопротивление в открытом состоянии и время коммутации равны нулю), в элементах схемы потерь энергии нет.

Пусть в момент времени $\omega t = 0$ управляющие импульсы поданы на тиристоры V_1 и V_3, а напряжение на конденсаторе $C_к$ меньше E_d и имеет полярность, указанную на рис. 10.5, *а* без скобок. Так как к вентилям приложено прямое напряжение $u_{V1} = u_{V3} = E_d > 0$, они открываются и выходная цепь инвертора подключается непосредственно к зажимам источника $u_и = E_d$ (рис. 10.5, *е*). Диоды V_6 и V_8 переходят в закрытое состояние, поскольку к ним прикладывается обратное напряжение источника E_d. По замкнутому контуру „+"E_d—V_1—$C_к$—$L_к$—$R_н$—V_3—„—"E_d начинает протекать ток $i_и = i_н$, имеющий из-за наличия $R_н$ вид затухающей синусоиды (рис. 10.5, *г*). Происходит перезаряд конденсатора $C_к$ и в момент времени $\omega t = \omega t_1$ (рис. 10.5, *ж*) напряжение на нем меняет свою полярность (указана на схеме рис. 10.5, *а* без скобок). Ток $i_и = i_н$ достигает максимального значения, а через полпериода собственной частоты $L_к C_к$-контура — в момент времени $\omega t = \omega t_2$, когда заканчивается заряд конденсатора $C_к$ ($u_{C_к} = U_{C\,max}$),— становится равным нулю. Тиристоры V_1 и V_3 закрываются, но ток после этого не прекращается, а изменив направление, протекает по цепи „+"$C_к$—V_5—E_d—V_7—$R_н$—$L_к$—„—"$C_к$. Конденсатор $C_к$ разряжается на нагрузку через источник. Тиристоры V_1 и V_3 оказываются под малым обратным напряжением, равным прямому падению напряжения на диодах V_5 и V_7, и в течение интервала времени $\omega t_2 < \omega t < \omega t_3$ восстанавливают свои запирающие свойства. Энергия, запасенная в магнитном поле индуктивности $L_к$, возвращается источнику.

В течение всего интервала работы вентильных ячеек V_1, V_5 и V_2, V_7 ($0 < \omega t < \omega t_3$) напряжение на выходе инвертора остается неизменным, $u_и = E_d$.

В момент времени $\omega t = \omega t_3$ управляющие импульсы подаются на тиристоры V_2 и V_4. Поскольку прямое напряжение на них $u_{V2} = u_{V4} = E_d > 0$, вентили открываются, выходная цепь подключается непосредственно к зажимам источника, но с полярностью, противоположной по отношению к предыдущему полупериоду рабочей частоты: $u_и = -E_d$. Возникают два новых контура перезаряда конденсатора $C_к$: „+"$C_к$—V_5—V_2—$R_н$—$L_к$—„—"$C_к$; „+"$C_к$—V_4—V_7—$R_н$—$L_к$—„—"$C_к$. Ток источника i_d скачком меняет свое направление и начинает протекать по короткозамкнутым контурам „+"E_d—V_5—V_4—„—"E_d; „+"E_d—V_2—V_7—„—"E_d.

Токи короткого замыкания источника направлены навстречу токам перезаряда конденсатора и намного превышают их. Поэтому прямой ток через диоды V_5 и V_7 практически мгновенно уменьшается до нуля, и они переходят в закрытое состояние — вентильные ячейки V_1, V_5 и V_3, V_7 полностью выключаются. Очередной цикл коммутации в схеме инвертора заканчивается. Конденсатор $C_к$ начинает заряжаться от источника по цепи „+"E_d—V_2—$R_н$—$C_к$—V_4—„—"E_d, но направление тока в выходной цепи при этом не меняется. Лишь в момент времени $\omega t = \omega t_4$ полярность напряжения на конденсаторе $C_к$ меняется на противоположную. К моменту $\omega t = \omega t_5$ конденсатор полностью заряжается и ток в схеме становится равным нулю — тиристоры V_2 и V_4 закрываются. Конденсатор $C_к$ начинает перезаряжаться по цепи „+"$C_к$—V_6—E_d—V_8—$R_н$—$L_к$—„—"$C_к$, и ток $i_и$—$i_н$, изменив свое направление, протекает через диоды V_6 и V_8. Вентили V_2 и V_4 оказываются под обратным напряжением, равным прямому напряжению диодов V_6 и V_8, и восстанавливают свои запирающие свойства. Энергия, накопленная в магнитном поле индуктивности $L_к$, возвращается источнику.

На последующих интервалах времени характер электромагнитных процессов повторяется.

Следует отметить, что в схеме инвертора напряжения действует как механизм естественной коммутации — при переходе тока с тиристора на диод одной и той же вентильной ячейки, так и механизм искусственной коммутации — при переходе тока с диода одной вентильной ячейки на тиристор другой.

В режиме короткого замыкания ($R_н = 0$) энергия из сети не потребляется ($I_d = 0$) — происходит лишь обмен реактивной энергией между источником и нагрузкой. При этом амплитуда напряжения на коммутирующем конденсаторе значительно возрастает.

Раздел III

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ЭЛЕКТРОПРИВОД

Глава 11
АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

§ 11.1. Общие сведения

Асинхронными машинами называются электрические машины переменного тока, которые обычно используются в режиме электродвигателя и предназначены для преобразования электрической

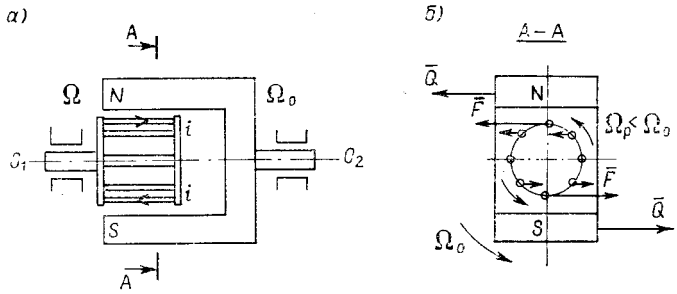


Рис. 11.1. Диаметральный (*а*) и поперечный (*б*) разрезы электромагнитной муфты — аналога асинхронного двигателя.

энергии в энергию вращательного движения. Асинхронные машины отличаются неравенством угловых скоростей основного магнитного поля и ротора.

Принцип действия асинхронного двигателя основан на использовании следующих физических явлений. Если магнитное поле перемещать относительно замкнутого электрического контура, то в силу закона электромагнитной индукции в нем возникнет ЭДС и, следовательно, ток. По закону Ампера появление тока в контуре, находящемся в магнитном поле, приведет к возникновению силы. Направление силы, действующей на контур, согласно правилу Ленца будет препятствовать относительному перемещению поля и контура. Если внешняя сила обусловливает перемещение магнитного поля относительно контура, то возникающая ЭДС стремится перемещать контур вслед за полем. При отсутствии относительного перемещения поля и контура силы их электродинамического взаимодействия исчезают.

На рис. 11.1 изображены разрезы электромагнитной модели, реализующей рассматриваемый эффект во вращательном движении поля относительно ротора. Постоянный магнит с одной парой полюсов ($p=1$) $N-S$ создает поле, в котором находится ротор,

состоящий из набора замкнутых контуров, расположенных по цилиндрической поверхности. Такая конструкция называется «беличьей клеткой». Магнит и ротор могут вращаться относительно общей оси $O_1 - O_2$. Если магнит и связанное с ним поле вращаются под воздействием момента внешних сил Q с угловой скоростью Ω_0, называемой синхронной, то это приводит к возникновению в контурах ротора токов i. Они обусловят появление действующих в тангенциальном направлении электродинамических сил F, увлекающих ротор во вращательное движение вслед за магнитным полем. Ротор вращается асинхронно (несинхронно) с магнитным полем: угловая скорость ротора Ω в двигательном режиме принципиально должна быть меньше синхронной угловой скорости поля Ω_0. Только при этом обеспечивается ненулевое значение относительной скорости углового перемещения поля и ротора и, следовательно, существование момента электродинамических сил, уравновешивающих действие момента сил сопротивления вращательному движению. Последние, как минимум, равны моменту сил трения при вращении ротора. Разность угловых скоростей поля Ω_0 и ротора Ω (угловая скорость поля относительно обмотки ротора), называемая скольжением s, обычно определяется в относительных единицах (о. е.) или в процентах от угловой скорости поля (синхронной скорости):

$$s = \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0} \text{ о. е.} = \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0} \cdot 100\,\%. \qquad (11.1)$$

Увеличение момента сил сопротивления, приложенного к ротору, так как он должен быть уравновешен большим моментом электромагнитных сил, увеличивает скольжение ротора относительно поля. Увеличение скольжения требует индуцирования больших ЭДС и токов, происходящего с увеличением скольжения.

Электромагнитная муфта, изображенная на рис. 11.1, является моделью асинхронного электродвигателя, который по принципу действия отличается от нее лишь способом создания вращающегося магнитного поля.

§ 11.2. Вращающееся магнитное поле асинхронной машины

Основное вращающееся магнитное поле в асинхронной машине создается электромагнитным путем с помощью многофазной обмотки, включаемой на многофазный источник напряжения.

На рис. 11.2, *а* изображен поперечный разрез цилиндрической магнитной системы, имеющей две взаимно перпендикулярные обмотки w_{A1} и w_{B1} с равным числом витков w_1. Источники синусоидального напряжения u_{A1} и u_{B1} со сдвигом по фазе на $\pi/2$, т. е.

$$u_{A1} = U_{m1} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{и} \quad u_{B1} = U_{m1} \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

включенные на обмотки соответственно w_{A1} и w_{B1}, обусловливают протекание в них синусоидальных токов

$$i_{A1} = I_{m1} \sin \omega t \quad \text{и} \quad i_{B1} = I_{m1} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Ток i_{A1} в обмотке w_{A1} создает пульсирующее магнитное поле с одной парой полюсов ($p=1$). В теории электрических машин доказывается, что индукция поля в воздушном зазоре $B(\theta, i_{A1})$ приближенно может быть принята с косинусоидальным распределением по окружности (рис. 11.2, *б*), координатой которой

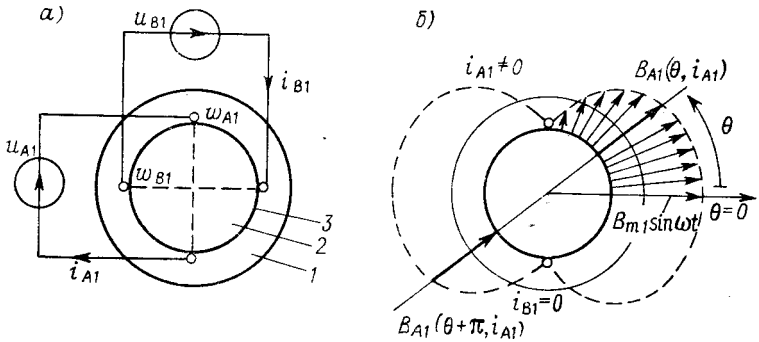


Рис. 11.2. Разрез цилиндрической системы для создания вращающегося магнитного поля (*а*) и индукции в зазоре B_{A1} (θ, i_{A1}) при $i_{A1} \neq 0$ и $i_{B1}=0$ (*б*).

1 — «железо» статора; *2* — «железо» ротора; *3* — воздушный зазор.

здесь является угол θ, отсчитываемый от оси обмотки, где $\theta=0$:

$$B_{A1}(\theta, i_{A1}) = B_{m1} \cos \theta \sin \omega t.$$

Здесь B_m — амплитудное значение индукции, пропорциональное максимальному значению тока i_{A1}, т. е. I_{m1}.

Аналогично описывается пульсирующее магнитное поле, создаваемое только обмоткой w_{B1} с током i_{B1} (рис. 11.3, *а*):

$$B_{B1}(\theta, i_{B1}) = B_{m1} \sin \theta \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

так как ось обмотки w_{B1} повернута на $\pi/2$ по отношению к оси w_{A1}.

При суммарном действии обеих обмоток общее магнитное поле будет характеризоваться индукцией

$$B_1(\theta, i_{A1}, i_{B1}) = B_{A1}(\theta, i_{A1}) + B_{B1}(\theta, i_{B1}) =$$
$$= B_{m1} \sin(\omega t + \theta) = B_1(\theta, t), \qquad (11.2)$$

где B_{m1} — постоянная величина, пропорциональная амплитуде токов I_{m1}.

Полученное уравнение описывает магнитное поле, вращающееся по часовой стрелке с угловой скоростью Ω_0, равной частоте вращения ω напряжений источников. В этом можно убедиться, определив, в частности, закон изменения во времени координаты θ_m, в которой $B_1(\theta, t) = B_{m1}$. Последнее условие согласно (11.2) соблюдается при $\omega t + \theta_m = \pi/2$, откуда следует, что точка, в которой индукция максимальна, вращается с угловой скоростью $-\omega$. Эпюры значений индукции общего магнитного поля обеих обмоток $B_1(\theta, t)$ в зоне воздушного зазора показаны на рис. 11.3 для про-

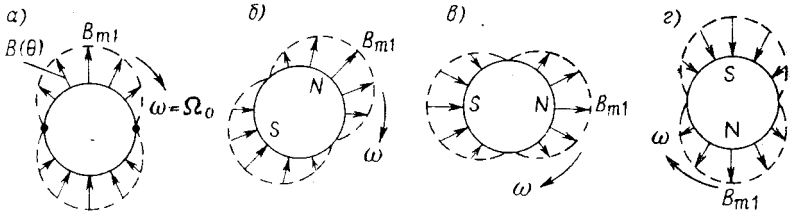


Рис. 11.3. Эпюры индукции $B(\theta, t)$ магнитного поля в воздушном зазоре асинхронного двигателя в моменты времени: *а* — $t=0$ ($i_{A1}=0$, $i_{B1}=I_{m1}$); *б* — $t=T/8$ $\left(i_{A1}=\frac{1}{\sqrt{2}}I_{m1},\ i_{B1}=\frac{1}{\sqrt{2}}I_{m1}\right)$; *в* — $t=T/4$ ($i_{A1}=I_{m1}$, $i_{B1}=0$); *г* — $t=T/2$ ($i_{A1}=0$, $i_{B1}=-I_{m1}$).

извольно выбранных последовательных моментов времени $t=0$, $t=T/8$, $t=T/4$, $t=T/2$, где $T=2\pi/\omega$. Изменение полярности включения любой из обмоток приведет к изменению направления вращения магнитного поля. Поле имеет одну пару ($p=1$) магнитных полюсов $N-S$.

Вращающееся магнитное поле $B_1(\theta, t) = B_{m1}\sin(\omega t + \theta)$ обусловливает синусоидальное изменение потокосцеплений Ψ_{A1} и Ψ_{B1} обмоток w_{A1} и w_{B1}:

$$\Psi_{A1} = k_1 w_1 B_{m1} \sin(\omega t + \varphi_{\Psi_1});$$

$$\Psi_{B1} = k_1 w_1 B_{m1} \sin(\omega t + \varphi_{\Psi_1} + \pi/2),$$

в выражениях для которых k_1 и φ_{Ψ_1} являются постоянными, определяемыми параметрами обмоток.

Такой закон изменения потокосцеплений обмоток приводит к возникновению в них синусоидальных ЭДС

$$e_{A1} = \omega k_1 w_1 B_{m1} \sin(\omega t + \varphi_{\Psi_1} - \pi/2);$$

$$e_{B1} = \omega k_1 w_1 B_{m1} \sin(\omega t + \varphi_{\Psi_1}),$$

которые согласно второму закону Кирхгофа уравновешивают напряжение источников питания u_{A1} и u_{B1}, как это имеет место в трансформаторах.

Если ротор имеет, подобно статору, пару взаимно ортогональных обмоток w_{A2} и w_{B2} (рис. 11.4) с равным числом витков w_2 и в общем случае ненулевую угловую скорость $\Omega = \Omega_0(1-s)$, то

потокосцепления этих обмоток, обусловленные вращающимся магнитным полем, также будут синусоидально изменяться во времени:

$$\Psi_{A2} = k_2 w_2 B_m \sin(\omega_2 t + \varphi_{\Psi_2});$$

$$\Psi_{B2} = k_2 w_2 B_m \sin(\omega_2 t + \varphi_{\Psi_2} + \pi/2).$$

Частота ω_2 изменения потокосцеплений обмоток w_{A2} и w_{B2} определяется разностью угловых скоростей поля Ω_0 и ротора Ω:

$$\omega_2 = \Omega_0 - \Omega = s\omega. \qquad (11.3)$$

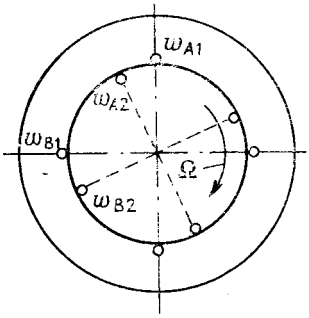


Рис. 11.4. Взаимное расположение двухфазных обмоток статора w_{A1}, w_{B1} и ротора w_{A2}, w_{B2}.

Здесь при одной паре полюсов ($p=1$) имеет место $\Omega_0=\omega$.

Индуцируемые в роторе ЭДС e_{A2} и e_{B2} также будут иметь синусоидальную форму и частоту ω_2:

$$e_{A2} = s\omega k_2 w_2 B_m \sin(\omega_2 t + \varphi e_2) = sEm_2(s\omega_2 t + \varphi e_2);$$

$$e_{B2} = s\omega k_2 w_2 B_m \sin(\omega t + \varphi e_2 + \pi/2) = sE_{m2}(s\omega_2 t + \varphi e_2 + \pi/2).$$

Амплитуда ЭДС sE_{m2} при неизменности вращающегося поля ($B_m=\text{const}$, $\omega=\text{const}$) зависит от угловой скорости ротора Ω или, иначе, от скольжения ротора s относительно поля.

ЭДС в обмотках ротора вызовут появление в них токов, которые будут создавать дополнительную составляющую $B_2(\theta, t)$ в общем вращающемся магнитном поле машины $B_0(\theta, t)$.

У судовых источников питания переменного тока принята частота $f=50$ Гц. Ей соответствует угловая скорость поля $\omega=2\pi f=314$ рад/с, или частота вращения 3000 об/мин$^{-1}$. Угловая скорость поля может быть изменена изменением частоты ω напряжения источника, питающего обмотки w_{A1} и w_{B1}. Дискретные изменения частоты вращения поля могут быть также достигнуты путем увеличения числа обмоток на статоре в 2, 3... раза в сочетании с уменьшением в такое же число раз длины дуг окружности статора, на которых они находятся. Увеличение числа обмоток дает увеличение числа пар магнитных полюсов p. Угловая скорость магнитного поля Ω_0 обратно пропорциональна числу пар полюсов p:

$$\Omega_0 = \frac{\omega}{p}. \qquad (11.4)$$

В качестве примера на рис. 11.5 показано взаимное расположение двух пар обмоток статора $w'_{A1}-w'_{B1}$ и $w''_{A1}-w''_{B1}$ (две пары полюсов, $p=2$) и эпюры магнитного поля (рис. 11.5, *б*, *в*, *г*) для трех последовательных моментов времени с интервалами $T/4$.

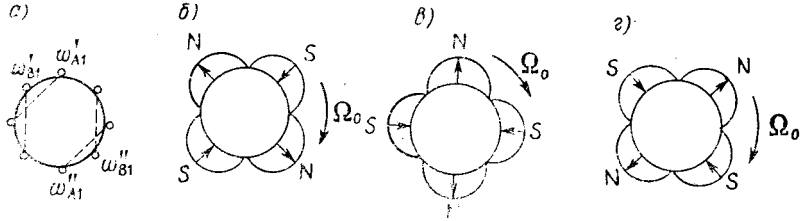


Рис. 11.5. Двухфазная обмотка статора ($p=2$) (*а*) и эпюры индукции $B(\theta, t)$ магнитного поля в моменты времени: *б* — $t=0$ $(i'_{A1}=i''_{A1}=0,\ i'_{B1}=i''_{B1}=0)$; *в* — $t=T/4$ $(i'_{A1}=i''_{A1}=0,\ i'_{B1}=i''_{B1}=I_m)$; *г* — $t=T/2$ $(i'_{A1}=i''_{A1}=-I_m,\ i'_{B1}=i''_{B1}=0)$.

Видно, что за половину периода $T/2$ напряжения u_1, питающего обмотки статора, магнитное поле, создаваемое ими, поворачивается на геометрический угол $\pi/2$.

Помимо основного вращающегося магнитного поля, описываемого индукцией B_0, токи обмоток статора и ротора создают до-

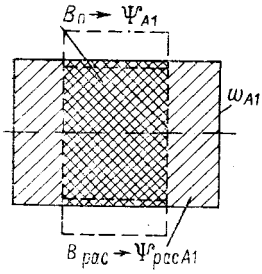


Рис. 11.6. Основное вращающееся магнитное поле B_0 и поле рассеяния $B_{рас1}$ в плоскости обмотки w_{A1}.

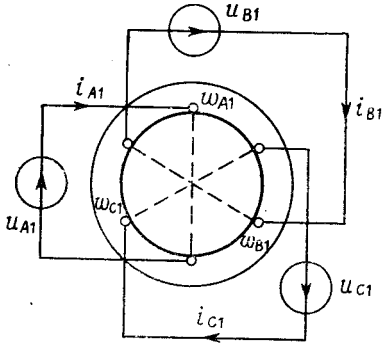


Рис. 11.7. Разрез цилиндрической системы для создания вращающегося магнитного поля с трехфазной обмоткой w_{A1}, w_{B1}, w_{C1}, включенной на симметричный трехфазный источник синусоидального напряжения (u_{A1}, u_{B1}, u_{C1}).

полнительные магнитные поля, так называемые поля рассеяния. Магнитные потоки полей рассеяния, описываемые индукциями $B_{рас1}$ и $B_{рас2}$, сцепляются главным образом с частями обмоток, находящимися вне цилиндрического магнитопровода (рис. 11.6). Потоки рассеяния обусловливают соответствующие потокосцепления как обмоток статора $\Psi_{рас\,A1}$ (см. рис. 11.6), так и обмоток ротора.

Вращающееся магнитное поле может быть также создано тремя одинаковыми взаимно симметрично расположенными обмотками w_{A1}, w_{B1} и w_{C1} (рис. 11.7), обтекаемыми тройкой симметричных токов

$$\left.\begin{aligned} i_{A1} &= I_{m1}\sin(\omega t - \varphi); \\ i_{B1} &= I_{m1}\sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3); \\ i_{C1} &= I_{m1}\sin(\omega t - \varphi - 4\pi/3). \end{aligned}\right\} \qquad (11.5)$$

Такие токи создаются источником трехфазного симметричного напряжения

$$u_{A1} = U_{m1}\sin(\omega t);$$
$$u_{B1} = U_{m1}\sin(\omega t - 2\pi/3);$$
$$u_{C1} = U_{m1}\sin(\omega t - 4\pi/3),$$

которое подается на обмотки w_{A1}, w_{B1} и w_{C1}.

Создаваемое трехфазной обмоткой вращающееся магнитное поле в первом приближении аналогично полю двухфазной обмотки (см. рис. 11.2, *б*) и также описывается уравнением (11.2).

Трехфазные системы возбуждения вращающегося магнитного поля широко применяются в технике и особенно в асинхронных машинах (в том числе морских типов).

§ 11.3. Устройство и основные конструктивные элементы асинхронных машин

Асинхронная машина имеет неподвижные и подвижные конструктивные элементы, образующие ее статор и ротор (рис. 11.8).

К числу основных элементов статора относятся: магнитопровод *1* (статорная часть), обмотки статора *2*, корпус *3* и подшипниковые щиты *4*.

Магнитопровод статора предназначен для усиления и нужной ориентации магнитного поля в зоне обмотки статора. Магнитопровод, имеющий форму толстостенного цилиндра, является набором пакетов отдельных плоских тонких листов. Каждый лист кольцеобразной формы штампуется из электротехнической стали толщиной 0,5 мм. Слоистая конструкция магнитопровода необходима для ограничения в нем потерь, которые возникают под действием переменного (вращающегося) магнитного поля.

Внутренняя цилиндрическая поверхность магнитопровода («железа») статора имеет продольные пазы для укладки обмотки статора.

Внутренний диаметр магнитопровода статора D и его длина L в аксиальном направлении являются главными геометрическими параметрами машины, зависящими от ее мощности и частоты вращения и определяющими ее массогабаритные показатели и стоимость.

Обмотки статора обтекаются токами, создающими основной вращающийся магнитный поток машины. У обычных асинхронных

машин на статоре три обмотки, которые называются фазами. Каждая фаза выполняется в виде нескольких катушек, намотанных из гибких изолированных по поверхности медных или алюминиевых проводников. У машин средней и большой мощности обмотки формируются в виде жестких секций, которые укладываются в продольных пазах пакетов «железа» статора. Части обмотки, находящиеся в пределах пазов магнитопровода якоря, называются пазовыми, а выходящие за его пределы,— лобовыми. Число катушек в каждой фазе обмотки статора определяется числом пазов в железе статора и числом пар полюсов в данной машине.

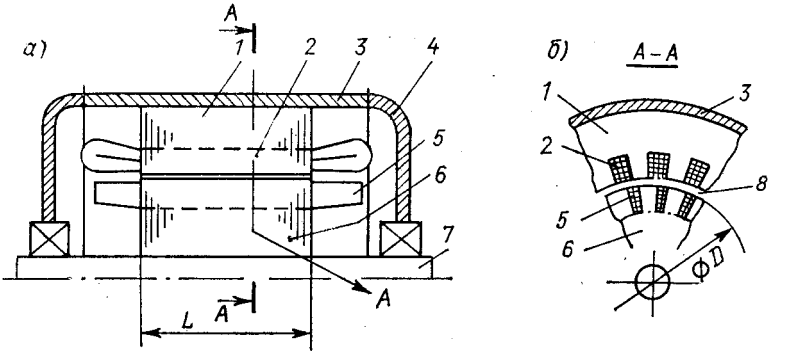


Рис. 11.8. Схематическое изображение продольного (*а*) и поперечного (*б*) сечений асинхронной машины с короткозамкнутым ротором.

Пакеты железа статора запрессовываются в корпусе *3*, представляющем собой чугунный или алюминиевый цилиндр. На торцах корпуса укрепляются подшипниковые щиты, в которых соосно с корпусом и магнитопроводом статора находятся подшипники. В подшипниках устанавливается ротор машины.

Основными элементами ротора являются: магнитопровод ротора *6*, обмотка ротора *5* и вал машины *7*.

Магнитопровод ротора предназначен для усиления и ориентации магнитного поля в зоне обмотки ротора и выполнен в виде набора дисков с пазами для обмотки ротора. Магнитопровод ротора жестко укрепляется на валу машины.

Воздушный зазор *8* между магнитопроводами статора и ротора в зависимости от мощности машины бывает от десятых долей до нескольких миллиметров.

Обмотка ротора у обычного асинхронного электродвигателя представляет собой ряд массивных стержней *5*, расположенных в пазах ротора и электрически и механически непосредственно соединенных друг с другом за пределами пазов. У машины мощностью в несколько десятков киловатт такие обмотки изготовляются путем непосредственной заливки расплавленного алюминия в пазы ротора.

Асинхронные машины, у которых массивные стержни обмотки ротора непосредственно соединены друг с другом, называются

двигателями с короткозамкнутым ротором или просто короткозамкнутыми. Такой тип асинхронных машин наиболее распространен.

Другой, менее распространенной, разновидностью роторов асинхронных машин является так называемый фазный ротор, у которого трехфазная обмотка выполняется принципиально так же, как и у статора, и соединяется по схеме «звезда». Концы обмотки присоединяются к трем контактным изолированным друг от друга кольцам, неподвижно укрепленным на валу ротора. С помощью трех неподвижных щеток (обычно в виде медно-графитовых стержней) осуществляется присоединение концов фаз обмотки ротора к неподвижным элементам цепей управления машиной.

§ 11.4. Математическое описание асинхронной машины

Количественное описание технических характеристик процессов преобразования электрической энергии в механическую (или обратно), происходящих в асинхронной машине (рис. 11.9), уста-

Рис. 11.9. Схема преобразования энергии в асинхронной машине в двигательном режиме при питании от сети с фазным напряжением U_1.

навливается аналитическими зависимостями величин $P_1 = 3U_1 I_1 \times \cos\varphi_1$ и $P_2 = \Omega M$. Они определяют электрическую энергию P_1, получаемую машиной из сети (или передаваемую в сеть), и механическую энергию P_2, передаваемую через вал подсоединенному механизму M (или получаемую от этого механизма).

В установившемся режиме трехфазного асинхронного двигателя *АД* электрическая энергия, поступающая из сети (в сеть) в единицу времени, или мощность на входе P_1, равна сумме мощностей трех фаз A, B и C:

$$P_1 = P_{1A} + P_{1B} + P_{1C}. \qquad (11.6)$$

При нормальной работе машины $P_{1A} = P_{1B} = P_{1C} = U_1 I_1 \cos\varphi_1$, где I_1 — ток любой из фаз статора (см. рис. 11.9); U_1 — ее фазное напряжение, равное фазному напряжению сети. Поэтому обычно расчеты электромагнитной мощности в трехфазной машине выполняются для любой одной фазы.

Основные физические эффекты, которые имеют место в асинхронной машине при ее нормальной работе, и взаимосвязь описывающих их параметров для одной из фаз статора и ротора показаны на схеме рис. 11.10.

Напряжение u_1 источника питания, приложенное к обмотке статора, вызывает ток i_1, который создает вращающееся магнитное поле с индукцией $B_1(\theta, t)$, являющееся частью общего вра-

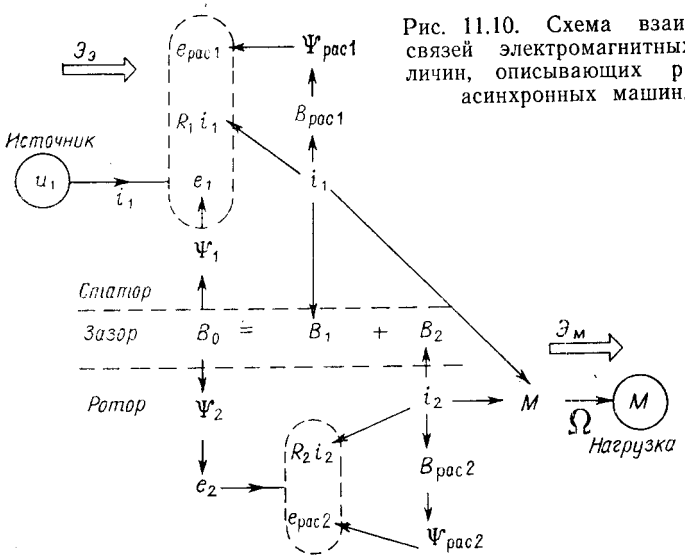


Рис. 11.10. Схема взаимных связей электромагнитных величин, описывающих работу асинхронных машин.

щающегося поля с индукцией $B_0(\theta, t)$, и поле рассеяния с индукцией $B_{рас1}$. Вращающееся магнитное поле $B_0(\theta, t)$ обусловливает изменение потокосцепления $\Psi_1(\omega t)$ обмотки w_1 с частотой ω и, следовательно, возникновение в этой обмотке ЭДС e_1. Вращающееся магнитное поле $B_0(\theta, t)$ обусловливает изменение потокосцепления $\Psi_2[p(\Omega_0 - \Omega), t]$ обмотки ротора w_2 с частотой $\omega_2 = p(\Omega_0 - \Omega)$, равной относительной угловой скорости поля и ротора. Такую же частоту будут иметь индуцируемая в обмотке w_2 ЭДС ротора e_2 и вызываемый ею ток ротора i_2. Ток ротора создает составляющую вращающегося магнитного поля $B_2(\theta, t)$, которая в сумме с составляющей $B_1(\theta, t)$ от тока статора i_1 определит общее вращающееся магнитное поле машины $B_0(\theta, t)$.

Ток i_2, кроме того, создает магнитное поле рассеяния $B_{рас2}$, обусловливающее потокосцепление $\Psi_{рас2}$ обмотки w_2, изменяющееся с частотой $p(\Omega_0 - \Omega)$, и, следовательно, появление в обмотке ротора дополнительной ЭДС самоиндукции $e_{рас2}$. Полю рассеяния $B_{рас1}$ также соответствует потокосцепление $\Psi_{рас1}$ обмотки статора w_1, изменяющееся с частотой ω, и ЭДС самоиндукции от поля рассеяния $e_{рас1}$ в этой обмотке.

Токи i_1 и i_2 создают соответственно в обмотках w_1 и w_2 падение напряжения на их активных сопротивлениях R_1 и R_2.

Основываясь на схеме рис. 11.10 и пользуясь вторым законом Кирхгофа, можно представить уравнения напряжения фаз обмоток статора и ротора в виде

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= i_1R_1 - e_{\text{рас}\,1} - e_1 = i_1R_1 + \frac{d\Psi_{\text{рас}\,1}}{dt} + \frac{d\Psi_1}{dt}; \\ e_2 &= -\frac{d\Psi_2}{dt} = i_2R_2 - e_{\text{рас}\,2} = i_2R_2 + \frac{d\Psi_{\text{рас}\,2}}{dt}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.7)$$

Асинхронные машины подобны статическим трансформаторам (см. § 4.4), поэтому уравнения (11.7) подобны уравнениям трансформатора. Но у асинхронных машин магнитное поле вращается, а у трансформаторов пульсирует, и частота ЭДС во вторичной (роторной) обмотке из-за ее вращения отличается от частоты ЭДС (напряжения) статора в s раз согласно (11.4).

Систему уравнений (11.7) можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + jx_1)\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \\ s\underline{E}_2 &= (R_2 + jsx_2)\underline{I}_2. \end{aligned}\right\} \qquad (11.8)$$

Здесь осуществлен переход к комплексам действующих значений величин $\underline{U}_1$, $\underline{I}_1$, $\underline{E}_2$, $\underline{I}_2$ и учтена возможность обычного представления комплексов ЭДС самоиндукции $\underline{E}_{\text{рас}1}$ и $\underline{E}_{\text{рас}2}$ как падения напряжения на некоторых реактивных сопротивлениях x_1 и x_2 (называемых индуктивными сопротивлениями рассеяния обмоток w_1 и w_2) соответственно от токов $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$. Множитель s в последней системе учитывает зависимость $e_2(\underline{E}_2)$ и $e_{\text{рас}2}(\underline{E}_{\text{рас}2})$ или x_2 от частоты изменения потокосцепления обмотки ротора $\omega_2 = s\omega$.

В целях удобства расчетов уравнение для цепи ротора в (11.8) преобразуется путем перехода к величинам

$$E_2' = E_2k_E = E_1; \quad I_2' = I_2k_I; \quad R_2' = R_2\frac{k_E}{k_I}; \quad x_2' = x_2\frac{k_E}{k_I},$$

где k_E и k_I определяются параметрами (главным образом соотношением чисел витков в фазах) обмоток статора и ротора.

Величины E_2', I_2', R_2' и x_2' называются «приведенными к цепи статора», что аналогично приведению таких же величин в трансформаторе.

Уравнение цепи ротора, приведенное к статорному, имеет вид

$$\underline{E}_2' = \left(\frac{R_2'}{s} + jx_2'\right)\underline{I}_2',$$

или

$$\underline{E}_2' = R_2'\underline{I}_2' + jx_2'\underline{I}_2' + \frac{1-s}{s}R_2'\underline{I}_2'. \qquad (11.9)$$

Взаимодействие токов в роторе $i_2(t)$ и вращающегося поля машины $B_0(\theta, t)$ обусловливает появление электромагнитных сил $F(\theta, t)$, действующих на стержни обмотки ротора и создающих вращающий момент машины. Эпюра их распределения по окружности ротора для фиксированного момента времени t показана на рис. 11.11. Среднее значение вращающего момента, создаваемого этими электромагнитными силами, определяется с помощью энергетических соотношений, которые вытекают из (11.7) и (11.8).

Уравнениям напряжений статора и ротора соответствует эквивалентная схема (рис. 11.12), на которой выделены элементы ма-

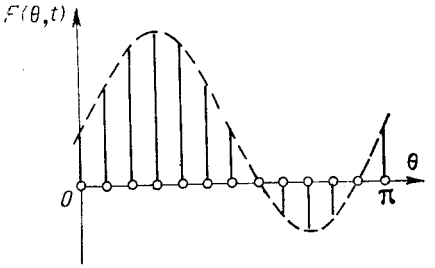


Рис. 11.11. Эпюра мгновенных значений электромагнитных сил $F(\theta, t)$, действующих на стержни обмотки ротора.

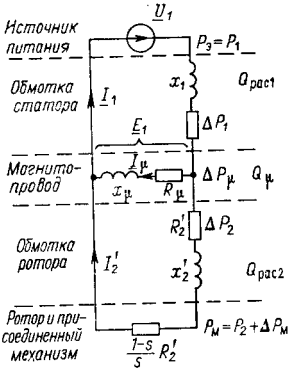


Рис. 11.12. Эквивалентная схема асинхронной машины.

шины, определяющие происходящие в ней преобразования энергии.

Механическая мощность на валу $P_м$ равна подводимой к машине электромагнитной мощности P_1 за вычетом потерь на преобразование электромагнитной энергии в механическую, связанных с циклическим $\left(\text{с частотой } f=\frac{\omega}{2\pi}\right)$ перемагничиванием магнитопровода (ΔP_μ), нагревом трехфазной обмотки статора током I_1 ($\Delta P_1 = 3I_1^2 R_1$) и трехфазной обмотки ротора током I_2' ($\Delta P_2 = 3I_2'^2 R_2'$).

Таким образом, механическую мощность на валу трехфазной машины на основании эквивалентной схемы можно формально определить как «потери» в некотором сопротивлении $R_2'(1-s)s^{-1}$, искусственно образованном в каждой фазе:

$$P_м = 3I_2'^2 R_2'(1-s)s^{-1}. \qquad (11.10)$$

Механическая мощность $P_м$, передаваемая электромагнитным путем на вал машины, вращающийся с угловой скоростью Ω, компенсирует работу момента M сил сопротивления (моментов нагрузки механизма $M_м$ и трения о воздух и в опорах $M_т$. Поэтому

мощность $P_м$ в переменных движения ротора и магнитного поля описывается уравнением

$$P_м = \Omega M = \frac{\omega}{p}(1 - s)(M_м + M_т). \qquad (11.11)$$

Мощность P_2, передаваемая механизму (мощность на «выходе» асинхронной машины), равна

$$P_2 = P_м - \Delta P_м,$$

где $\Delta P_м = \Omega M_т$ — мощность механических потерь, обусловленных трением о воздух и в опорах.

В режимах нормальной нагрузки асинхронного двигателя ток статора I_1 приближенно (без учета показанной на рис. 11.12 составляющей I_μ) может быть принят равным приведенному току ротора I_2', что позволяет по закону Ома определить его значение:

$$I_1 = I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2}}.$$

Соотношения (11.10) и (11.11) с учетом последнего выражения для I_2' позволяют в пределах принятых допущений вывести уравнение момента трехфазной асинхронной машины $M = f(s)$ в форме

$$M = \frac{3pU_1^2R_2'}{\omega s\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2\right]}. \qquad (11.12)$$

От источника напряжения U_1 поступает также реактивная мощность

$$Q_1 = 3U_1I_1 \sin\varphi_1, \qquad (11.13)$$

часть которой Q_μ необходима для создания основного вращающегося магнитного поля, а другая — $Q_{рас1}$ и $Q_{рас2}$ — расходуется на образование магнитных полей рассеяния соответственно обмотки статора и ротора:

$$Q_{рас\,1} = 3I_1^2x_1 \quad \text{и} \quad Q_{рас\,2} = 3I_2'^2x_2'.$$

КПД асинхронной машины η равен отношению активных мощностей на выходе P_2 и на входе P_1 (см. рис. 11.12):

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - (\Delta P_\mu + \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_м)}{P_1} =$$

$$= 1 - \frac{\Delta P_\mu + 3R_1I_1^2 + 3R_2'I_2'^2 + \Delta P_м}{3U_1I_1\cos\varphi_1}. \qquad (11.14)$$

КПД машины существенно зависит от ее нагрузки.

§ 11.5. Характеристики асинхронной машины

Механическая характеристика асинхронной машины (рис. 11.13) рассматривается в виде зависимости угловой скорости Ω (частоты вращения n, скольжения s) ротора от электромагнитного момента M в установившихся режимах, которая неявно описана аналитически выражением (11.12).

Координаты механической характеристики могут быть представлены либо в физических (Н·м, рад/с или об/мин), либо в относительных единицах. При этом в качестве базисных величин обычно выбираются: момент вращения в номинальном режиме $M_{ном}$ и угловая скорость магнитного поля Ω_0.

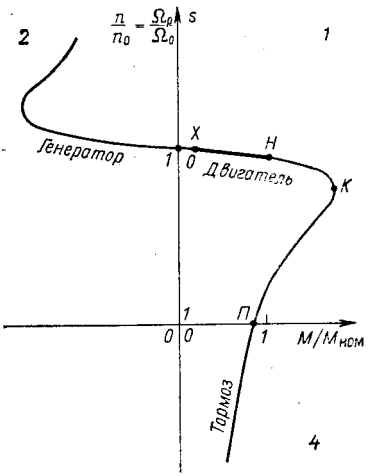


Рис. 11.13. Механическая характеристика асинхронной машины.

Характеристика располагается в трех квадрантах (*1*, *2*, *4*), описывая режимы работы машины: двигательный ($M>0$, $0<\Omega<\Omega_0$), генераторный ($M<0$, $\Omega>\Omega_0$) и электромагнитного торможения ($M>0$, $\Omega<0$).

Асинхронные машины почти всегда используются в двигательном режиме (квадрант *1*), в котором механическая характеристика имеет следующие особые точки: точка *П* — начало процесса пуска или «стоянка» под напряжением (момент пусковой $M_п$, частота вращения ротора n и его угловая скорость Ω равны нулю); точка *К* — критический режим (электромагнитный момент M имеет наибольшее возможное критическое значение $M_к$, которому соответствует критическая частота вращения $n_к=\frac{30}{\pi}\Omega_н$ или критическое скольжение $s_к$); точка *Н* — номинальный режим (номинальный момент $M_{ном}$, номинальная частота вращения $n_{ном}$ или номинальное скольжение $s_{ном}$); точка *Х* — холостой ход (момент вращения присоединенного механизма равен нулю, электромагнитный момент M равен моменту сил трения $M_т$, угловые скорости ротора Ω и магнитного поля Ω_0 почти равны: $\Omega\approx\Omega_0$). Участок характеристики между точками *Х* и *Н* описывает нормальные режимы работы асинхронной машины в двигательном режиме. Характеристика пересекает ось ординат при $\Omega=\Omega_0$ (точка идеального холостого хода, когда $M=0$).

В приближенных расчетах режимов асинхронного двигателя его механическую характеристику удобно представить в виде функциональной зависимости $M=f(s)$:

$$\frac{M}{M_к}=2\frac{s_к s}{s^2+s_к^2}, \qquad (11.15)$$

где $M_к$ и $s_к$ — координаты критического режима (см. рис. 11.13, точка K), причем можно доказать, что

$$s_к \approx \frac{R_2'}{x_1+x_2'}.$$

Скольжение $s_к$ может быть также определено с помощью формулы (11.15), примененной к режиму номинальной нагрузки ($M=M_{ном}$, $s=s_{ном}$):

$$s_к=\left[\frac{M_к}{M_{ном}}-\sqrt{\left(\frac{M_к}{M_{ном}}\right)^2-1}\right]s_{ном}. \qquad (11.16)$$

Механическая характеристика $M=f(s)$ на основном участке нормальной работы в двигательном режиме (участок $X-H$) приближенно описывается линейной зависимостью

$$s \approx aM, \qquad (11.17)$$

где $a=s_{ном}M_{ном}^{-1}$.

Рабочие характеристики асинхронных двигателей представляют собой зависимости от мощности на выходе P_2 (отдаваемой приводимому во вращение механизму M) следующих основных величин, описывающих режим работы асинхронного двигателя: мощности P_1, потребляемой из сети, тока фазы статора I_1, коэффициента мощности $\cos\varphi_1$, n (Ω, s) — частоты вращения (угловой скорости, скольжения) ротора, КПД η электродвигателя.

Типовые рабочие характеристики показаны на рис. 11.14. Такие характеристики могут быть получены либо путем расчетов, базирующихся на схемах замещения и математических моделях, рассмотренных в § 11.4, либо экспериментальным путем.

В таблицах технических характеристик асинхронных двигателей приводятся для номинального режима значения: выходной мощности $P_{2ном}$, частоты вращения $n_{ном}$, тока обмотки статора $I_{1\,ном}$, КПД $\eta_{ном}$, коэффициента мощности $\cos\varphi_{1\,ном}$ и скольжения $s_{ном}$. Кроме того, приводятся кратности пускового и критического (максимального) моментов ($M_п$ и $M_к$) и маховой момент ротора.

В зависимости от номинальной мощности, типа и частоты вращения асинхронных двигателей их коэффициент мощности в номинальных режимах имеет значение 0,7—0,9 .В режимах частичной загрузки ($P_2<P_{2\,ном}$) коэффициент мощности оказывается

еще более низким [см. кривую $\cos\varphi_1 = f(P_2)$ на рис. 11.14]. Это приводит к повышению полного тока сети и источников питания за счет его индуктивной составляющей, а следовательно, и к росту потерь электрической энергии. Для поддержания высокого уровня коэффициента мощности в сети («проблема $\cos\varphi$») следует выбирать асинхронные двигатели так, чтобы мощность их реальной нагрузки была возможно ближе к номинальной. Для компенсации реактивной мощности, потребляемой асинхронными двигателями, используется также параллельное с ними включение конденсаторов, потребляющих реактивную мощность другого знака, что обеспечивает повышение $\cos\varphi$ у генераторов и в линиях передачи.

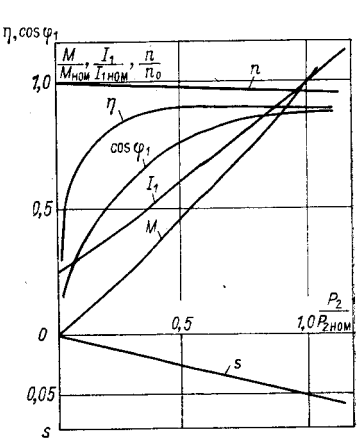


Рис. 11.14. Рабочие характеристики асинхронного двигателя.

На судах используются асинхронные короткозамкнутые трехфазные электродвигатели с неизменным числом пар полюсов (односкоростные) и с переключением числа пар полюсов (двух- и трехскоростные) на напряжение 380/220 В и 50 Гц. Синхронные частоты вращения 375, 500, 750, 1000, 1500 и 3000 мин$^{-1}$. Серийные судовые асинхронные электродвигатели имеют номинальные мощности 0,5—200 кВт.

§ 11.6. Режимы работы асинхронных двигателей

Пуск асинхронного короткозамкнутого двигателя сопровождается значительным увеличением токов в статорных и роторных обмотках (в 4—6 раз больше их номинальных значений). Кратность пускового тока по отношению к номинальному указывается в справочниках для каждого типа двигателя. Начало процесса пуска аналогично режиму короткого замыкания трансформатора. По мере разгона ротора токи двигателя уменьшаются и приближаются к значениям, соответствующим рабочим характеристикам в установившихся режимах (рис. 11.15).

Значительные пусковые токи вызывают снижение подводимого к электродвигателю напряжения U_1, так как они приводят к увеличению падений напряжения на сопротивлениях линии и снижению напряжения источника (генератора). Последнее особенно характерно для судовых условий, где мощности асинхронных электродвигателей и генераторов бывают соизмеримы.

Понижение напряжения U_1 существенно снижает пусковой момент электродвигателя [см. (11.12)] и при больших моментах сопротивления механизма может помешать его пуску.

Для уменьшения пусковых токов крупных асинхронных двигателей их включение в сеть производится через автотрансформаторы или путем переключения схемы соединений фаз обмотки статора со «звезды» на «треугольник», если в нормальных рабочих режимах используется схема «треугольник».

Асинхронные двигатели с фазным ротором пускаются при временном (на период пуска) включении в цепь каждой фазы ротора (через кольца и щетки) дополнительных одинаковых сопротивлений. Согласно эквивалентной схеме они увеличивают общее сопро-

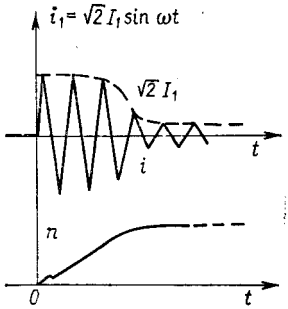


Рис. 11.15. Осциллограммы тока статора i_1 и частоты вращения ротора n асинхронного короткозамкнутого двигателя при пуске.

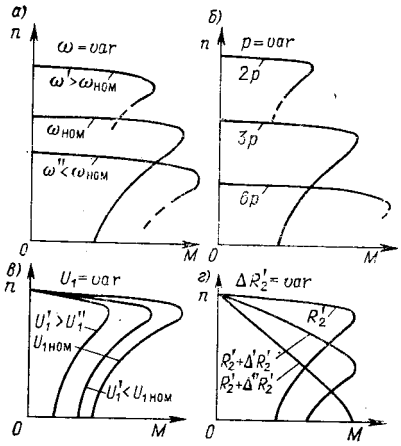


Рис. 11.16. Изменения механических характеристик асинхронных двигателей при изменениях: частоты питающего напряжения ω (*а*), числа пар полюсов p (*б*), амплитуды действующего значения напряжения на статоре U_1 (*в*), дополнительного сопротивления $\Delta R_2'$ в цепи ротора (*г*).

тивление контуров токов I_1 и I_2' и снижают тем самым их значения.

Регулирование частоты вращения асинхронного двигателя при данной механической характеристике $n = f(M)$ механизма требует изменения механической характеристики двигателя. Согласно (11.12) это изменение характеристик может быть достигнуто (рис. 11.16):

1) изменением частоты ω питающего напряжения для плавного повышения или понижения частоты вращения по отношению к частоте номинального режима;

2) переключением схемы соединения обмоток статора с изменением числа пар полюсов p, чем достигается дискретное изменение частоты вращения;

3) изменением величины питающего напряжения U_1, чем достигается уменьшение частоты вращения;

4) увеличением на $\Delta R_2'$ сопротивления в цепи обмотки ротора R_2' у двигателей с фазным ротором, чем достигается плавное или ступенчатое уменьшение частоты вращения.

Регулирование изменением частоты ω энергетически выгодно сочетать с регулированием напряжения U_1.

Изменение направления вращения трехфазных асинхронных электродвигателей достигается переключением любых двух фаз, что обеспечивает изменение направления вращения магнитного поля. Если переключение двух фаз производится при вращающемся роторе, то первоначально (до остановки) двигатель переходит в режим электромагнитного торможения (за счет изменения знака электромагнитного момента) с рекуперацией (возвратом) части кинетической энергии ротора обратно в сеть. После наступившей остановки ротора начинается режим его пуска в другом направлении вращения. Такой электродинамический реверс обеспечивает быстрое изменение направления вращения, но связан со значительными толчками тока двигателя.

Ускоренное торможение асинхронного электродвигателя получается также при отключении обмотки статора от сети и замыкании ее зажимов между собой.

Обрыв одной из линий питания эквивалентен превращению трехфазного двигателя в однофазный, находящийся под линейным напряжением. Однофазная обмотка (например, w_{A1} на рис. 11.2), обтекаемая переменным током, создает пульсирующее магнитное поле. Такое поле $B(\theta, t)$ может рассматриваться как результат взаимодействия двух полей $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$, вращающихся в противоположных направлениях, с одинаковыми амплитудными значениями индукции, равными половине амплитуды индукции пульсирующего поля:

$$B(\theta, t) = B_{m1} \sin \omega t \cos \theta = B^{(1)}(\theta, t) + B^{(2)}(\theta, t),$$

где

$$B^{(1)}(\theta, t) = \frac{B_{m1}}{2} \sin(\omega t - \theta) \quad \text{и} \quad B^{(2)}(\theta, t) = \frac{B_{m1}}{2} \sin(\omega t + \theta).$$

Каждой из составляющих магнитного поля $B^{(1)}(\theta, t)$ и $B^{(2)}(\theta, t)$ при обычном исполнении ротора с короткозамкнутой обмоткой могут быть поставлены в соответствие механические характеристики $n = f_1(M)$ и $n = f_2(M)$, симметричные относительно начала координат (рис. 11.17). Суммирование этих характеристик описывает результирующую механическую характеристику однофазного асинхронного двигателя $n = f(M)$, также симметричную относительно начала координат. Двигатель способен развивать вращающий момент в направлении вращения ротора (при $n \neq 0$). При $n = 0$ непосредственный пуск двигателя невозможен, так как механическая характеристика проходит через начало координат и, следовательно, пусковой момент равен нулю.

Характеристика на рис. 11.17 показывает также, что если обычный трехфазный двигатель работал с ограниченным моментом нагрузки, то отключение одной из фаз его обмотки статора (например, при перегорании предохранителя) не влечет за собой его остановки. Пуск двигателя при однофазном питании возможен путем предварительного механического раскручивания его ротора в нужном направлении вращения, что практически осуществлять трудно.

Однофазные асинхронные двигатели используются для приводов небольшой мощности — от долей до нескольких сот ватт.

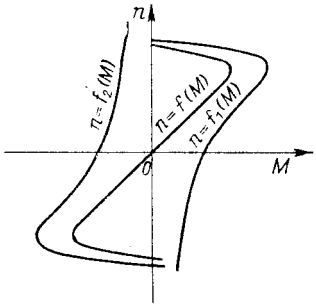


Рис. 11.17. Механическая характеристика $n=f(M)$ асинхронного двигателя с одной фазой.

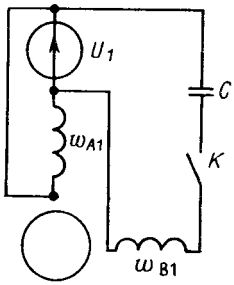


Рис. 11.18. Схема включения однофазного асинхронного двигателя с пусковой обмоткой w_{B1}, включаемой через конденсатор.

В этом диапазоне мощностей их применение экономически целесообразно, поскольку они требуют лишь однофазного питания от двухпроводных сетей. Для пуска однофазных двигателей здесь предусматривается вторая обмотка статора w_{B1} (см. рис. 11.2), которая включается либо постоянно, либо временно (замыканием ключа K) через фазосдвигающий конденсатор C на тот же однофазный источник напряжения U_1, что и обмотка w_{A1} (рис. 11.18). В некоторых типах однофазных двигателей ненулевое значение пускового момента получают путем асимметричного наложения короткозамкнутого витка на часть полюса статора.

§ 11.7. Тиристорное управление судовыми асинхронными короткозамкнутыми электродвигателями

Многие судовые механизмы, вращаемые электродвигателями, требуют плавного управления угловой скоростью и быстрых ее изменений в широких пределах. Управление угловой скоростью электродвигателя достигается изменением его механической характеристики. Согласно (11.12) существенное изменение механической характеристики асинхронного короткозамкнутого электродвигателя достигается изменением амплитуды и частоты питающего напряжения. В судовых электрических сетях, от которых питаются

электродвигатели, напряжение постоянно по частоте и амплитуде, что обусловливает необходимость введения промежуточного преобразования электрической энергии, передаваемой из сети к электродвигателю.

В настоящее время в судовой электроэнергетике для этой цели используются статические полупроводниковые преобразователи на

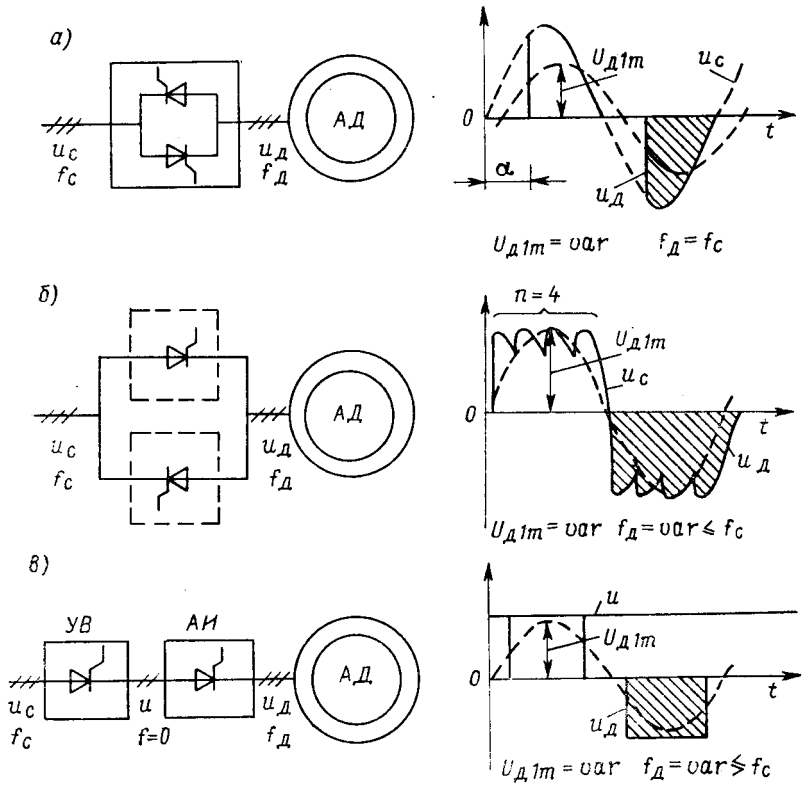


Рис. 11.19. Управление асинхронным короткозамкнутым двигателем тиристорным коммутатором (*а*), непосредственным (*б*) и инверторным (*в*) преобразователями частоты.

базе тиристоров, которые могут обеспечить оптимизацию режимов работы механизмов и обладают хорошими эксплуатационными данными (постоянная готовность к работе, длительные периоды функционирования без обслуживания и наблюдения).

Для управления асинхронными электродвигателями разработан ряд модификаций тиристорных преобразователей, основными типами которых являются (рис. 11.19): тиристорный коммутатор (ТК), непосредственный (ПЧН) и инверторный (ПЧИ) преобразователи частоты.

Тиристорным коммутатором (управляемым выпрямителем) регулируют амплитуду основной (первой) гармоники $U_{д1m}$ напряже-

ния электродвигателя $u_д$, имеющей частоту сети $f_с$. Регулирование $U_{д1m}$ осуществляется изменением угла отпирания α тиристоров коммутатора (рис. 11.19, *а*).

Непосредственным преобразователем частоты (рис. 11.19, *б*) регулируется и частота $f_д$, и величина напряжения электродвигателя $u_д$ (амплитуда первой гармоники $U_{д1m}$) путем управления соответственно числом пропускаемых полуволн напряжения сети n и фазой открытия тиристоров. ПЧН управляет частотой выходного напряжения $f_д$ только в сторону ее понижения по отношению к частоте сети и, следовательно, он может лишь уменьшить угловую скорость электродвигателя. ПЧН отличаются относительной компактностью.

В инверторном преобразователе частоты (рис. 11.19, *в*) напряжение сети (источника) $u_с$ предварительно выпрямляется с помощью выпрямителя с регулируемым выходным напряжением u и далее инвертируется в переменное напряжение $u_д$ требуемой частоты $f_д$. Преобразователи этого типа отличаются возможностью повышать частоту $f_д$ напряжения $u_д$ электродвигателя и, следовательно; его угловую скорость. Пределы возможного изменения частоты $f_д$ составляют обычно $(0{,}1 \div 0{,}2) f_с$. ПЧИ обеспечивают возможность большей частоты циклов «пуск—остановка» (до 500 в час) по сравнению с ПЧН и магнитными пускателями (до 300 в час). Кроме того, при использовании ПЧИ требуется меньший расход энергии на пуск и остановку электродвигателя в каждом цикле по сравнению с установкой ПЧН (примерно в 2 раза). Вместе с тем ПЧИ имеют более сложную схему и меньшую компактность. Отношение массы ПЧИ к массе управляемого им электродвигателя достигает 0,3—0,4.

Глава 12
СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

§ 12.1. Общие сведения

Синхронными машинами называются вращающиеся электрические машины переменного тока, которые отличаются равенством (синхронностью) угловых скоростей ротора и существующего в них вращающегося магнитного поля. Синхронные машины предназначены для преобразования механической энергии вращательного движения в электрическую (синхронные генераторы) или для обратного преобразования энергии (синхронные двигатели). Любая синхронная машина принципиально может работать и в генераторном и в двигательном режимах.

Синхронный генератор обычного типа, принципиальное устройство которого показано на рис. 12.1, имеет статор, аналогичный статору асинхронного двигателя (см. рис. 11.8).

Ротор синхронной машины, по-существу, представляет собой вращающийся электромагнит. Его обмотка $w_в$, называемая обмоткой возбуждения, обтекается постоянным током $i_в$ от внешнего источника напряжения $u_в$. Возникающее благодаря току $i_в$ магнитное поле неподвижно относительно ротора.

В воздушном зазоре между цилиндрическими поверхностями «железа» статора и ротора (рис. 12.1, *б*) магнитное поле в каждой точке с угловой координатой относительно ротора θ описывается вектором магнитной индукции $\bar{B}_в(\theta)$. Конструктивными мерами обеспечивается примерно косинусоидальное относительно

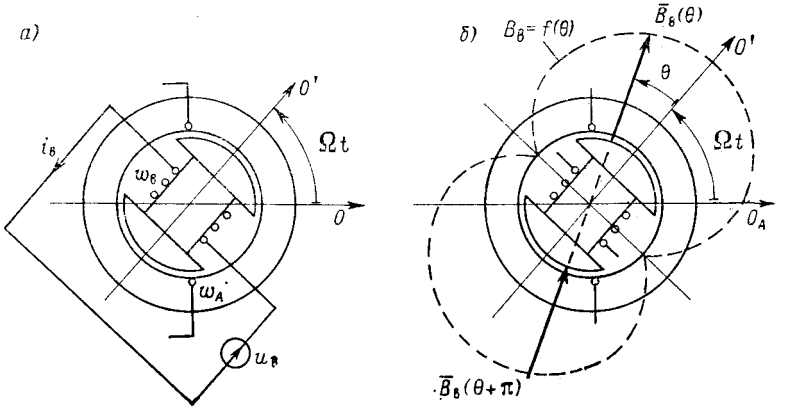


Рис. 12.1. Схема поперечного сечения синхронной машины (*а*) и эпюра индукций $B(\theta)$ магнитного поля в воздушном зазоре, создаваемого обмоткой возбуждения, (*б*).

оси O' обмотки возбуждения $w_в$ распределение магнитной индукции

$$B_в(\theta) = B_m \cos\theta.$$

Величина B_m пропорциональна (при ненасыщенном магнитопроводе) току возбуждения $i_в$.

При вращении ротора с угловой скоростью Ω магнитное поле в воздушном зазоре также будет вращающимся относительно статора. Следовательно, распределение индукции B_A относительно оси O_A обмотки статора w_A будет переменным во времени и равным

$$B_A(t,\ \theta) = B_m \cos(\theta + \Omega t), \qquad (12.1)$$

если полагать, что при $t=0$ оси O' и O_A совпадают по направлению. Выражения для распределения индукций относительно осей обмоток других фаз статора отличаются лишь сдвигом по фазе. При симметричных трехфазных обмотках, оси которых повернуты взаимно на угол $2\pi/3$, сдвиги по фазе распределений индукций также равны $2\pi/3$.

Потокосцепления обмоток трехфазного статора Ψ_A, Ψ_B и Ψ_C, обусловленные вращающимся вместе с ротором магнитным полем, являются гармоническими функциями времени с угловой частотой ω. В частности потокосцепление Ψ_A обмотки w_A, обусловленное полем обмотки возбуждения, подчиняется уравнению (рис. 12.2)

$$\Psi_A = \Psi_m \cos \Omega t = \Psi_m \cos \omega t,$$

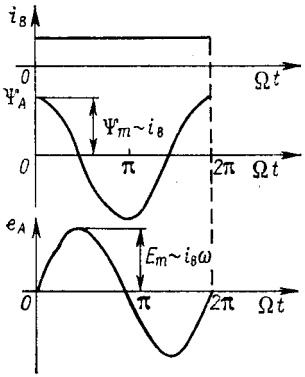


Рис. 12.2. Графики мгновенных значений тока в обмотке возбуждения $i_в$, потокосцепления Ψ_A и ЭДС e_A обмотки фазы A статора синхронной машины.

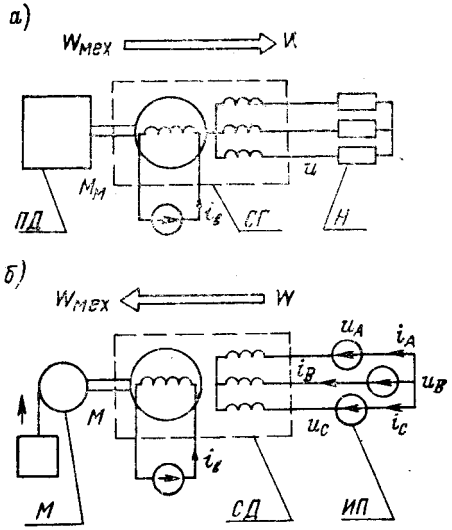


Рис. 12.3. Схемы использования синхронной машины в генераторном (*а*) и двигательном (*б*) режимах.

где Ψ_m — постоянная величина, определяемая конструктивными данными машины и пропорциональная ее току возбуждения $i_в$. Угловая частота ω здесь равна угловой скорости вращения ротора Ω, так как у рассматриваемой модели одна пара полюсов ($p = 1$).

В силу закона электромагнитной индукции в обмотке w_A благодаря действию тока $i_в$ возникнет ЭДС e_A, называемая ЭДС холостого хода:

$$e_A = -\frac{d\Psi_A}{dt} = E_m \sin \omega t, \qquad (12.2)$$

где амплитуда ЭДС E_m пропорциональна произведению $\Psi_m \omega$ или $i_в \omega$.

В трехфазных синхронных генераторах (наиболее широко используемых на судах в качестве источников электрической энер-

гии переменного тока) в двух других обмотках статора w_B и w_C, оси которых повернуты соответственно на $2\pi/3$ и $4\pi/3$, возникают ЭДС e_B и e_C:

$$e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \qquad (12.2а)$$

$$e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

Действующее значение ЭДС во всех фазах будет $E = (1/\sqrt{2})E_m$.

Включение обмоток синхронного генератора *СГ* с первичным двигателем *ПД* на внешнюю симметричную трехфазную нагрузку *Н* (рис. 12.3, *а*) приводит к возникновению симметричных токов во всех трех фазах, описываемых уравнениями вида (11.5). Токи статора создают дополнительную составляющую магнитного поля, которая также вращается синхронно с составляющей поля, создаваемого обмоткой возбуждения.

Общее магнитное поле синхронного генератора вращается синхронно с ротором. Взаимодействие тока статора и магнитного поля машины создает электромагнитный момент, действующий на ротор против направления его вращения (тормозной момент M). Электромагнитный момент M уравновешивается вращающим моментом приводного двигателя $M_м$, механическая энергия $W_{мех}$ вращения которого преобразуется в электромагнитную W, отдаваемую генератором во внешнюю цепь.

Синхронный двигатель *СД* (рис. 12.3, *б*) включается обмотками статора на внешний источник питания *ИП* (обычно трехфазный) с напряжением фаз u_A, u_B, u_C. Частота напряжения источника обязательно равна частоте ЭДС в фазах статора e_A, e_B, e_C. Токи i_A, i_B и i_C, возникающие при совместном действии в цепи статора напряжения трехфазного источника и внутренних ЭДС, создают, как и в генераторном режиме, дополнительную составляющую магнитного поля. Общее магнитное поле от токов обмоток статора и ротора вращается синхронно с ротором (неподвижно относительно ротора). Электромагнитный момент M, обусловленный токами статора и ротора, действует на ротор в направлении его вращения и уравновешивается вращающим моментом $M_м$ сил сопротивления механизма M, вращаемого синхронным двигателем *СД*. Электрическая энергия W источника преобразуется в механическую энергию $W_{мех}$ вращения ротора и соединенного с ним механизма.

Синхронные машины используются главным образом как генераторы. Современная электропромышленность выпускает синхронные генераторы с единичной мощностью до 1 200 000 кВт. На судах используются синхронные генераторы мощностью от десятков киловатт до десятков мегаватт. Отечественная промышленность выпускает несколько серий морских синхронных генераторов, отличающихся диапазоном мощностей, частотами враще-

ния и условиями использования. Широко распространена серия МСК со шкалой номинальных мощностей в пределах 30—1500 кВт и номинальными напряжениями 230 и 400 В.

Частота напряжения f в электроэнергетических системах судов морского флота СССР принята 50 Гц ($\omega=314$ рад/с). Для рассмотренной схемы синхронной машины с одной парой полюсов на роторе этой частоте соответствует угловая скорость магнитного поля $\Omega=2\pi f=314$ рад/с. Ротор, по определению, вращается синхронно с полем и, следовательно, имеет угловую скорость $\Omega=$ $=314$ рад/с (частоту вращения $n=60f=3000$ мин$^{-1}$). При той же

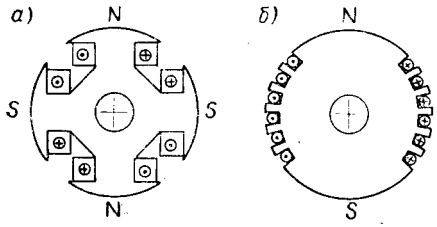


Рис. 12.4. Сечения явнополюсного (*а*) и неявнополюсного (*б*) роторов синхронной машины.

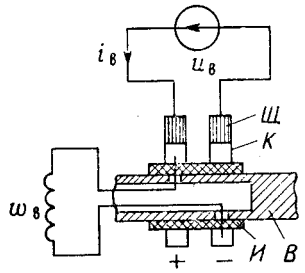


Рис. 12.5. Схема щеточного аппарата синхронной машины.

частоте напряжения ($f=50$ Гц) угловые скорости поля и ротора могут быть уменьшены увеличением числа пар полюсов p ротора и обмотки статора подобно тому, как это делается в асинхронных двигателях: $\omega=p\Omega_0$ [см. (11.4)]. Так, например, для получения синхронной частоты вращения ротора 1500 мин$^{-1}$ необходимо, чтобы он имел 2 пары полюсов:

$$p=\frac{60f}{n}=\frac{60\cdot 50}{1500}=2. \qquad (12.3)$$

Судовые генераторы серии МСК имеют номинальные частоты вращения 1500, 1000 и 750 мин$^{-1}$ при числе пар полюсов p соответственно 2, 3 и 4.

На рис. 12.4 схематически показаны сечения роторов явнополюсного (*а*) и неявнополюсного (*б*) исполнения соответственно с двумя и одной парой полюсов, рассчитанных на номинальные синхронные частоты вращения 1500 и 3000 мин$^{-1}$. Неявнополюсная конструкция роторов применяется при малом числе пар полюсов, т. е. у быстроходных машин. Обмотка возбуждения $w_в$ включается на источник питания $u_в$ через два вращающихся проводящих кольца *К* (рис. 12.5), укрепленных неподвижно на валу *В* с втулкой для электрической изоляции *И*, и через неподвижные относительно статора машины щетки *Щ*, к которым подсоединяется цепь источника постоянного напряжения возбуждения.

Отвод тепла, выделяющегося при работе машины в ее обмотках, магнитопроводе и в результате механического трения, производится путем вентиляции. У мощных синхронных генераторов используется водяное охлаждение обмоток статора и ротора, которые имеют специальные внутренние каналы для протекания охлаждающего дистиллята.

§ 12.2. Математическое описание синхронной машины

Электромагнитные процессы, присущие сиинхронным машинам, количественно описываются уравнениями, которые связывают

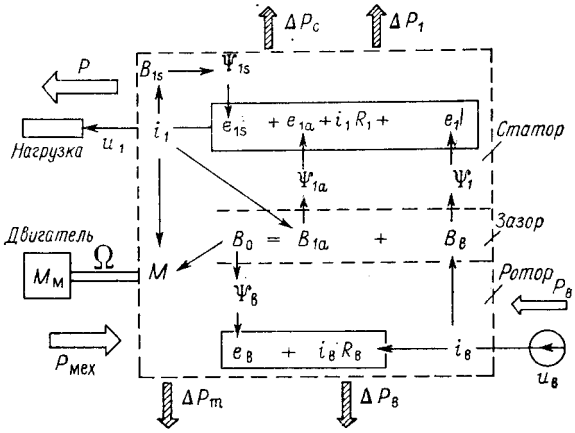


Рис. 12.6. Схема взаимной обусловленности величин, описывающих основные процессы в синхронном генераторе.

ЭДС (e_A, e_B, e_C), напряжения (u_A, u_B, u_C) и токи (i_A, i_B, i_C) в обмотках статора и ротора ($u_в$, $i_в$).

Взаимная обусловленность этих величин показана на рис. 12.6 без указания индексов, определяющих их фазы. Индекс «1» соответствует любой обмотке статора.

Влияние токов статора (i_A, i_B, i_C) на общее вращающееся магнитное поле машины называется реакцией якоря. Это явление в синхронных машинах количественно описывается с помощью так называемой ЭДС реакции якоря, которая зависит от амплитуды и фазы токов статора. Реакция якоря проявляется в изменении ЭДС, создаваемой вращающимся магнитным полем нагруженного синхронного генератора. Количественно этот эффект удобно описывать, вводя в обмотках статора дополнительные ЭДС e_{Aa}, e_{Ba}, e_{Ca} (ЭДС реакции якоря), амплитуды и фазы которых зависят от амплитуд и фаз токов нагруженного генератора (i_A, i_B, i_C).

Рассматривая здесь и ниже количественные соотношения только для любой одной фазы (в двух других фазах отличие будет состоять лишь в постоянных угловых сдвигах на $2\pi/3$ и $4\pi/3$) и пе-

реходя от мгновенных значений величины к их представлению соответствующими комплексами действующих значений, можно записать

$$\underline{E}_a = -jx_a\underline{I}, \tag{12.4}$$

где $\underline{E}_a$ — комплекс действующего значения ЭДС реакции якоря в фазе статора; $\underline{I}$ — комплекс действующего значения тока фазы статора; x_a — коэффициент пропорциональности, называемый индуктивным сопротивлением реакции якоря.

Тем самым индуцируемая в фазе статора ЭДС реакции якоря эквивалентируется падением напряжения от тока $\underline{I}$ на искусственно вводимом индуктивном сопротивлении x_a.

Протекание токов по обмоткам фаз статора создает также дополнительное магнитное поле (поле рассеяния), описываемое индукцией $B_{\text{рас1}}$ и не участвующее в формировании общего вращающего поля машины, описываемого индукцией B_0. Как и у асинхронных двигателей (см. § 11.4), поле рассеяния обмоток статора возбуждает в каждой из фаз еще одну дополнительную ЭДС $e_{\text{рас}}$ или $\underline{E}_{\text{рас}}$ (ЭДС рассеяния). По аналогии с (12.4) ЭДС $\underline{E}_{\text{рас}}$ описывается как падение напряжения на дополнительном сопротивлении $x_{\text{рас}}$, называемом сопротивлением рассеяния фазы обмотки статора, от тока $\underline{I}$:

$$\underline{E}_{\text{рас}} = -jx_{\text{рас}}\underline{I}. \tag{12.5}$$

Тепловые потери в обмотке статора определяют ее активное сопротивление R_1, на котором имеет место падение напряжения $\Delta\underline{U}_R = R_1\underline{I}$.

Эквивалентная схема синхронного генератора (рис. 12.7, *а*) позволяет для установившихся режимов записать уравнение Кирхгофа для фазы статора в следующем виде:

$$\underline{E} + \underline{E}_a + \underline{E}_{\text{рас}} = \Delta\underline{U}_R + \underline{U} \tag{12.6}$$

или уравнение напряжения $\underline{U}$ для любой фазы нагрузки с сопротивлением $r+jx$:

$$\underline{U} = (r + jx)\underline{I} = \underline{E} - R_1\underline{I} - j(x_a + x_{\text{рас}})\underline{I}. \tag{12.7}$$

Сумма $x_a + x_{\text{рас}}$ называется синхронным сопротивлением обмотки статора и обозначается x_c. Его значение примерно на два порядка больше, чем значение активного сопротивления R_1. Поэтому для приближенных расчетов уравнение (12.7) может быть упрощено:

$$\underline{U} = \underline{E} - jx_c\underline{I}. \tag{12.8}$$

В начале переходных режимов, связанных с толчками тока статора, индуктивное сопротивление статора оказывается существенно (в 5—8 раз) меньшим, чем x_c. Его называют переход-

ным (или сверхпереходным) сопротивлением и обозначают x'_d (или x''_d).

Для всех фаз (A, B и C) уравнения (12.8) аналогичны, что позволяет пользоваться в расчетах ЭДС, напряжений и токов замещением синхронного генератора однофазной схемой (рис. 12.7, *б*).

Уравнение (12.8) и соответствующая ему схема замещения справедливы в пределах сделанных допущений для описания синхронной машины и в двигательном режиме.

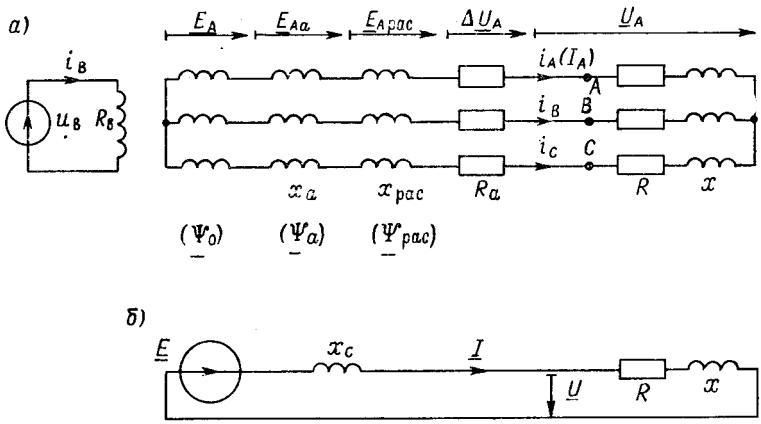


Рис. 12.7. Трехфазная (*а*) и упрощенная однофазная (*б*) эквивалентные схемы синхронного генератора.

Процессы в цепи ротора в режиме холостого хода синхронной машины описываются уравнением

$$r_в i_в + L_в \frac{di_в}{dt} = u_в, \tag{12.9}$$

где $L_в$ — индуктивность обмотки ротора.

Для наглядности (иногда для удобства расчетов) пользуются векторными диаграммами, соответствующими приведенным уравнениям цепи статора. На рис. 12.8 дана упрощенная векторная диаграмма синхронного генератора для режима активно-индуктивной нагрузки с коэффициентом мощности, близким к номинальному. На диаграмме показаны характерные углы сдвига фаз ЭДС холостого хода $\underline{E}_0$, напряжения на нагрузке $\underline{U}$ и ее тока $\underline{I}$.

Комплексы напряжений и токов фаз определяют мощность, называемую электромагнитной мощностью и отдаваемую генератором в нагрузке. Активная составляющая мощности генератора P равна сумме мощностей всех трех фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C. \tag{12.10}$$

При симметричной нагрузке (равных сопротивлениях всех фаз) $P_A = P_B = P_C = UI\cos\varphi$ и, следовательно, $P = 3UI\cos\varphi$.

Мощность, создаваемая в обмотке статора генератора, называемая электромагнитной мощностью P_ψ, больше P на величину потерь ΔP_1 в активном сопротивлении R_1 ($\Delta P_1 = 3R_1 I_1^2$):

$$P_\psi = P + 3R_1 I_1^2.$$

Кроме потерь на нагрев обмотки статора в синхронной машине имеют место потери на нагрев обмотки возбуждения $\Delta P_в$, потери на перемагничивание стали магнитопровода $\Delta P_с$ (главным образом, в статоре) и на механическое трение о воздух (при вращении ротора) в подшипниках, скользящих контактах. Потери зависят от нагрузки. Характер зависимости КПД от нагрузки в синхронной машине и асинхронном двигателе аналогичен (см. рис. 11.14). Максимум КПД у синхронных генераторов равен 90—95 %. У генераторов больших мощностей он бывает и выше.

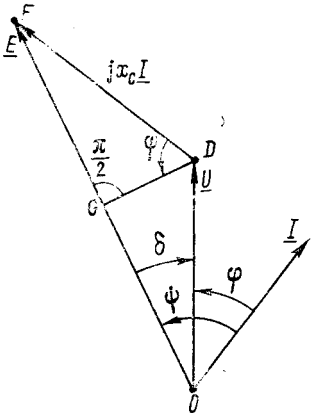


Рис. 12.8. Векторная диаграмма синхронного генератора при активно-индуктивной нагрузке.

В приближенных расчетах можно полагать, что $P_\psi = P$, так как все потери даже при номинальной нагрузке генератора составляют несколько процентов от мощности P, отдаваемой в нагрузку.

Рассматривая $\underline{E}$, как напряжение источника с током нагрузки $\underline{I}$, сдвинутым по фазе на угол ψ, можно написать, что отдаваемая им мощность P_ψ равна

$$P_\psi = 3EI\cos\psi. \qquad (12.11)$$

Принимая во внимание (см. треугольники ODG и GDF на рис. 12.8), что

$$x_с I\cos\psi = U\sin\delta = DG,$$

можно записать

$$P_\psi = 3\frac{EU}{x_с}\sin\delta, \qquad (12.12)$$

где δ — угол, образованный осями результирующего (суммарного) магнитного поля машины и полюсов ротора.

Электромагнитный момент M синхронной машины (с числом пар полюсов p) определяется последним уравнением при известной угловой скорости ротора Ω:

$$M = \frac{P_\psi}{\Omega} = \frac{3EU}{\Omega x_с}\sin\delta = \frac{3pEU}{\omega x_с}\sin\delta. \qquad (12.13)$$

Уравнения (12.8)—(12.13) справедливы при сделанных допущениях как для генераторных, так и для двигательных режимов синхронной машины.

§ 12.3. Характеристики синхронных машин

В генераторном режиме наиболее часто рассматриваются характеристики холостого хода, короткого замыкания, внешние и регулировочные.

Характеристика холостого хода описывает зависимость ЭДС в обмотках ненагруженного статора E_0 от тока возбуждения при номинальной угловой частоте ротора $\Omega/\Omega_{ном}=\omega/\omega_{ном}=1$ о. е. (рис. 12.9). По мере роста тока возбуждения $i_в$ увеличивается напряженность поля в ферромагнитном материале (стали) ротора

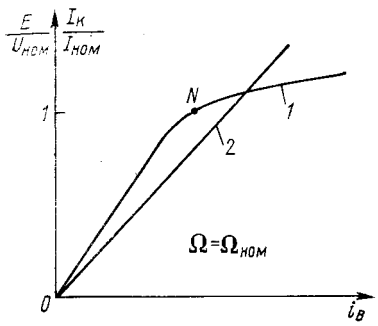


Рис. 12.9. Характеристики холостого хода (*1*) и короткого замыкания (*2*) синхронного генератора.

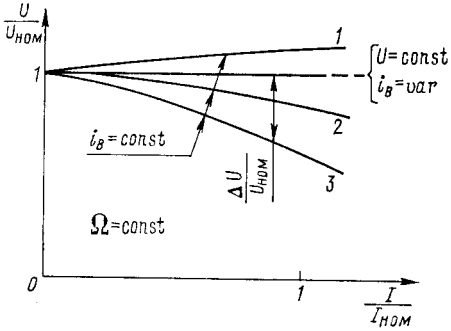


Рис. 12.10. Внешние характеристики $U=f(I)$ синхронного генератора с постоянным током возбуждения при емкостной (*1*), активной (*2*) и индуктивной (*3*) нагрузках.

и статора. Начиная с некоторых значений напряженности поля наступает насыщение магнитопровода, в результате нарушается ее пропорциональность магнитной индукции, а следовательно, и пропорциональность тока возбуждения $i_в$ и магнитного потока, потокосцепления $\Psi_A, \ldots$ и ЭДС E. Номинальное напряжение $U_{ном}$ в режиме холостого хода соответствует точке N на участке перегиба характеристики холостого хода $E=f(i_в)$.

Характеристика короткого замыкания дает зависимость тока статора $I_к$ от тока возбуждения $i_в$ при замкнутых между собой выходных зажимах обмотки статора (A, B, C) или при $Z=0$ ($R=0$ и $x=0$) и при $\Omega=\Omega_{ном}$ (см. рис. 12.9).

Внешняя характеристика в генераторном режиме показывает, в какой мере напряжение U, подаваемое потребителям электроэнергии, изменяется по мере изменения тока I и коэффициента мощности $\lambda=\cos\varphi$ нагрузки (рис. 12.10). Напряжение синхронного генератора U при постоянстве тока возбуждения $i_в$ и угловой скорости ротора Ω может при изменении нагрузки весьма существенно измениться (до десятков процентов от номинального значения), что бывает недопустимо по условиям работы потребителей его электроэнергии. У потребителей электроэнергии на судах, питающихся, как правило, от синхронных генераторов, допу-

скается малое отклонение напряжения $\Delta U = U_{ном} - U$ от его номинального значения $U_{ном}$: по правилам Регистра СССР допускается $\Delta U \leqslant 0{,}05 U_{ном}$, т. е. ΔU должно быть меньше 5 % $U_{ном}$. Поэтому в процессе работы любого синхронного генератора при изменении его нагрузки приходится изменять ток возбуждения (обычно с помощью автоматического регулятора).

Регулировочные характеристики синхронного генератора изображают зависимость значения тока возбуждения $i_в$ от тока на-

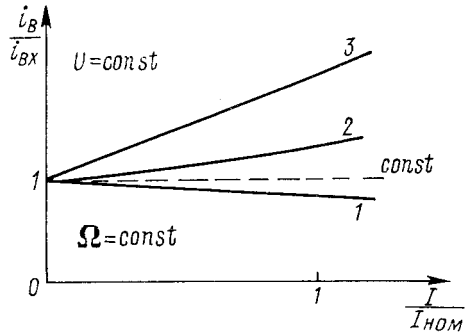


Рис. 12.11. Регулировочные характеристики $i_в = f(I)$ синхронного генератора при емкостной (*1*), активной (*2*) и индуктивной (*3*) нагрузках ($i_{вх} = i_в$ при $U_{ном}$ и $\Omega_{ном}$).

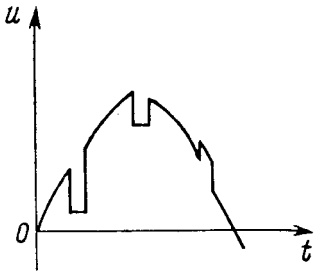


Рис. 12.12. Характер искажений напряжения *u* синхронного генератора, включенного на полупроводниковую нагрузку.

грузки *I* при разных (фиксированных) значениях коэффициента мощности. На рис. 12.11 показаны регулировочные характеристики при емкостной ($\varphi = -\pi/2$), активной ($\varphi = 0$) и индуктивной ($\varphi = \pi/2$) нагрузках.

Современные судовые синхронные генераторы работают с устройствами автоматического регулирования тока возбуждения, которое обеспечивает стабилизацию напряжения *U* с высокой точностью (до долей процента $U_{ном}$).

Включение на синхронный генератор нагрузки через полупроводниковый преобразователь связано с изменениями токов в цепи статора, длящимися доли миллисекунды, в течение которых происходит коммутация вентилей. Это обусловливает искажение формы кривых напряжений фаз статора (рис. 12.12), неблагоприятно отражающееся на работе и самого генератора, и других потребителей в электроэнергетической системе. Искажение по форме напряжения любой фазы можно согласно разложению Фурье представить в виде суммы гармонических составляющих $U_k = U_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{uk})$, у которых $k = 1, 2, \ldots$ Чем значительнее искажение, тем больше амплитуды U_{km} высших гармоник ($k \geqslant 2$). Для их общей количественной характеристики используется так называемый коэффициент нелинейных искажений ν:

$$\nu = U_{1m}^{-1} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} U_{km}^2},$$

который у судовых синхронных генераторов при нормальных режимах нагрузки не должен превышать 0,1.

В переходных режимах синхронных генераторов, обусловленных внезапными изменениями нагрузки при коммутациях (включениях и отключениях) участков электрических сетей или отдельных потребителей, возникают изменения напряжения, которые не могут быть полностью устранены даже быстродействующими регуляторами возбуждения. На рис. 12.13 показан график изменения напряжения при внезапных включении и отключении нагрузки

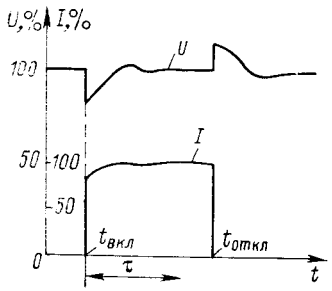


Рис. 12.13. Графики напряжения U и тока I синхронного генератора при внезапном включении и отключении нагрузки в моменты времени $t_{вкл}$ и $t_{откл}$.

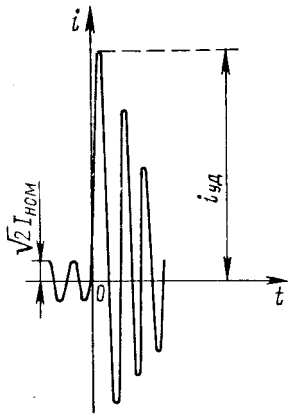


Рис. 12.14. Осциллограмма тока одной фазы генератора при внезапном коротком замыкании в момент времени $t=0$.

с номинальным током $I_{ном}$ и низким индуктивным коэффициентом мощности, равным примерно 0,3. Длительность переходного процесса τ в зависимости от $I_{ном}$ составляет несколько десятых секунды. Важными для технического описания синхронного генератора являются данные о его режиме внезапного короткого замыкания (рис. 12.14) и в первую очередь — о максимальном мгновенном значении тока короткого замыкания, называемом ударным током короткого замыкания $i_{уд}$. У синхронных генераторов значения $i_{уд}$ достигают 1500—2000 % по отношению к номинальному действующему значению. У судовых генераторов абсолютные значения ударных токов могут превысить 100 000—150 000 А. Такие токи короткого замыкания опасны, так как они сопровождаются: 1) возникновением значительных электродинамических сил, которые приводят к механическому разрушению обмоток генераторов, шин и коммутационных аппаратов распределительных устройств; 2) выделением в цепи короткого замыкания, в электрической дуге значительной тепловой энергии, сжигающей кабели, контактные соединения, элементы конструкций распределительных устройств и вызывающей возникновение очагов пожаров.

Угловая характеристика синхронной машины $M=f(\delta)$ в двигательном режиме, соответствующая уравнению (12.13), показывает зависимость развиваемого электромагнитного момента M от угла δ (рис. 12.15). Согласно этой характеристике механический момент нагрузки $M_м$ должен быть меньше, чем максимальный электромагнитный момент M_{max}.

Нарушение этого неравенства ведет к необратимому уменьшению угловой скорости ротора синхронного двигателя и в дальнейшем — к нарушению синхронности вращения магнитных полей, создаваемых токами статора и полюсами ротора.

Механическая характеристика синхронного двигателя $\Omega=f(M)$, существующая только в пределах $0 \leqslant M \leqslant M_{max}$,— идеально жесткая (рис. 12.16). Угловая скорость ротора синхронного двигателя Ω определяется только частотой питающего напряжения ω и числом пар полюсов p и не зависит от момента нагрузки.

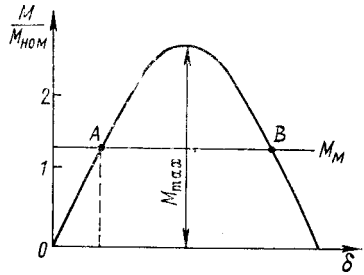


Рис. 12.15. Угловая характеристика синхронной машины.

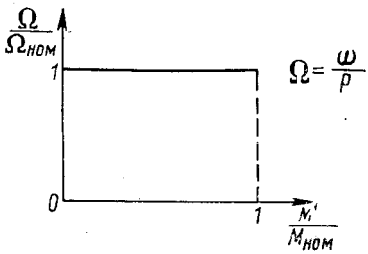


Рис. 12.16. Механическая характеристика синхронного двигателя.

Работа синхронного двигателя возможна только при $0 \leqslant \delta \leqslant 0{,}5\pi$. Увеличение угла δ свыше $0{,}5\pi$ приводит к нарушению устойчивости статического режима. Если, например, предположить, что $M=M_м$ при $\delta>0{,}5\pi$ (точка B на рис. 12.15), то при увеличении $M_м$ даже на малую величину суммарный вращающий момент начнет тормозить ротор ($M-M_м<0$) и, следовательно, будет увеличиваться угол отставания δ. Последнее уменьшит электромагнитный момент M, еще более увеличится δ, в результате нарушится синхронность вращения магнитного поля статора и ротора («выпадение из синхронизма»). Уменьшение момента $M_м$ при $\delta<0{,}5\pi$ аналогичным образом вызовет уменьшение угла δ.

В общем случае для статической устойчивости режима (точка A на рис. 12.15) необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$\frac{\partial M_м}{\partial \delta} < \frac{\partial M}{\partial \delta}.$$

Момент нагрузки синхронного двигателя в реальных условиях может значительно превосходить свое расчетное значение, что вызывает выпадение двигателя из синхронизма. Для предотвраще-

ния этого его максимальный момент выбирается в 1,5—3 раза больше, чем момент номинальной (расчетной) нагрузки M_{max}. Таким образом, в нормальных эксплуатационных режимах синхронного двигателя отставание оси ротора от оси поля токов статора, описываемое углом δ, ограничивается пределами от нуля (холостой ход) до 20—40° (номинальная нагрузка). Увеличение возбуждения синхронного двигателя повышает его максимальный электромагнитный момент M_{max} за счет усиления магнитной связи ротора и статора.

U-образные характеристики синхронного двигателя (рис. 12.17) описывают его свойство изменять при данном моменте нагрузки $M_м$ величину и фазу тока статора I в зависимости от тока возбуждения $i_в$, что формально следует из (12.4). Такая особенность синхронного двигателя обеспечивает возможность его эксплуатации при коэффициенте мощности, близком к единице, т. е. в режиме, наиболее выгодном в энергетическом отношении (точки *0*, *1*, *2* на рис. 12.17).

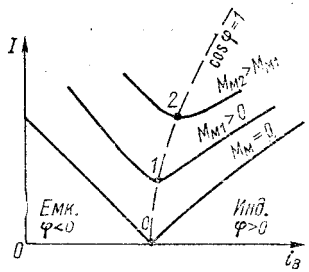


Рис. 12.17. U-образные характеристики синхронного двигателя.

Как видно из рис. 12.17, режиму $\cos\varphi = 1$ соответствует минимум тока статора I и, следовательно, минимум потерь в его обмотке и питающей линии передачи.

Синхронные двигатели несмотря на свои хорошие энергетические показатели используются ограниченно, поскольку требуют применения сложных пусковых схем и устройств, обеспечивающих их синхронизацию с источниками питания.

§ 12.4. Параллельная работа синхронных генераторов

На судах предусматривается совместная работа источников электроэнергии на общую нагрузку в сети. На рис. 12.18 показана однофазная принципиальная схема включения синхронных генераторов *СГ1* и *СГ2* на параллельную работу в режиме общей нагрузки в сети с сопротивлением $\underline{Z} = r + jx$. Установка на судне нескольких генераторов вместо одного, эквивалентного (равного) им по мощности, нужна для повышения надежности питания электроэнергией, а также для увеличения моторесурса и экономичности работы генераторных агрегатов (в основном их первичных тепловых двигателей). Использование параллельной работы эффективно, если общая нагрузка сети распределяется между генераторными агрегатами равномерно (пропорционально номинальным мощностям в случае их неравенства).

Закономерности управления распределением нагрузок удобно рассматривать с помощью однофазной схемы замещения (рис. 12.19). В схеме предусмотрена параллельная работа син-

хронного генератора *СГ* с сетью, имеющей идеальный источник напряжения u (или $\underline{U}$):

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

и нагрузку с сопротивлением $\underline{Z} = r + jx$. Любая нагрузка в сети ($\varphi = \text{var}$) не влияет на постоянство амплитуды U_m, частоты ω

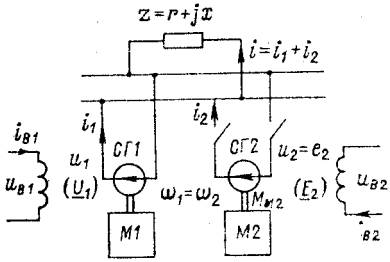


Рис. 12.18. Схема параллельного включения синхронных генераторов.

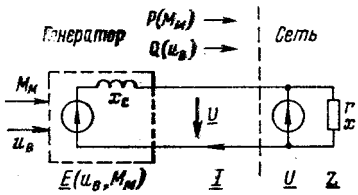


Рис. 12.19. Схема для расчета мощности синхронного генератора при параллельной работе с сетью бесконечной мощности.

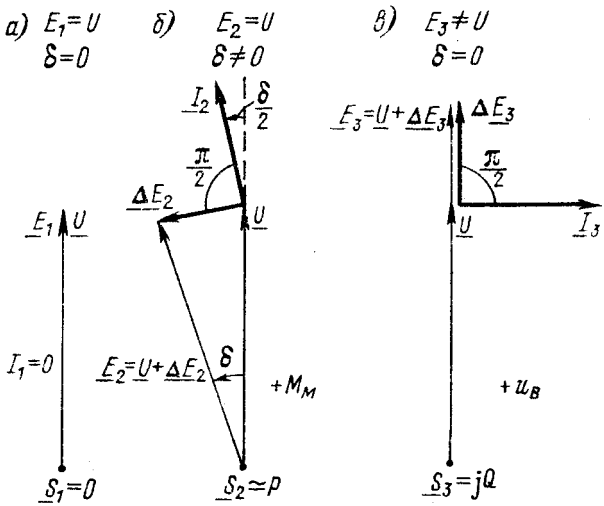


Рис. 12.20. Векторные диаграммы параллельной работы синхронной машины с ЭДС $\underline{E}$ с сетью бесконечной мощности с напряжением $\underline{U}$: *а* — при отсутствии обмена мощностью ($\underline{S}=0$); *б* — при обмене активной мощностью ($\underline{S}=P$); *в* — при обмене реактивной мощностью ($\underline{S}=jQ$).

и фазы $\psi_u = 0$ источника. Поэтому такую сеть с идеальным источником напряжения u_1 называют сетью бесконечной мощности.

Если ЭДС $\underline{E}$ синхронного генератора, представленного на рис. 12.19, равна по амплитуде и частоте и противоположна по фазе напряжению сети $\underline{U}$, то ток генератора $\underline{I}$ будет равен нулю (рис. 12.20, *а*).

Увеличение вращающегося момента $M_м$ приводного механизма синхронного генератора приведет согласно рис. 12.15 к появлению дополнительного сдвига фаз δ напряжения $\underline{U}$ и ЭДС генератора $\underline{E}$, при котором возникнет электромагнитный момент торможения $\underline{M}$, уравновешивающий $M_м$.

Ток нагрузки генератора $\underline{I}$ определяется с помощью уравнения Кирхгофа для контура синхронный генератор—источник напряжения $\underline{U}$

$$\underline{E}-\underline{U}=jx_c\underline{I},$$

которое при $|\underline{U}|=|\underline{E}|$ и малых δ приобретает вид

$$U\sin\delta=x_cI,$$

где x_c — внутреннее сопротивление (синхронная реактивность) генератора.

Активная P и реактивная Q составляющие комплекса мощности $\underline{S}=\underline{EI}^*=P+jQ$ [см. (2.23)], отдаваемой в сеть (с напряжением $\underline{U}$) синхронным генератором как источником ЭДС, нагруженным током I, согласно векторной диаграмме, приведенной на рис. 12.20, *б*, определяются выражениями

$$P=EI\cos\frac{\delta}{2}=\frac{2U^2}{x_c}\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2};$$

$$Q=EI\sin\frac{\delta}{2}=\frac{2U^2}{x_c}\sin^2\frac{\delta}{2}.$$

Соотношение этих составляющих в рабочем диапазоне значений углов δ (рис. 12.21) показывает, что определяющее их изменение момента первичного двигателя $M_м$ влияет, главным образом, на изменение активной мощности P, отдаваемой генератором в сеть. Изменение момента $M_м$ влияет на реактивную составляющую Q мощности генератора $\underline{S}$ значительно слабее.

Если пренебречь потерями в генераторе, то будет справедливо равенство мощностей, подводимой от двигателя и отдаваемой в сеть:

$$P=M_м\Omega.$$

Если первичный двигатель создаст тормозной момент ($M_м<0$), то появится ток $\underline{I}$ с отрицательной активной составляющей в отношении ЭДС $\underline{E}$ и, следовательно, изменится знак активной мощности P. Это указывает на переход синхронного генератора в двигательный режим, в котором электромагнитная энергия сети преобразуется в механическую.

Итак, для увеличения активной мощности, отдаваемой синхронным генератором при параллельной работе, необходимо увеличивать момент его двигателя. Для уменьшения этой мощности момент двигателя должен снижаться.

Увеличение напряжения возбуждения $u_в$ приводит к возрастанию ЭДС $\underline{E}$ (по модулю) до значения $\underline{E}_з = \underline{U} + \Delta\underline{E}_з$, показанного на рис. 12.20, *в* для режима без нагрузки активной мощностью ($\delta = 0$ и $P = 0$).

Ток генератора $\underline{I}_з$, согласно приведенному выше уравнению для контура источник напряжения $\underline{U}$ — синхронный генератор, будет равен

$$\underline{I}_з = \frac{\underline{E}_з - \underline{U}}{jx_с} = \frac{\Delta\underline{E}_з}{jx_с}.$$

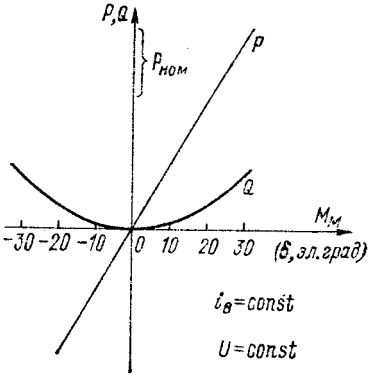


Рис. 12.21. Зависимость активной P и реактивной Q мощностей параллельно работающей синхронной машины при изменении приложённого момента вращения (угла δ).

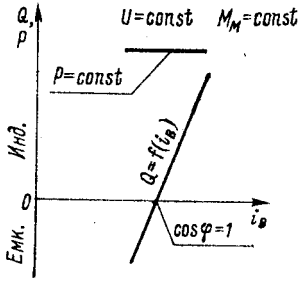


Рис. 12.22. Зависимость реактивной Q и активной P составляющих мощности синхронного генератора при изменении его тока возбуждения в режиме параллельной работы.

При принятых условиях ЭДС $\underline{E}_з$ совпадает по фазе с $\underline{U}$, и поэтому здесь ток $\underline{I}_з$ сдвинут по фазе относительно ЭДС $\underline{E}_з$ на угол $-0{,}5\pi$ благодаря индуктивному характеру сопротивления контура ($x_с$). Изменение ЭДС генератора, вызванное изменением его тока возбуждения $i_в$, влияет в основном на реактивный ток статора и незначительно — на изменение его активной мощности P (рис. 12.22).

Включение синхронного генератора на параллельную работу с сетью или другим генератором (см. рис. 12.18), называемое **синхронизацией**, должно производиться так, чтобы при этом не возникали значительные толчки тока, электромагнитного момента, изменения напряжения.

Для обеспечения идеальной синхронизации, когда перечисленные нарушения отсутствуют, необходимо, чтобы амплитуды, частоты и фазы напряжения сети $u_1 = U_{m1}(\omega_1 t + \psi_{и1})$ и генератора $u_2 = U_{m2}\sin(\omega_2 t + \psi_{и2})$ в момент включения (замыкания коммутационного аппарата) были равны:

$$U_{1m} = U_{2m}; \quad \omega_1 = \omega_2; \quad \psi_{и1} = \psi_{и2}.$$

При этом соблюдается постоянное во времени равенство мгновенных значений напряжений u_1 и u_2 и, следовательно, равенство нулю тока между обоими источниками.

Нарушение этих условий может привести к опасным последствиям: механическим повреждениям генератора и коммутационного аппарата (выключателя), обгораниям контактов аппарата, перерывам в питании потребителей электроэнергии. На рис. 12.23 показаны всплески тока i_{max} и электромагнитного момента генератора при синхронизации с сетью бесконечной мощности (кри-

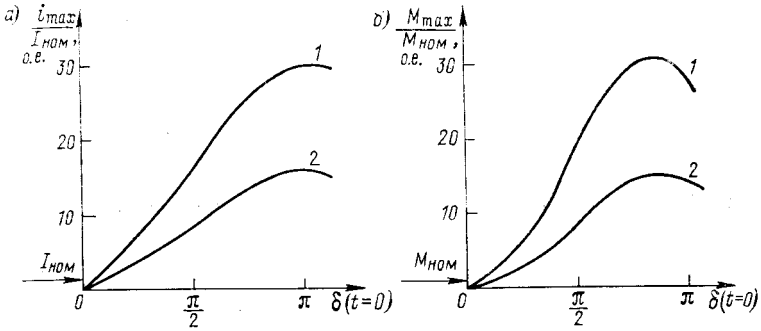


Рис. 12.23. Влияние начального рассогласования фаз напряжений на максимальные значения (о. е.) токов i_{max} (*а*) и электромагнитных моментов M_{max} (*б*) при синхронизации генератора с сетью бесконечной мощности и другим генератором равной мощности.

вая *1*) и генератором равной мощности (кривая *2*) в зависимости от разности фаз δ напряжения сети (генератора) $\underline{U}$ и ЭДС $\underline{E}$. На судах в момент включения генераторов на параллельную работу допускается значение этой разности фаз не более 10 эл. град.

Включение синхронных генераторов на параллельную работу при отсутствии рассогласования их напряжений по фазе, но при неравных частотах ω_1 и ω_2 вызывает процесс, называемый втягиванием в синхронизм. Его сущность состоит в выравнивании частот ω_1 и ω_2 (или им соответствующих угловых скоростей роторов $\Omega_1=\omega_1/p_1$ и $\Omega_2=\omega_2/p_2$) благодаря действию электромагнитных моментов обоих генераторов, которые возникают при их несинхронной и, следовательно, несинфазной работе. Неравенство этих скоростей в установившемся режиме параллельной работы несовместимо с принципом действия синхронной машины. В процессе синхронизации (уравнивания угловых скоростей) происходит перераспределение кинетических энергий роторов: уменьшение у более быстрого вращающегося генератора и увеличение у более медленно вращающегося.

Процесс уравнивания частот ω_1 и ω_2 судовых генераторов обычно протекает колебательно, с затуханием, обусловленным потерями энергии в генераторах и линии их связи. Если началь-

ное скольжение $s=(\omega_1-\omega_2)\omega_{\text{ном}}^{-1}\cdot 10^2$, % (в момент включения генератора на параллельную работу) выше определенного предела (3—5 %), зависящего от характеристик генератора и сети, то у генератора втягивание в синхронизм не происходит. Возникает процесс, называемый нарушением (потерей) динамической устойчивости, при котором разность фаз увеличивается более чем на угол π. Такой процесс (включающий режим короткого замыкания при $s=\pi$) связан со значительными увеличениями токов и моментов генераторов и снижением напряжения у потребителей. Поэтому для успешной синхронизации с $\delta<0{,}5\pi$ (кривые *1*) включение на параллельную работу допускается при ограниченной разности частот или соответствующем ей скольжении $s\leqslant 2\div 4$ %). Для повышения точности и быстроты осуществления процедуры включения на параллельную работу на судах используют автоматические устройства, называемые синхронизаторами.

§ 12.5. Расчеты режимов судовых синхронных генераторов

Пример 12.1. Определить начальный провал напряжения (изменение действующего значения напряжения в начале переходного процесса) при пуске асинхронного двигателя от ненагруженного синхронного генератора и оценить начальное значение пускового момента двигателя.

Исходные данные: судовой синхронный генератор типа МСК 103-4, $S_{\text{ном}}=250$ кВ·А, $U_{\text{ном}}=400$ В (линейное), соединение фаз — «звезда», $\cos\varphi_{\text{ном}}=0{,}8$, $R_1=0{,}02$ Ом, $x'_d=0{,}119$ Ом, асинхронный двигатель типа АО2-81-60М2, $P_{\text{д. ном}}=30$ кВт, $U_{\text{д. ном}}=380$ В, $I_{\text{д. ном}}=55{,}0$ А, коэффициент мощности в номинальном режиме $\cos\varphi_{\text{ном}}=0{,}91$ и в пусковом $\cos\varphi_{\text{п}}=0{,}35$, пусковой ток $I_{\text{д. п}}=7I_{\text{д. ном}}$, пусковой момент $M_{\text{д. п}}(\Omega=0,\ U_{\text{ном}})=1{,}1M_{\text{д. ном}}$.

Расчет. Пусковой ток двигателя при номинальном напряжении

$$I_{\text{д. п}}=I_{\text{д.ном}}\cdot 7=55{,}0\cdot 7=385\ \text{А}.$$

Полное сопротивление фазы обмотки статора электродвигателя в режиме пуска

$$Z_{\text{д. п}}=\frac{U_{\text{д. ном}}}{\sqrt{3}\,I_{\text{д. п}}}=\frac{380}{\sqrt{3}\cdot 385}=0{,}570\ \text{Ом}.$$

Активная составляющая пускового сопротивления электродвигателя

$$r_{\text{д. п}}=Z_{\text{д. п}}\cos\varphi_{\text{п}}=0{,}570\cdot 0{,}35=0{,}1990\ \text{Ом}.$$

Индуктивная составляющая пускового сопротивления электродвигателя

$$x_{\text{д. п}}=Z_{\text{д. п}}\sin\varphi_{\text{п}}=0{,}570\cdot 0{,}936=0{,}534\ \text{Ом}.$$

Комплексное сопротивление последовательно включенной фазы генератора и двигателя в режиме пуска

$$\underline{Z}_{\text{п}} = (R_1 + jx'_d) + (r_{\text{д. п}} + jx_{\text{д. п}}) = 0{,}02 + j \cdot 0{,}119 + \\ + 0{,}199 + j \cdot 0{,}534 = 0{,}219 + j \cdot 0{,}653 \text{ Ом};$$

$$|\underline{Z}_{\text{п}}| = Z_{\text{п}} = \sqrt{(\operatorname{Re} \underline{Z}_{\text{п}})^2 + (\operatorname{Im} \underline{Z}_{\text{п}})^2} = \sqrt{0{,}219^2 + 0{,}653^2} = 0{,}671 \text{ Ом}.$$

Ток в начале пуска

$$I_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}\, Z_{\text{п}}} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 0{,}671} = 344 \text{ А}.$$

Напряжение генератора (фазное) в начале пуска

$$U_0 = Z_{\text{д. п}} I_{\text{п}} = 0{,}570 \cdot 344 = 196 \text{ В}.$$

Провал напряжения генератора в начале пуска двигателя

$$\Delta U = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} - U_0 = \frac{400}{\sqrt{3}} - 196 = 35 \text{ В}$$

или в относительных единицах

$$\Delta U = \frac{\Delta U,\ \text{В}}{\sqrt{3}\, U_{\text{ном}},\ \text{В}} = \frac{35}{400} \sqrt{3} = 0{,}178 \text{ о. е.}$$

Кратность пускового момента, зависящего согласно (11.12) от квадрата напряжения, при провале напряжения до значения U_0

$$M_{\text{п}} = M_{\text{п. ном}} \left(\frac{U_0 \sqrt{3}}{U_{\text{д. ном}}} \right)^2 = M_{\text{п. ном}} \left(\frac{196}{380} \sqrt{3} \right)^2 = 0{,}798 M_{\text{п. ном}}.$$

Таким образом, пуск асинхронного двигателя, мощность которого соизмерима с мощностью генератора (в данном случае $P_{\text{д. ном}}/S_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}} = 0{,}15$) из-за больших кратностей пускового тока (здесь 7) и низкого значения коэффициента мощности $\cos \varphi_{\text{п}}$ (здесь 0,35) вызывает существенное снижение напряжения в начале переходного режима. Такое снижение напряжения (ухудшение качества напряжения) может неблагоприятно сказаться на работе потребителей. Здесь, в частности, это проявилось в снижении пускового момента почти на 20 %.

Пример 12.2. Определить начальные значения электромагнитного момента ненагруженного судового генератора при синхронизации с береговой сетью (бесконечной мощности).

Исходные данные: синхронный генератор мощностью $S_{\text{ном}} = 1850$ кВ·А, $\cos \varphi = 0{,}8$, $U_{\text{ном}} = 400$ В (линейное), сопротивление фазы статора активное $R_1 = 0{,}0006$ Ом и индуктивное в начале переходного процесса (сверхпереходное) $x''_d = 0{,}11$ о. е., частота вращения 1500 мин$^{-1}$, разность фаз напряжений генератора и сети в момент замыкания коммутационного аппарата $\delta = +20$ эл. град. Сопротивление кабельной линии из-за малой величины не учитывается. Линейное напряжение береговой сети 400 В, частота 50 Гц.

Расчет. Номинальный ток генератора (см. пример 12.1)

$$I_{\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3}\, U_{\text{ном}}} = \frac{1\,875\,000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 2500 \text{ А}.$$

Базисное сопротивление (фазы)

$$z_{\text{б}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}\, I_{\text{ном}}} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 2500} = 0{,}092 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление фазы в начале переходного режима в физических единицах

$$x''_d, \text{ Ом}, = x''_d, \text{ о. е.} \cdot z_{\text{б}}, \text{ Ом}, = 0{,}11 \cdot 0{,}092 = 0{,}0101 \text{ Ом}.$$

Разность фазных напряжений сети и генератора (см. рис. 12.20, *б*) перед включением

$$\Delta E = 2\frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} \sin\frac{\delta}{2} = \frac{2 \cdot 400}{\sqrt{3}} \sin\frac{20}{2} = 80{,}3 \text{ В}.$$

Ток генератора в начале процесса синхронизации

$$I_0 = \frac{\Delta E}{x''_d} = \frac{80{,}3}{0{,}0101} = 7960 \text{ А}$$

или в относительных единицах

$$I_0, \text{ о. е.} = \frac{I_0, \text{ А}}{I_{\text{ном}}, \text{ А}} = \frac{7960}{2500} = 3{,}19 \text{ о. е.}$$

Электромагнитная мощность, отдаваемая генератором в сеть в начале процесса синхронизации,

$$P_0 \approx \sqrt{3}\, U_{\text{ном}} I_0 \cos\frac{\delta}{2} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 7960 \cos\frac{20}{2} = 5420 \text{ кВт}.$$

Электромагнитный момент в номинальном режиме

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\Omega_{\text{ном}}} = \frac{30 S_{\text{ном}} \cos\varphi_{\text{ном}}}{\pi n} = \frac{30 \cdot 1\,875\,000 \cdot 0{,}8}{\pi \cdot 1500} = 9\,560 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Электромагнитный момент в начале режима синхронизации

$$M_0 = \frac{P_0}{\Omega_{\text{ном}}} = \frac{30 P_0}{\pi n} = \frac{30 \cdot 5\,420\,000}{\pi \cdot 1500} = 34\,500 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

или в относительных единицах

$$M_0, \text{ о. е.} = \frac{M_0, \text{ Н} \cdot \text{м}}{M_{\text{ном}}, \text{ Н} \cdot \text{м}} = \frac{34\,500}{9560} = 3{,}61 \text{ о. е.}$$

Такая величина внезапно нарастающего электромагнитного момента может быть причиной механических повреждений как у самого генератора, так и у вращающего его дизеля или турбины.

Глава 13

МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 13.1. Общие сведения

Машинами постоянного тока называются вращающиеся преобразователи механической энергии в электрическую (в генераторном режиме) или электрической энергии в механическую (в двигательном) при постоянном по знаку напряжении. Электрические

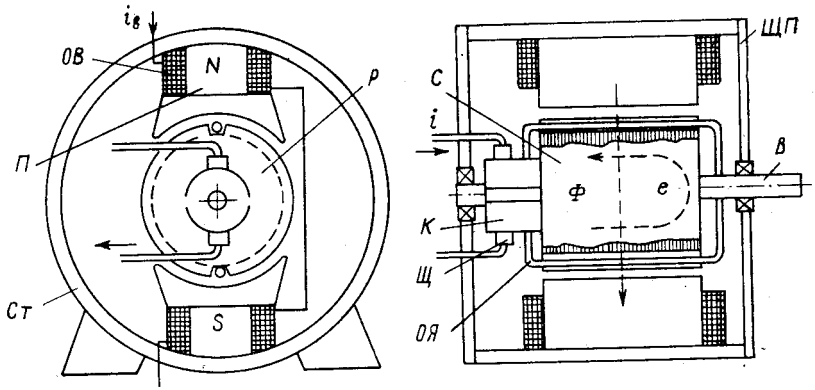


Рис. 13.1. Схема устройства машины постоянного тока.

машины постоянного тока обратимы: они могут работать как в генераторном, так и в двигательном режиме.

Основными неподвижными элементами конструкции машины постоянного тока являются (рис. 13.1) статор *Ст*, имеющий полюса с обмотками, подшипниковые щиты и щеточный аппарат. Статор *Ст* имеет форму толстостенного стального цилиндра и является частью магнитопровода для основного магнитного потока машины. С помощью статора осуществляется крепление машины в целом на несущей конструкции (фундаменте) и крепление полюсов *П* с обмотками возбуждения *ОВ* и подшипниковых щитов *ЩП*.

Серийные судовые машины постоянного тока общего назначения имеют 2—3 пары полюсов. Магнитопровод полюсов набирается из тонких пластин электротехнической стали. У машин малой мощности «железо» полюсов — сплошное. Поверхности «железа» полюсов, обращенные к статору и ротору, имеют цилиндрическую форму. На магнитопровод полюсов накладывается обмотка, протекание по которой тока возбуждения $i_в$ создает основное магнитное поле. В подшипниковых щитах, устанавливаемых на торцевых сторонах статора, находятся подшипники, в которых вращается ротор *Р*, называемый также якорем. На валу *В* ротора машины жестко укреплены пакеты листов электротехнической

стали *С*, образующие магнитопровод якоря, и коллектор *К*. В пакетах стали предусматриваются аксиально ориентированные пазы для обмотки якоря *ОЯ*, в которой создается основная ЭДС машины. Вал воспринимает момент электромагнитных сил взаимодействия поля полюсов и тока якоря *i*, а также внешний механический момент двигателя или механизма нагрузки, присоединенных к машине. Коллектор (рис. 13.2), изолированные друг от друга пластины *П* которого изготовляются из меди, предназначен для

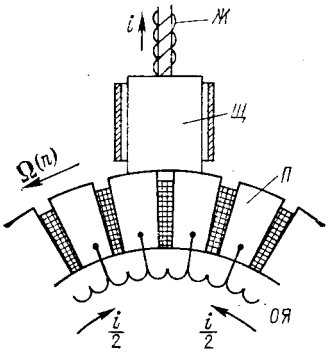


Рис. 13.2. Эскиз контактного соединения коллектора и щетки.

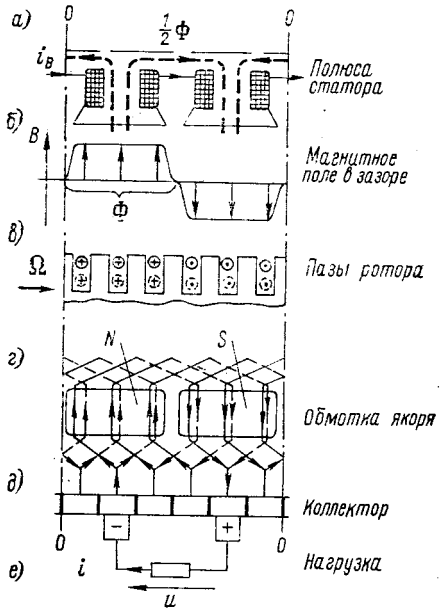


Рис. 13.3. Взаимодействие основных элементов генератора постоянного тока.

контактного подсоединения вращающейся обмотки якоря *ОЯ* к неподвижным угольным щеткам *Щ*. Щетки своими торцевыми поверхностями скользят по цилиндрической поверхности коллекторных пластин *П*. Токопроводящие жгуты щеток *Ж* с помощью внутренней проводки машины присоединяются к наружным ее клеммам, через которые машина включена во внешнюю цепь нагрузки или источника питания соответственно в генераторном или двигательном режиме.

Взаимодействие основных элементов машины постоянного тока в генераторном режиме показано на развертке ее поперечного сечения (рис. 13.3, *а* и 13.3, *в*) и сопряженной с ней схеме якоря (рис. 13.3, *г* и 13.3, *д*). Ток возбуждения $i_в$, протекая по обмоткам полюсов статора (см. рис. 13.3, *а*), создает магнитное поле, которое может быть описано общим магнитным потоком Ф или эпюрой распределения магнитной индукции *B* в воздушном зазоре по окружности якоря (рис. 13.3, *б*). Обмотка, уложенная здесь в два слоя в пазы якоря (см. рис. 13.3, *в*), находится в магнитном поле

полюсов. Для упрощения схемы на рис. 13.3, *в* предполагается, что машина имеет только шесть пазов и в каждом пазу уложено по два стержня (проводника) обмотки: один сверху, а другой снизу. В генераторном режиме якорь (ротор) машины вращается присоединенным двигателем с угловой скоростью Ω. На участках обмотки якоря, находящихся в пазах, при его вращении в магнитном поле в соответствии с законом электромагнитной индукции возникает ЭДС. Эти так называемые «активные» участки обмотки соединены друг с другом (см. рис. 13.3, *г*) с помощью лобовых частей, находящихся вне магнитного поля полюсов (зоны N и S на рис. 13.3, *г*). Схема соединений активных участков обеспечивает суммирование их ЭДС. К лобовым частям обмотки с одной стороны якоря присоединяются пластины коллектора (см. рис. 13.3, *д*). Щетки на коллекторе устанавливаются в продольной плоскости симметрии полюсов и тем самым оказываются присоединенными к парам пластин, напряжение между которыми имеет наибольшее значение. В частности, на рис. 13.3, *г* видно, что только при указанном положении щеток сумма ЭДС последовательно соединенных стержней (ЭДС якоря) максимальна, при этом все индуцируемые при вращении якоря ЭДС в цепи щетка («+»)—обмотка—щетка («—») имеют одинаковое направление. Обмотка включена между щетками двумя параллельными ветвями, токи в которых одинаковы и равны половине общего тока щетки (рис. 13.3, *е*). В машинах постоянного тока используются и другие разновидности обмоток (с числом параллельных ветвей более двух). При числе пар полюсов p более единицы щетки могут соединяться параллельно или последовательно для суммирования соответственно токов или ЭДС ветвей.

§ 13.2. Электродвижущая сила и электромагнитный момент якоря

Магнитное поле машины, создаваемое обмоткой возбуждения, концентрируется главным образом в пределах магнитопровода — полюсов и якоря (рис. 13.4). При вращении якоря с угловой скоростью Ω активные части l каждой петли обмотки перемещаются параллельно самим себе по дугам, длины которых dx примерно равны соответствующему линейному перемещению точек окружности якоря с диаметром D за время dt:

$$dx = \Omega \frac{D}{2} dt.$$

Изменение потока Φ, пронизывающего каждый виток обмотки (см. рис. 13.4), которое определяется перемещением обеих его активных сторон, описывается уравнением

$$d\Phi = d\Phi_1 + d\Phi_2 = -B_1 l\, dx - B_2 l\, dx,$$

где B_1 и B_2 — магнитная индукция в зонах первой и второй активных сторон с длиной l.

Не внося существенной ошибки в конечный результат, можно индукцию в пределах полюсного деления принять постоянной и равной B. Тогда последнее уравнение приобретает вид

$$d\Phi = -2Bl\Omega\frac{D}{2}dt.$$

Число таких последовательно соединенных витков w в одной параллельной ветви обмотки, имеющей N активных стержней на якоре и $2a$ параллельных ветвей, равно $N/(2a)$. Магнитный поток одного полюса Φ при сделанных допущениях равен произведению среднего значения индукции B на площадь поверхности якоря под

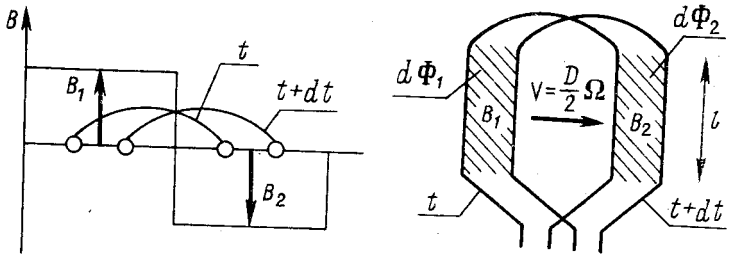


Рис. 13.4. Изменения магнитного потока через виток обмотки якоря, вращающегося в магнитном поле с индукцией B.

одним полюсом S_1. Площадь поверхности S_1 у машины с числом пар полюсов p определяется геометрически очевидным равенством

$$S_1 = 0{,}5\pi Dlp^{-1}.$$

За время dt полное изменение потокосцепления $d\Psi$ контура каждой параллельной обмотки якоря при его вращении в поле полюсов равно

$$d\Psi = -\frac{Np}{2\pi a}\Phi\Omega dt.$$

Отсюда следует основное уравнение ЭДС вращения, индуцируемой в якоре машины постоянного тока:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = c\Phi\Omega. \qquad (13.1)$$

Коэффициент $c = Np/2\pi a$ зависит от конструктивных и схемных параметров и для данной машины — величина постоянная. Магнитный поток Φ ненагруженной машины зависит от магнитодвижущей силы полюсов (определяемой у данной машины током $i_в$ и числом витков обмотки возбуждения) и от магнитного сопротивления магнитопровода. При ненасыщенном магнитопроводе

$$\Phi = ki_в = \frac{k}{r_в}u_в.$$

Зависимость ЭДС e машины от тока возбуждения $i_в$ (рис. 13.5, *а*) при постоянстве угловой скорости ротора (якоря) C называется характеристикой холостого хода. Нелинейность этой характеристики в области больших значений тока возбуждения $i_в$ определяется насыщением магнитопровода. Ненулевое значение ЭДС e_0 при $i_в=0$ объясняется действием остаточного намагничивания (коэрцитивными силами) магнитопровода. В своей ненасыщенной части характеристика холостого хода приближенно описывается пропорциональной зависимостью $e=c_1 i_в$. Напряжение на щетках (клеммах) машины постоянного

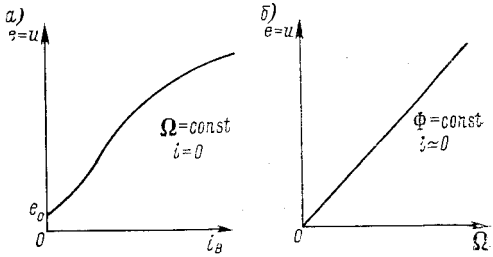


Рис. 13.5. Характеристика холостого хода генератора постоянного тока: *а* — при постоянной угловой скорости Ω; *б* — при постоянном потоке возбуждения Φ.

тока в генераторном режиме без нагрузки равно ЭДС якоря: $u(i=0)=e$.

При постоянстве тока возбуждения $i_в$ и соответствующем ему в режиме холостого хода постоянстве потока Φ напряжение генератора постоянного тока пропорционально его угловой скорости (рис. 13.5, *б*). Последнее позволяет использовать машины постоянного тока как датчики угловой скорости: напряжение на их якоре пропорционально угловой скорости вала. Сконструированные специально для этой цели машины называют тахогенераторами. Их мощность обычно не превышает десятков ватт.

При протекании по обмотке якоря тока i возникают электромагнитные силы взаимодействия тока и магнитного поля, создающие вращающий электромагнитный момент, который может быть рассчитан с помощью закона Ампера (4.18). Более простым путем электромагнитный момент можно определить, пользуясь энергетическими соотношениями. Электромагнитная мощность машины постоянного тока $P_э=ei$ с точностью в несколько процентов равна механической мощности на валу $P=\Omega M_м$. Момент $M_м$ является вращающим моментом первичного двигателя при генераторном режиме машины постоянного тока или моментом торможения присоединенного механизма при двигательном режиме. Приравнивание $M_м$ и M с учетом (13.1) позволяет получить уравнение электромагнитного момента M машины постоянного тока, который в установившихся режимах почти равен $M_м$:

$$M=c\Phi i. \qquad (13.2)$$

Это уравнение справедливо как для генераторного, так и для двигательного режима машины. В генераторном режиме направле-

ния действия электромагнитного момента и угловой скорости противоположны, а в двигательном — совпадают. Направления ЭДС и тока i в генераторном режиме совпадают, а в двигательном — противоположны.

При вращении якоря коллекторные пластины поочередно входят в контакт со щетками через малое сопротивление переходного контакта пластина—щетка. Переходя с одной пластины на другую, щетки соединяют их и тем самым замыкают накоротко подсоединенные к ним участки обмотки (коммутируемые секции).

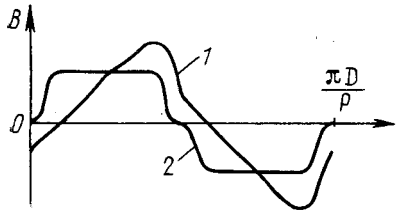


Рис. 13.6. Распределение индукции B в воздушном зазоре по окружности якоря машины постоянного тока в режимах холостого хода (*1*) и нагрузки (*2*).

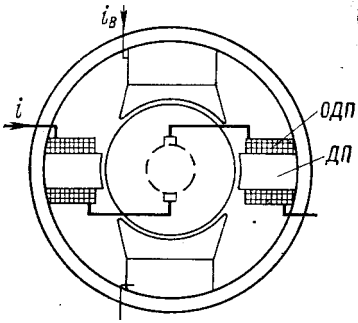


Рис. 13.7. Схематический разрез машины постоянного тока, имеющей основные и дополнительные полюса с обмотками, обтекаемыми током якоря.

В таких секциях возникают ЭДС самоиндукции, взаимоиндукции (с соседними секциями) и вращения в магнитном поле, искаженном реакцией якоря. В конечном итоге переход щетки с пластины на пластину сопровождается искрением в контактах пластина — щетка, вызывающим обгорание поверхностей коллекторных пластин и щеток. Дополнительные полюса машин постоянного тока способствуют устранению (ослаблению) искрения под щетками, обусловленного коммутационными явлениями.

Протекание по обмотке якоря тока i вызывает эффект, называемый реакцией якоря. Он проявляется в искажении магнитного поля, создаваемого полюсами. При больших токах якоря это искажение оказывается существенным (рис. 13.6) и вызывает уменьшение полезного потока и, следовательно, ЭДС якоря. Кроме того, появляется искрение в контактах щетки — коллектор. Для ослабления действия реакции якоря у машины постоянного тока мощностью примерно в 1 кВт и более предусматриваются дополнительные полюса *ДП*, имеющие обмотки *ОДП*, обтекаемые током якоря (рис. 13.7). Они корректируют полезное магнитное поле машины тем сильнее, чем больше искажающее действие реакции якоря.

В судовых условиях машины постоянного тока используются преимущественно как двигатели. В процессе их эксплуатации

требуется систематическая чистка коллектора от окислов и нагара, а также периодическая замена изнашивающихся щеток. Это существенный недостаток машин постоянного тока.

§ 13.3. Генераторный режим машины постоянного тока

Основной характеристикой генератора постоянного тока как источника питания электроэнергией является зависимость его напряжения u от тока нагрузки i, называемая внешней характеристикой: $u=f(i)$. Цепь якоря генератора описывается уравнением источника напряжения u с внутренней ЭДС e и внут-

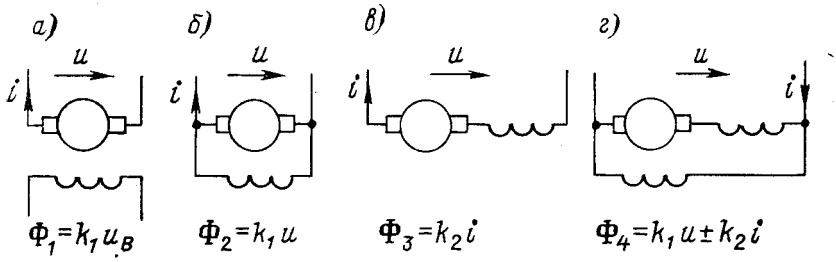


Рис. 13.8. Схемы машин постоянного тока с независимым (*а*), параллельным (*б*), последовательным (*в*) и смешанным (*г*) возбуждением.

ренним сопротивлением r_Σ, равным сумме сопротивлений всех последовательно включенных элементов цепи якоря (например, обмотки якоря $r_я$ и дополнительных полюсов $r_д$):

$$u = e - r_\Sigma i. \qquad (13.3)$$

Здесь принято обычное для автономного источника совпадение направлений ЭДС e и тока i.

Внешняя характеристика в значительной мере определяется зависимостью ЭДС e от тока нагрузки i, которая в свою очередь определяется схемой питания обмоток главных полюсов. У машин постоянного тока используются четыре основных варианта включения обмоток возбуждения (рис. 13.8):

1) на независимый источник напряжения $u_в$ (машины независимого возбуждения);

2) параллельно цепи якоря с напряжением u (машины параллельного возбуждения, или шунтовые);

3) последовательно в цепь якоря с током i (машины последовательного возбуждения, или сериесные);

4) одной обмотки параллельно цепи якоря с напряжением u, а другой — последовательно в цепи якоря с током i (машины смешанного возбуждения, или компаундные).

У обычных машин постоянного тока сопротивление обмотки параллельного возбуждения (шунтовой) $r_{в.ш}$ в несколько десятков раз больше сопротивления номинальной нагрузки генератора $r_{ном}=u_{ном}/i_{ном}$, а сопротивление обмотки последовательного воз-

буждения (сериесной) $r_{в.с}$ в несколько десятков раз меньше $r_{ном}$. Сопротивление обмотки якоря $r_я$ и добавочных полюсов $r_д$ также не превышает нескольких процентов $r_{ном}$.

Генераторы с независимым возбуждением от источника постоянного напряжения $u_в$ при изменении тока нагрузки i сохраняют постоянство потока Ф, так как $Ф_1 = k_1 u_в = const$. Эти зависимости справедливы для магнитопровода в ненасыщенном состоянии, т. е. при ограниченных значениях $u_в$. Пренебрежение влиянием реакции якоря на магнитный поток Ф, не полностью устраняемым дополнительными полюсами, позволяет внешние характеристики генераторов с независимым возбуждением описывать согласно (13.3) прямой:

$$u = u_х - r_\Sigma i,$$

где $u_х = cФΩ$ — напряжение (ЭДС e) генератора в режиме холостого хода (рис. 13.9). В режиме внезапного короткого замыкания ток генератора быстро увеличивается до значений $(15 \div 20) i_{ном}$, а затем снижается, продолжая оставаться в 8—10 раз большим, чем $i_{ном}$. Режим короткого замыкания генератора постоянного тока особенно опасен при независимом возбуждении. Возникают значительные ЭДС, которые вызывают механическое повреждение элементов конструкции генератора. Кроме того, короткое замыкание сопровождается возникновением искрения по всему коллектору, называемого «круговым огнем», которое вызывает обгорание поверхности коллектора и щеток.

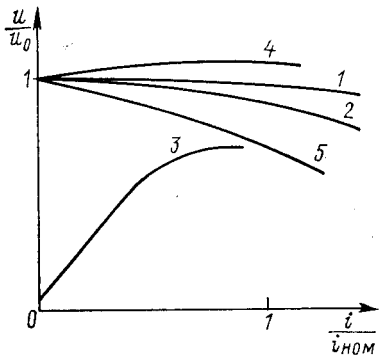


Рис. 13.9. Внешние характеристики генераторов постоянного тока с независимым возбуждением (*1*) и самовозбуждением при параллельном (*2*), последовательном (*3*) и смешанном включении обмоток: согласном (*4*) и противовключении (*5*).

Генераторы с самовозбуждением и обмоткой параллельного возбуждения (см. рис. 13.8, *б*) имеют магнитный поток, зависящий от напряжения u и, следовательно, тока нагрузки i, так как $u = f(i)$. Поэтому внешняя характеристика таких генераторов «мягче», чем у генераторов с независимым возбуждением (рис. 13.9), в особенности в области токов перегрузок ($i > i_{ном}$). Установившийся ток короткого замыкания самовозбуждающегося генератора не превосходит номинального значения $i_{ном}$.

При необходимости поддерживать у генератора постоянное напряжение u используют регулирование его тока возбуждения. Значения тока возбуждения, обеспечивающего $u = const$ при различных токах нагрузки, описываются регулировочной характеристикой $i_в = f(i)$ (рис. 13.10, *а*). Принципиальные схемы регулирования тока возбуждения $i_в$ показаны на рис. 13.10, *б*, *в*.

Генераторы последовательного возбуждения используются редко. В них имеет место значительная взаимная зависимость изменения напряжения u и тока нагрузки i, так как поток пропорционален току нагрузки: $\Phi_3 = k_2 i$. Форма внешней характеристики генераторов последовательного возбуждения показана на рис. 13.9. Нарушение ее линейности при больших токах происходит из-за насыщения магнитной цепи в результате усиления действия реакции якоря.

Генераторы со смешанным возбуждением имеют две обмотки на каждом полюсе, одна из которых обтекается током, пропор-

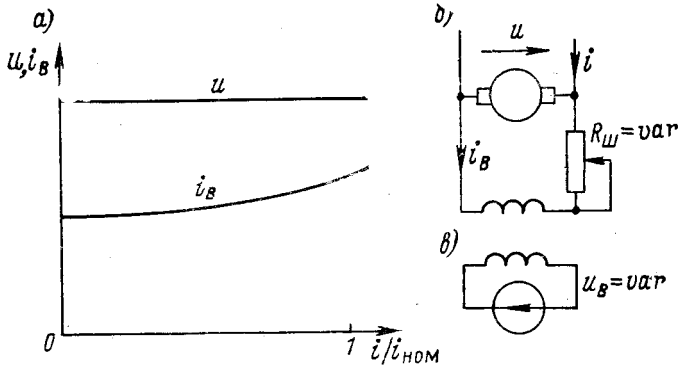


Рис. 13.10. Регулировочная характеристика генератора постоянного тока (*а*) и схемы управления возбуждением при самовозбуждении (*б*) и независимом возбуждении (*в*).

циональным напряжению генератора или постороннего источника напряжения возбуждения, а вторая — током якоря. При отсутствии насыщения магнитопровода при смешанном возбуждении справедлива формула $\Phi_4 = k_1 u \pm k_2 i$. Знаки $\pm$ показывают, что вторая, последовательная (сериесная) обмотка может быть включена так, чтобы либо усиливать магнитное поле параллельной (шунтовой) обмотки, либо его ослаблять. Использование последовательной обмотки с согласным или встречным включением позволяет существенно влиять на внешнюю характеристику генератора постоянного тока (соответственно кривые *4* и *5* на рис. 13.9). Согласное включение обеспечивает большее постоянство напряжения генератора в широком диапазоне токов нагрузки (приближение к характеристике идеального источника напряжения). Встречное включение ограничивает предельные значения тока нагрузки вплоть до режима короткого замыкания (приближение к характеристике идеального источника тока).

Автономные генераторы постоянного тока должны обладать свойством начального самовозбуждения — свойством перехода от состояния $i_в = 0$ и $u = 0$ при $\Omega = 0$ к состоянию $i_в > 0$ и $u \approx u_{ном}$ при $\Omega_{ном}$ без использования дополнительных источников питания. Физически такой переход реализуем, если в генераторе при $i_в = 0$

существует остаточное магнитное поле. Соответствующий этому полю остаточный поток и создаваемая им остаточная ЭДС e_0 (см. рис. 13.5) могут обеспечить самовозбуждение генератора только при выполнении во всем диапазоне значений $0 \leqslant i_в < i_{вA}$ неравенства $i_в r_в < e = f(i_в)$, где $e = f(i_в)$ — характеристика холостого хода. Переходный процесс начального самовозбуждения описывается с помощью уравнения, составленного для контура возбуждения (рис. 13.11, *б*):

$$L_в \frac{di_в}{dt} + r_в i_в = f(i_в),$$

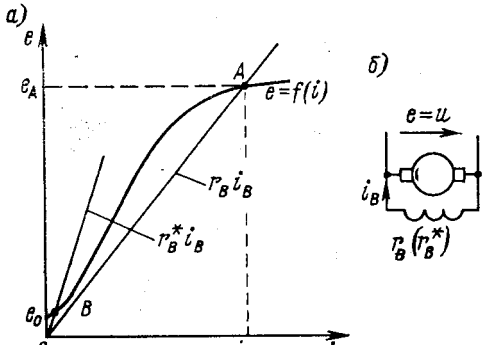


Рис. 13.11. Характеристика холостого хода (*а*) и схема возбуждения генератора (*б*).

решение которого определяет закон нарастания тока возбуждения во времени до установившегося режима, определяемого точкой *A* (рис. 13.11, *а*). Если сопротивление контура возбуждения настолько велико (например, $r_в^*$), что нарушается неравенство $i_в r_в^* < e$, то процесс начального самовозбуждения прекращается при малых значениях e (точка *B* на рис. 13.11, *а*).

§ 13.4. Двигательный режим машин постоянного тока

Машина постоянного тока в двигательном режиме преобразует электрическую энергию источника постоянного напряжения в механическую. Формальными признаками двигательного режима является совпадение направлений действия момента электромагнитных сил M и вращения якоря, а также различные направления ЭДС e и протекающего по нему тока i. Уравнение контура якоря двигателя получается из (13.3) изменением знака тока i:

$$u = e + r_\Sigma i. \qquad (13.4)$$

Механическая характеристика электродвигателя постоянного тока описывает основную для этого типа электрических машин зависимость угловой скорости якоря двигателя от момента электромагнитных сил в установившихся режимах.

Исключение переменных e и i в системе уравнений (13.1), (13.2) и (13.4) приводит к уравнению механической характеристики двигателя постоянного тока

$$\Omega = \frac{u}{c\Phi} - \frac{r_\Sigma}{c^2\Phi^2} M. \qquad (13.5)$$

Работа двигателей постоянного тока описывается также зависимостями подводимой от источника мощности $P_1 = u(i + i_в)$, КПД $\eta = P_2/P_1$, тока якоря i, вращающего момента M, частоты вращения n и других от механической мощности на валу (мощность на выходе) $P_2 = \Omega M$.

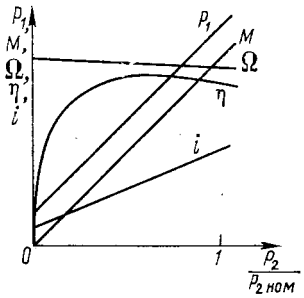


Рис. 13.12. Рабочие характеристики двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением.

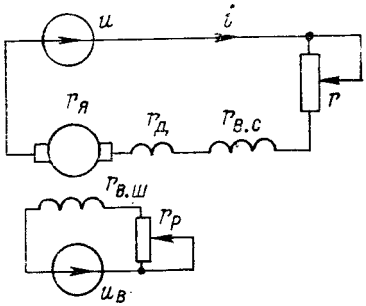


Рис. 13.13. Схема двигателя смешанного возбуждения постоянного тока с пусковым r и регулирующим $r_р$ сопротивлениями и независимым источником питания $u_в$ обмотки параллельного возбуждения.

На рис. 13.12 показан характер этих зависимостей для двигателя параллельного возбуждения. Максимальное значение КПД судовых двигателей постоянного тока находится в пределах 0,7—0,9. Меньшие значения КПД относятся к двигателям малой мощности (единицы киловатт и менее).

Для пуска двигателей постоянного тока и управления их угловой скоростью используются дополнительные сопротивления в цепи якоря r и обмотки возбуждения $r_р$. С этой же целью может использоваться питание цепей якоря и обмотки возбуждения от независимых источников регулируемого напряжения u или $u_в$ (рис. 13.13).

Двигатель со схемой параллельного возбуждения (частный вариант схемы на рис. 13.13 при $u_в = u$ и $r_{в.с} = 0$) имеет механическую характеристику $\Omega = f(M)$, описываемую линейным уравнением

$$\Omega = \frac{r_{в.ш} + r_р}{ck} - \frac{r_я + r_д + r_{в.с}}{c^2k^2u^2}(r_{в.ш} + r_р)^2 M = \Omega_х - C_1 M. \qquad (13.6)$$

которое при принятых допущениях следует из (13.5) с учетом того, что $\Phi = ki_в = ku/(r_{в.ш} + r_р)$. Постоянные $\Omega_х$ и C_1 определяются параметрами машины и напряжением питания.

Естественная механическая характеристика двигателя в отсутствии дополнительных регулировочных сопротивлений ($r=0$, $r_р=0$) оказывается жесткой (рис. 13.14, кривая *1*). Малый наклон характеристики определяется малым значением коэффициента C благодаря малости сопротивления цепи якоря ($r_я+r_д \approx 0{,}02 \div 0{,}005 u_{ном}/i_{ном}$).

Введение дополнительного сопротивления r в цепь якоря позволяет снизить угловую скорость Ω присоединенного механизма, в результате увеличивается наклон характеристики (увеличивается коэффициент C_1) (рис. 13.14, кривая *2*). Использование этого способа связано с существенной потерей энергии P_r, рассеиваемой в сопротивлении r при протекании тока i: $P_r=ri^2$.

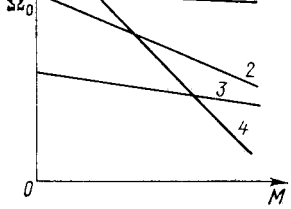


Рис. 13.14. Механические характеристики двигателя параллельного возбуждения.

1 — естественная; *2* — при введении дополнительных сопротивлений в цепь якоря; *3* — при снижении напряжения в цепи якоря; *4* — при введении дополнительных сопротивлений в цепь обмотки возбуждения.

Энергетически более выгодным является управление сопротивлением в цепи возбуждения $r_р$ (рис. 13.14, кривая *4*). Чрезмерное увеличение $r_р$ и в особенности разрыв цепи возбуждения $r_р=\infty$ опасны, так как это приводит к недопустимому увеличению угловой скорости («разносу») электродвигателя Ω и тока якоря i.

Экономичное и плавное управление режимами работы электродвигателей постоянного тока в широком диапазоне угловых скоростей достигается изменением напряжений источников питания цепи якоря u (рис. 13.14, кривая *3*) и цепи возбуждения $u_в$. Эти способы в настоящее время реализуются с помощью полупроводниковых преобразователей на базе тиристоров и транзисторов (см., например, § 13.5).

Управление с помощью дополнительного сопротивления $r=\text{var}$ или переменного напряжения $u=\text{var}$ в цепи якоря необходимо в режимах пуска двигателей. Первоначально значения угловой скорости Ω и, следовательно, ЭДС вращения e малы.

Прямое включение якоря электродвигателя на номинальное напряжение $u_{ном}$ при $\Omega=0$ и, следовательно, при $e=0$ («прямой пуск») вызывает быстрое нарастание пускового тока якоря $i_п$ до значений $(20 \div 30)\, i_{ном}$. Такие кратности пусковых токов $i_п$ следуют из (13.4) при $e=0$:

$$i_п = \frac{u_{ном}-e}{r_\Sigma} = \frac{u_{ном}}{r_\Sigma}$$

с учетом того, что у машин постоянного тока $r_\Sigma \approx (0{,}03 \div 0{,}05)\, u_{ном}/i_{ном}$

Большой пусковой ток $i_п$ опасен тем, что вызывает обгорание коллектора и механические повреждения машины, возникающие под воздействием сопутствующих электродинамических сил. Для ограничения пускового тока якоря допустимыми значениями (обычно порядка $i_{ном}$) необходимо либо увеличить общее сопротивление цепи якоря за счет добавочного пускового (или регулировочного) сопротивления r, либо уменьшить напряжение питания u.

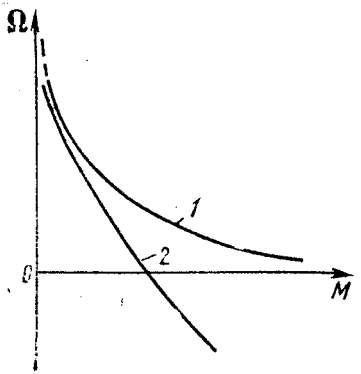


Рис. 13.15. Механические характеристики двигателя последовательного возбуждения.

1 — естественная (при $r=0$); 2 — с дополнительным сопротивлением в цепи якоря ($r>0$).

У электродвигателя со схемой последовательного возбуждения (частный случай схемы на рис. 13.13 при отсутствии $r_{в.ш}$ или $\Phi_2=0$) механическая характеристика описывается уравнением

$$\Omega = \frac{u}{ck_2\sqrt{M}} - \frac{r_я + r_д + r}{c^2 k_2^2}, \qquad (13.7)$$

поскольку при сериесном возбуждении $\Phi_3 = k_3 i$ и, следовательно, $M = C\Phi i = ck_2^{-1}\Phi^2$ или $\Phi = k_2\sqrt{M}$.

Механическая характеристика электродвигателя последовательного возбуждения (рис. 13.15) показывает существенную зависимость его угловой скорости от вращающего момента. Работа такого двигателя без нагрузки (тормозного момента) недопустима, так как приводит к чрезмерному увеличению угловой скорости (теоретически до бесконечности). Наибольшие моменты двигатель развивает при малых угловых скоростях. Введение в цепь якоря сопротивления r увеличивает крутизну этой характеристики и обеспечивает возможность работы электродвигателя в тормозном режиме ($M>0$, $\Omega<0$). Последний обусловлен переходом машины в режим генератора, в котором происходит преобразование кинетической энергии ротора и вращаемого механизма в электрическую. Возможна ее отдача с малыми потерями источнику питания (рекуперация энергии) или в балластные сопротивления, включаемые в цепь якоря (тепловая потеря энергии).

Электродвигатели постоянного тока применяются в якорн швартовных и грузоподъемных устройствах, где требуется плавн регулирование угловой скорости в широких пределах ее измен ния. Наиболее совершенным способом управления режимами р боты для такого двигателя является питание якоря от отдельно регулируемого источника постоянного напряжения, например г нератора постоянного тока (система генератор—двигатель) ил регулируемого полупроводникового преобразователя. Электр двигатели постоянного тока используются в качестве двигателе гребных валов на судах с гребными электрическими установками

§ 13.5. Судовой электродвигатель постоянного тока большой мощности

В 1974 г. отечественной промышленностью было завершено с здание самой мощной в мире гребной электрической установк

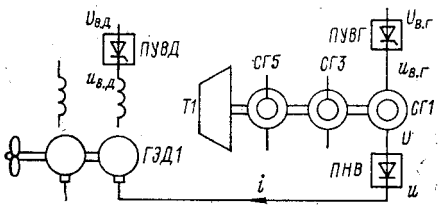


Рис. 13.16. Схема питания и регулирования гребного электродвигателя постоянного тока (ГЭД 1) атомного ледокола «Сибирь».

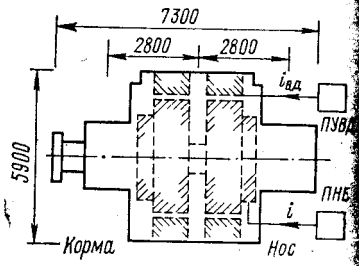


Рис. 13.17. Схема продольного се чения гребного двухъякорно электродвигателя постоянно тока с питанием цепи якоря возбуждения от полупроводнико вых выпрямителей *ПНВ* и *ПУВД*

ГЭУ, предназначенной для ледоколов-атомоходов типа «Сибирь Номинальная мощность установки составляет 54 МВт.

Основными элементами ГЭУ являются два турбогенераторны агрегата (рис. 13.16), каждый из которых состоит из турбины и трех синхронных генераторов *СГ1*, *СГ2*, *СГ3* с общей линие вала, и три двухъякорных электродвигателя постоянного ток *ГЭД* (рис. 13.17), вращающих три гребных винта. Каждый якор гребного электродвигателя получает питание от одного синхрон ного генератора через полупроводниковый неуправляемый выпря митель *ПНВ*. Выбор двигателей постоянного тока с независимы возбуждением в качестве ГЭД определяется возможностью и от носительной простотой технических средств плавного регулирова ния частоты вращения в широком диапазоне ее изменения, необ ходимого для управления режимами работы гребных винто с фиксированным положением лопастей.

Использование генераторов в качестве источников питани в современных ГЭУ обусловлено компактностью, экономичность

и удобством эксплуатации. Согласование рода тока генераторов и гребных электродвигателей в ГЭУ осуществляется неуправляемыми полупроводниковыми выпрямителями. В соответствии с (13.5) управление режимом работы каждого гребного электродвигателя (частотой вращения и связанными с ней вращающим моментом и мощностью на валу) осуществляется путем регулирования подводимого к якорю напряжения u (тока якоря i), а также напряжения $u_{в.д}$ на обмотке последовательного возбуждения (магнитного потока машины Φ_1).

Напряжение u (ток i) якоря двигателя регулируют изменением напряжения синхронного генератора U за счет изменения напряжения $u_{в.г}$ (тока $i_{в.г}$) возбуждения генератора с помощью управляемых полупроводниковых (тиристорных) выпрямителей *ПУВГ*, питаемых от трехфазного источника стабилизированного синусоидального напряжения $U_{в.г}$. Управление током $i_{в.д}$ (напряжением $u_{в.д}$) обмотки возбуждения ГЭД осуществляется с помощью управляемого полупроводникового (тиристорного) выпрямителя *ПУВД*, питаемого от трехфазного источника стабилизированного синусоидального напряжения $U_{в.д}$.

Режим работы ГЭД (уровень мощности) задается с постов управления ГЭУ, один из которых установлен в ходовой рубке ледокола, и автоматически поддерживается регуляторами в цепях возбуждения генератора и гребного двигателя. Основные функции регуляторов следующие:

1) поддержание постоянного (заданного оператором) значения напряжения на якоре ГЭД (или его мощности) для стабилизации частоты вращения винта с помощью выпрямителя в цепи возбуждения генератора;

2) изменение полярности и уровня напряжения (тока) возбуждения ГЭД (для изменения направления вращения винта, а также частоты вращения и момента двигателя). Кроме того, регуляторы выполняют функции защиты цепей ГЭУ от перегрузок и др.

Данные синхронного генератора ГЭУ следующие: частота вращения — 3500 мин$^{-1}$, частота — 116,7 Гц, мощность — 9000 кВт, число фаз — 6, напряжение — 780 В, ток — 3780 А, коэффициент мощности — 0,88, КПД — 0,958, масса — 37 000 кг, длина — 3,6 м, ширина — 2,3 м, высота — 3,2 м. Данные гребного электродвигателя постоянного тока (по одному якорю): частота вращения — 130/185 мин$^{-1}$, мощность — 8800/8100 кВт, напряжение на якоре — 1000 В, ток якоря — 9200/8400 А, КПД — 0,955, напряжение возбуждения — 190 В, ток возбуждения — 190 А. Данные по двигателю в целом: масса — 208 000 кг, длина 7,3 м, ширина — 5,4 м, высота — 5,9 м, момент инерции — 112 000 кг·м^2. Данные неуправляемого полупроводникового выпрямителя: число фаз — 2×3, схема соединений — два трехфазных моста, число параллельных ветвей в плече — 18, число последовательно соединенных вентилей в ветви — 2, номинальный ток нагрузки вентиля — 200 А, отношение предельных значений токов и напряжений преобразователя

и двигателя соответственно — 2,5 и 2,0, КПД — 0,99, масса — 9000 кг, длина — 4,2 м, ширина — 3,2 м, высота — 2,5 м.

Изменением напряжения u на якоре ГЭД обеспечивается устойчивое и плавное управление частотой его вращения n и мощностью P на валу электродвигателя при постоянном и близком к номинальному значению тока возбуждения $i_{в.д}$ (рис. 13.18). Для пуска ГЭД на обмотку возбуждения генератора подается напряжение $u_{в.г}$ (рис. 13.19), что вызывает появление тока возбуждения $i_{в.г}$. Одновременно на обмотку возбуждения подается напряжение

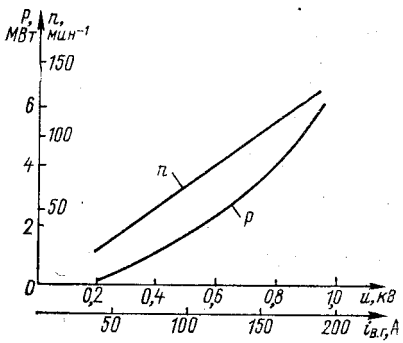


Рис. 13.18. Характеристики управления ГЭД регулированием напряжения на якоре u ($i_{в.д}$=const).

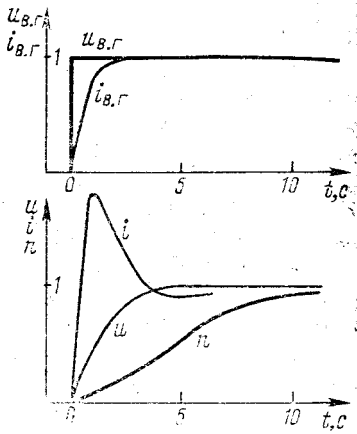


Рис. 13.19. Электромагнитные процессы при пуске ГЭД.

возбуждения $u_{в.д}$, вызывающее появление тока возбуждения $i_{в.д}$. В цепи якоря возникает напряжение u и ток i, обусловливающие вращение и нарастание частоты вращения ГЭД n.

Глава 14

ЭЛЕКТРОПРИВОД

§ 14.1. Общие сведения

Значительная часть производственных операций, выполняемых на судах, связана с необходимостью обеспечивать механическое перемещение рабочих органов исполнительных механизмов. К таким операциям относятся: повороты пера руля, вращение гребного винта, вращение ротора топливного насоса, подъем и опускание гака лебедки и т. д. Движение исполнительному механизму сообщается двигателем того или иного типа (гидравлическим, пневматическим, тепловым, электрическим). Наиболее совершенный тип

двигателя — электрический (ЭД). Он осуществляет преобразование электрической энергии W в механическую $W_{мех}$ и подведение ее к исполнительному механизму M (рис. 14.1). При необходимости согласования механических характеристик электродвигателей и исполнительных механизмов, перемещающих рабочие органы *РО*, используются механические передачи *П*, например редукторы. Для управления режимами работы исполнительного механизма (пуском, остановом, изменением частоты вращения) предусматриваются элементы *ЭУ*, управляющие работой электродвигателей под воздействием сигналов: внешних y_1 и внутренних y_2.

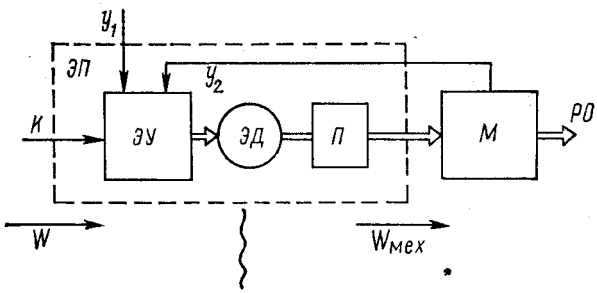


Рис. 14.1. Структурная схема электропривода.

Электроприводом (*ЭП*) называется электромеханическое устройство, состоящее из электродвигателя, элементов управления его работой и передаточного механизма, предназначенное для приведения в движение исполнительного механизма, который осуществляет производственный процесс.

Основными достоинствами электропривода по сравнению с другими типами приводов являются:

— высокий КПД электродвигателя;

— большая перегрузочная способность электродвигателя;

— возможность управления частотой вращения электродвигателя в широких пределах в статических и динамических режимах;

— возможность автоматизации управления исполнительным механизмом, включая использование для этого ЭВМ;

— высокая надежность;

— удобство подведения электрической энергии к исполнительному механизму, осуществляемого по кабелям *К* (см. рис. 14.1);

— возможность оптимизации выбора типов и мощностей электродвигателей для различных исполнительных механизмов и условий эксплуатации, обусловленная их разнообразием;

— удобство и простота эксплуатации.

Перечисленные достоинства электропривода объясняют его широкое использование на судах.

Судовой электропривод впервые был создан и применен в России в 1838 г. для вращения гребных колес бота академиком Б. С. Якоби. Идея, положенная в его основу, в настоящее время

используется при создании судов с электродвижением, т. е. с гребными винтами, имеющими электрический привод.

На современных судах в зависимости от вида исполнительных механизмов различают следующие типовые электроприводы: рулевых устройств (поворота пера руля), якорно-швартовных устройств, лебедок и кранов, вспомогательных механизмов энергетических установок и судовых систем (насосы, вентиляторы, компрессоры) и технологических комплексов судов для шельфов, переработки рыбы и др.

Технические характеристики исполнительных механизмов (мощность, угловая скорость входного вала или закон движения рабочего органа, момент инерции движущихся масс и др.) и условия их эксплуатации (место установки, частота и продолжительность работы, используемые источники электроэнергии и т. д.) определяют состав вопросов, которые решаются при разработке и эксплуатации электроприводов этих механизмов. Главными из них являются вопросы, касающиеся механики электроприводов, режимов нагрева электродвигателя, управления работой электропривода.

§ 14.2. Механика электропривода

В данном параграфе рассматриваются вопросы статики и динамики движения рабочего органа (углового перемещения входного вала) исполнительного механизма, которое регламентируется технологическим процессом. Основные закономерности этого движения определяются с помощью модели электропривода с присоединенным исполнительным механизмом, показанной на рис. 14.2, в которой в целях упрощения предполагается, что электродвигатель *ЭД* непосредственно соединен с входным валом механизма *М* и имеет равную с ним угловую скорость. Предполагается также, что линия вала жесткая.

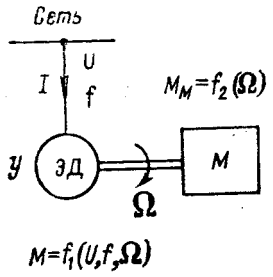


Рис. 14.2. Модель для описания механических процессов электропривода.

Электродвигатель, будучи включенным в сеть с напряжением U и частотой f, под воздействием электромагнитных сил развивает на выходной части вала момент M, определяющий угловую скорость электропривода Ω:

$$\Omega = f_1(M) \quad \text{или} \quad M = F_1(\Omega). \tag{14.1}$$

Механизм на входном участке своего вала, жестко соединенном с валом электродвигателя, создает механический момент $M_м$, который в общем случае функционально связан с угловой скоростью Ω:

$$\Omega = f_2(M_м) \quad \text{или} \quad M_м = F_2(\Omega). \tag{14.2}$$

В нормальных рабочих режимах, когда имеет место преобразование электрической энергии из сети в механическую энергию электропривода и исполнительного механизма, знаки моментов M и $M_м$ противоположны, что позволяет записать

$$M - M_м = J\frac{d\Omega}{dt} = (J_э + J_п + J_м)\frac{d\Omega}{dt}, \qquad (14.3)$$

где J — сумма моментов инерции электродвигателя $J_э$, передачи $J_п$ и механизма $J_м$.

Уравнение (14.3) описывает как динамические (переходные) режимы электропривода, когда угловая скорость Ω изменяется во

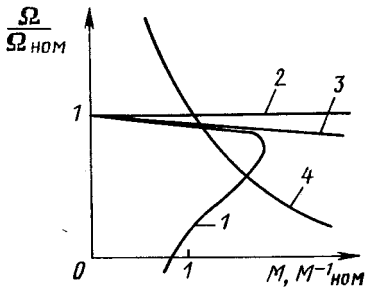


Рис. 14.3. Механические характеристики электродвигателей: асинхронных (*1*); синхронных (*2*); постоянного тока параллельного (*3*) и последовательного (*4*) возбуждения.

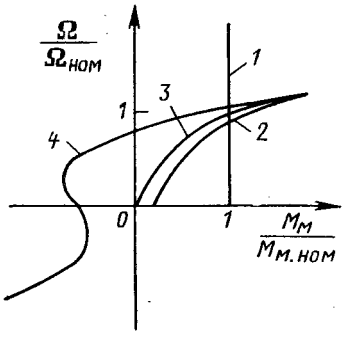


Рис. 14.4. Типичные механические характеристики грузоподъемных устройств (*1*), центробежных насосов (*2*), гребных винтов при постоянной скорости движения судна (*3*) и реверсе (*4*).

времени, так и статические (установившиеся) режимы, характеризуемые ее постоянством. В последнем случае уравнение (14.3) упрощается:

$$M - M_м = 0 \quad \text{или} \quad F_1(\Omega) = F_2(\Omega). \qquad (14.4)$$

Расчеты вращательного движения электропривода по формулам (14.3) и (14.4) необходимы при определении типа и мощности электродвигателя, обеспечивающего требуемые законы изменения Ω в статических и динамических режимах.

Механические характеристики $\Omega = f_1(M)$ электродвигателей различных типов (рис. 14.3), рассмотренных в гл. 11, 12 и 13, пригодны для расчетов установившихся режимов согласно (14.4). В переходных режимах электропривода, описываемых уравнением (14.3), механические характеристики (14.1) и (14.2) зависят от возникающих при этом электромагнитных переходных процессов в обмотках двигателя. Последние затухают значительно быстрее, чем электромеханические, что позволяет в оценочных расчетах по уравнению (14.3) с допустимой потерей точности использовать механические характеристики электродвигателей в статических режимах (см. рис. 14.3).

Механические характеристики исполнительных механизмов $\Omega = F_2(M_м)$ определяются их типом и режимом работы во времени. Форма характеристик некоторых типов судовых механизмов в статических режимах показана на рис. 14.4 и 14.5, где $M_{м.ном}$ и $\Omega_{ном}$ — момент и угловая скорость в номинальном режиме.

Определяемые технологическим процессом изменения во времени нагрузки исполнительного механизма (сил сопротивления движению его рабочего органа) приводят к изменениям момента $M_м$ и угловой скорости Ω. На рис. 14.6 показан в качестве примера график изменения момента нагрузки $M_м$ и угловой скорости Ω якорного электропривода при подъеме якоря.

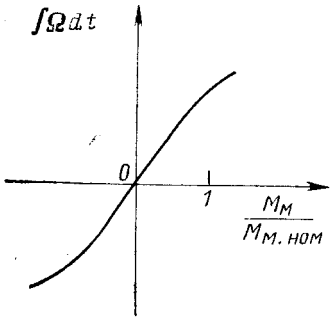


Рис. 14.5. Механическая характеристика рулевого электропривода.

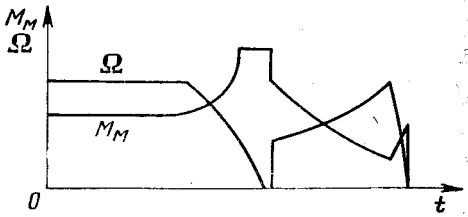


Рис. 14.6. Режим нагрузки якорного электропривода.

Моменты инерции $J_э$, $J_п$ и $J_м$ определяются в соответствии с общим выражением для момента инерции массы относительно оси вращения:

$$J = \int_{(m)} \rho^2 \, dm, \tag{14.5}$$

где ρ — кратчайшее расстояние между массой dm и осью вращения.

В случае если вращательное движение вала электродвигателя с угловой скоростью Ω преобразуется в исполнительном механизме в поступательное движение массы m с соответствующей скоростью V, то ее инерция описывается эквивалентным моментом инерции $J^1_м$. Последний определяется равенством энергии поступательного движения массы m и энергии вращательного движения некоторой массы, имеющей искомый эквивалентный момент инерции:

$$m \frac{V^2}{2} = J^1_м \frac{\Omega^2}{2}, \tag{14.6}$$

откуда

$$J^1_м = m \frac{V^2}{\Omega^2}. \tag{14.7}$$

Простейший пример такого расчета — определение эквивалентного момента инерции $J^1_м$ груза $Г$ с массой m, поднимаемого тросом T (рис. 14.7). Трос наматывается на шкив с радиусом ρ и моментом инерции $J_ш$. Шкив укреплен на валу электродвигателя $ЭД$, ротор которого имеет момент инерции $J_э$ и вращается с угловой скоростью Ω.

Линейная скорость движения свисающей части троса и груза равна

$$V = \Omega\rho. \tag{14.8}$$

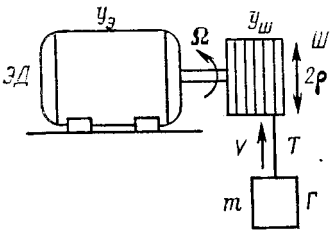


Рис. 14.7. Схема подъема груза электродвигателем со шкивом для троса.

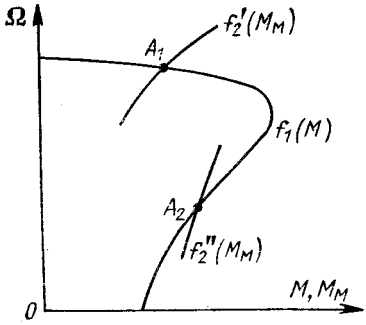


Рис. 14.8. Графическое определение устойчивого (точка A_1) и неустойчивого (точка A_2) статических режимов электропривода.

Эквивалентный момент инерции груза $J^1_м$ согласно (14.7) и (14.8) будет

$$J^1_м = m\frac{(\Omega\rho)^2}{\Omega^2} = m\rho^2, \tag{14.9}$$

откуда общий момент инерции электродвигателя с присоединенным исполнительным механизмом с поступательным движением

$$J = J_э + J_ш + m\rho^2. \tag{14.10}$$

Если в передаточном или исполнительном механизме имеет место редукция угловой скорости, то моменты инерции всех элементов должны быть приведены к одному участку линии вала (обычно к валу электродвигателя). Эквивалентные значения моментов инерции определяются на основании соотношений, аналогичных (14.6).

В частности, если передаточный механизм с малой собственной инерцией редуцирует угловую скорость электродвигателя Ω, обеспечивая угловую скорость исполнительного механизма $\Omega_м$, то момент инерции последнего $J_м$ приводится к валу электродвигателя согласно уравнению

$$J^1_м\frac{\Omega^2}{2} = J_м\frac{\Omega^2_м}{2}. \tag{14.11}$$

Общий момент инерции J электродвигателя и присоединенного механизма получается равным

$$J = J_э + J_м^1 = J_э + \left(\frac{\Omega_м}{\Omega}\right)^2 J_м. \qquad (14.12)$$

В уравнении динамики электропривода и исполнительного механизма (14.3) в качестве переменной может быть выбрана координата, описывающая движение либо вала электродвигателя, либо другого элемента механической передачи и самого механизма. При этом массы или моменты инерции всех элементов должны быть приведены именно к тому элементу, координата движения которого рассматривается в качестве искомой функции времени.

Расчет динамических режимов, обусловленных изменением нагрузки исполнительного механизма или управляющих воздействий на электродвигатель, которые влияют на его механическую характеристику (переключение числа пар полюсов у асинхронного двигателя, увеличение напряжения в цепи якоря двигателя постоянного тока и др.), требует решения уравнения (14.3) при соответствующих граничных условиях.

После завершения переходного режима угловая скорость Ω приобретает значение, являющееся решением (14.4). Значения Ω, M и $M_м$ в установившемся режиме определяются при наложении графиков $\Omega = f_1(M)$ и $\Omega = f_2(M_м)$ в общей системе координат момент—угловая скорость. Это показано на рис. 14.8 для двух вариантов механической характеристики механизма $\Omega = f_2'(M_м)$ и $\Omega = f_2''(M)$. Точка пересечения этих кривых с $\Omega = f_1(M)$ (на рис. 14.8 точка A_1 или A_2) имеет следующие координаты: взаимно уравновешивающие моменты $M = M_м$ и установившаяся угловая скорость Ω. Этот режим будет устойчив, т. е. не будет нарушаться переходящими возмущениями (например, кратковременными толчками моментов), если соблюдается условие статической устойчивости

$$\frac{\partial f_1(M)}{\partial M} > \frac{\partial f_2(M_м)}{\partial M_м} \quad \text{или} \quad \frac{\partial M}{\partial \Omega} < \frac{\partial M_м}{\partial \Omega}. \qquad (14.13)$$

В точке A_1 режим устойчив, а в точке A_2 — неустойчив.

Расчеты режимов движения электропривода — определение $\Omega = f(t)$ согласно (14.3) — удобно выполнять в аналитической форме, если механические характеристики аппроксимируются линейными функциями.

Обычно механические характеристики электродвигателей и механизмов имеют сложную форму и описываются удобно (и с достаточной точностью) только графически. В этом случае уравнение (14.3) решается приближенными методами.

Грубые оценки таких динамических процессов можно получить путем ряда последовательных расчетов $i = 1, 2, \ldots$ для ограниченных интервалов изменения переменных, на которых значения

моментов электродвигателя и механизма принимаются постоянными (M_i и $M_{мi}$ или M_{i+1} и $M_{м(i+1)}$):

$$M_i - M_{мi} = J \frac{\Omega_{i+1} - \Omega_i}{t_{i+1} - t_i}. \qquad (14.14)$$

§ 14.3. Тепловые режимы электродвигателей

Потери энергии в электродвигателе, зависящие от режима работы электропривода, вызывают повышение его температуры θ по отношению к температуре окружающей среды θ_0, что обусловливает отдачу тепловой энергии во внешнее пространство. Температура нагрева электродвигателя должна быть ограничена из-за свойств изоляционных материалов обмоток. Они сохраняют свои электроизоляционные свойства и механическую прочность длительное время (десятки тысяч часов работы), если при этом температура электродвигателя не превышает определенных значений. Значительные превышения температуры приводят к быстрому выходу из строя электродвигателя из-за необратимого повреждения («сгорания») изоляции: нарушения механической прочности и непроницаемости (появления пор и трещин), снижения электрического сопротивления. Поэтому при проектировании электропривода осуществляется проверка соответствия электродвигателя назначенным условиям работы по температурным режимам. В основе такой проверки лежит прямой или косвенный расчет его нагрева.

Общие закономерности процесса нагрева электродвигателя можно установить с помощью его упрощенной тепловой модели в виде гомогенного твердого тела, равномерно нагревающегося по всему объему из-за возникающих при работе электрических и механических потерь, мощность которых ΔP.

Энергия потерь затрачивается на нагрев самого двигателя и окружающего пространства, что позволяет составить уравнение

$$\Delta P\, dt = C d(\theta - \theta_0) + A(\theta - \theta_0)\, dt, \qquad (14.15)$$

где θ — температура электродвигателя, °С; θ_0 — температура окружающей среды, °С; t — время, с; C — общая теплоемкость электродвигателя, Дж/°С; A — коэффициент теплоотдачи внешней поверхности электродвигателя, Дж/(°С·с).

Решение этого уравнения при постоянстве момента или тока нагрузки электродвигателя и, следовательно, при $\Delta P = \text{const}$, а также при постоянстве температуры окружающей среды θ_0 приводит к выражению

$$\theta - \theta_0 = (\theta_\infty - \theta_{нач}) \left(1 - \exp \frac{-t}{T_\theta}\right), \qquad (14.16)$$

где $\theta_{нач}$ и θ_∞ — соответственно начальная и установившаяся температуры электродвигателя; $T_\theta = C/A$ — постоянная времени нагрева электродвигателя.

Уравнение (14.16) описывает изменение усредненного значения температуры электродвигателя во времени как при внезапном увеличении его нагрузки, так и при ее уменьшении (рис. 14.9), что связано с изменением потерь ΔP. Температура отдельных элементов электродвигателя существенно различается. Наибольших значений достигает температура у обмоток статора и ротора.

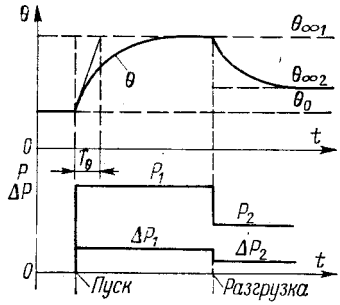


Рис. 14.9. Графики средней температуры, мощности и потерь электродвигателя при его пуске и последующей частичной разгрузке.

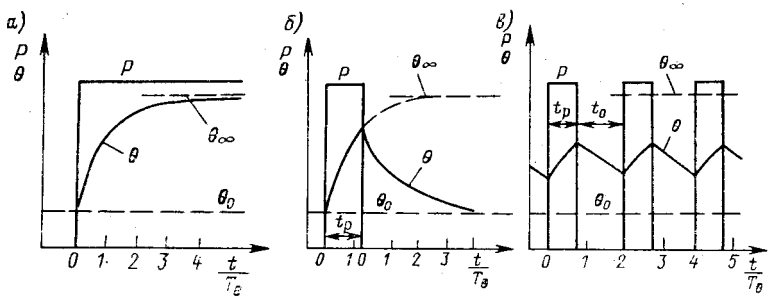


Рис. 14.10. Длительный (*а*), кратковременный (*б*) и повторно-кратковременный (*в*) режимы работы электропривода.

Режим работы электропривода по условиям нагрева электродвигателя подразделяется на три вида (рис. 14.10):

а) длительный режим, отвечающий условиям

$$t_р \geqslant (4 \div 5)\, T_\theta \quad \text{и} \quad t_о \geqslant (4 \div 5)\, T_\theta, \tag{14.17а}$$

при которых за время работы электродвигателя $t_р$ с нагрузкой P его температура θ практически успевает достигнуть установившегося значения θ_∞, а за время отключения $t_о$ практически достигает температуры окружающей среды θ_0;

б) кратковременный режим, отвечающий условиям

$$t_р \leqslant (3 \div 4)\, T_\theta \quad \text{и} \quad t_о \geqslant (4 \div 5)\, T_\theta, \tag{14.17б}$$

при которых за время работы электродвигателя $t_р$ его температура θ не успевает достигнуть установившегося значения θ_∞, а за время отключения $t_о$ практически достигает температуры окружающей среды $\theta_о$;

в) повторно-кратковременный режим, отвечающий условиям

$$t_р < (3 \div 4)\, T_\theta \quad \text{и} \quad t_о < (3 \div 4)\, T_\theta, \qquad (14.17в)$$

при которых при периодической работе электродвигателя с периодом $t_р + t_о$ его температура не успевает за время работы $t_р$ достигнуть установившегося значения θ_∞, а за время отключения $t_о$ не успевает снизиться до температуры окружающей среды $\theta_о$.

Повторно-кратковременный режим характеризуют относительным временем включения электродвигателя: продолжительностью включения (ПВ), равной

$$ПВ = \frac{t_р}{t_р + t_о}. \qquad (14.18)$$

§ 14.4. Управление электроприводами

Технологический процесс, обеспечиваемый электроприводом, требует управления величиной и знаком угловой скорости элек-

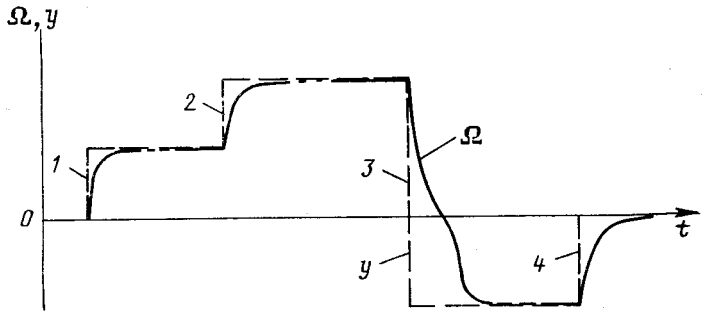


Рис. 14.11. Графики управляющих воздействий y и угловой скорости Ω бортовой лебедки судна.

тродвигателя Ω (рис. 14.11), включая режимы пуска (кривая *1*), ускорения (кривая *2*), торможения и реверса (кривая *3*) и остановки (кривая *4*).

Управление угловой скоростью электродвигателя достигается изменением его электромагнитного момента. Оно может быть осуществлено путем изменения амплитуды и частоты напряжения (тока) источников питания электроэнергией, а также схем включения на эти источники обмоток статора и ротора. Результат этих изменений сказывается на форме механических характеристик электродвигателей.

Заданный технологическим процессом установившийся режим работы исполнительного механизма описывается координатами ее механической характеристики (Ω и $M_м$). Например (см. рис. 14.7) подъем с помощью электрической лебедки груза определенной массы m с требуемой скоростью V в установившемся режиме описывается определенной точкой A с координатами $9{,}81 m\rho$, $V_A/2\pi\rho$

на механической характеристике исполнительного механизма $\Omega = f_2(M_м)$. Реализация такого режима согласно (14.4) возможна, если механическая характеристика электродвигателя $\Omega = f_1(M)$ также проходит через точку A. При необходимости изменения режима работы исполнительного механизма требуется соответствующая деформация механической характеристики электродвигателя упомянутыми способами. Для снижения скорости подъема груза V до величины V_B необходимо добиться того, чтобы механическая характеристика электродвигателя стала проходить через точку B с координатами $9{,}81m\rho$, $V_B/2\pi\rho$.

В динамических режимах для управления электроприводом требуются, как минимум, две операции — включение электродвигателя на источник питания при его пуске и отключение при остановке. В более общих случаях необходимо обеспечить сложное движение рабочего органа исполнительного механизма с переменными ускорениями (например, в электроприводе руля с автоматическим управлением курсом судна).

В процессе работы электропривода иногда происходит значительное накопление энергии в движущихся массах, которая при их остановке должна быть поглощена. Это поглощение выгодно осуществлять, возвращая энергию обратно в питающую электрическую сеть. При такой рекуперации энергии электродвигатель работает в генераторном режиме.

Включение, отключение и изменение схемы соединений обмоток электродвигателей производятся коммутационными аппаратами с ручным и автоматическим управлением.

Коммутационные аппараты с ручным управлением предназначаются для нечастых эксплуатационных коммутаций (замыканий и размыканий электрических цепей), осуществляемых непосредственно оператором. Они имеют различные электрические параметры (число пар контактов, номинальные напряжения, токи, частоты), конструкции и форму исполнения (пакетные выключатели, ключи, переключатели, контроллеры, кнопки, автоматы и др.). Коммутационные аппараты ручного управления называются автоматами, если в их конструкциях предусмотрено автоматическое отключение с целью защиты цепи при перегрузке по току.

Коммутационные аппараты с автоматическим управлением, широко используемые в современном электроприводе, предназначены для замыкания и размыкания электрических цепей контактами под воздействием силы тяги электромагнитов, вспомогательных электрических или гидравлических двигателей и других устройств. Управление названными элементами производится по сигналам операторов или устройств автоматики.

Коммутационные аппараты с автоматическим управлением также весьма разнообразны по характеристикам и исполнению. Наиболее распространенными из них являются реле, контакторы и автоматы с дистанционным управлением.

На рис. 14.12 представлена схема управления реверсируемого короткозамкнутого асинхронного двигателя *АД*, в которой в ка-

честве коммутационных аппаратов использованы два контактора. Главные контакты контакторов *К1.1* и *К2.1* включают обмотки *АД* либо с одним чередованием фаз, либо с другим в зависимости от требующегося направления вращения электродвигателя («вперед» — *В* или «назад» — *Н*). Замыкание контактов *К1.1* и *К2.1* происходит под действием механически связанных с ними электромагнитов *К1.2* и *К2.2* соответственно. Замыкая контакт *В*

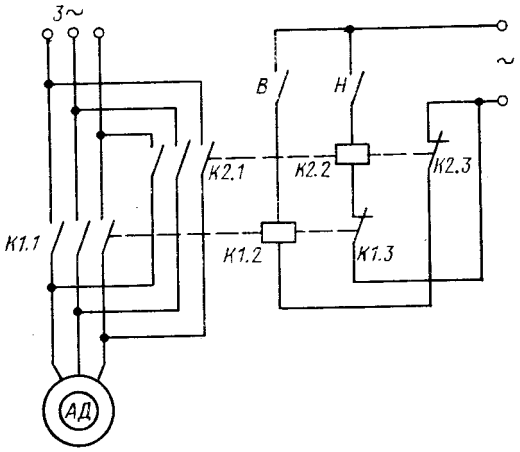


Рис. 14.12. Схема контакторного включения реверсируемого асинхронного двигателя.

или *Н*, оператор включает цепь одного из электромагнитов и включает тем самым двигатель в сеть. Одновременное включение обоих контакторов недопустимо, так как оно приведет к короткому замыканию в питающей трехфазной сети. Поэтому в схеме управления контакторами предусмотрены контакты *К1.3* и *К2.3*, которые исключают возможность одновременного срабатывания *К1.1* и *К2.1*.

Коммутационные аппараты обеспечивают ступенчатое изменение характеристик электродвигателей и соответствующие им изменения угловой скорости.

Управление угловой скоростью электропривода осуществляется плавным регулированием подводимого к обмоткам напряжения и его частоты (в случае электродвигателей переменного тока). Такое регулирование (рис. 14.13) может быть непосредственным (в источнике питания или генераторе *Г*) или с помощью преобразователя *ПР* (в электроприводе *ЭП*). Использование преобразователей (рис. 14.13, *б*) особенно эффективно для построения сложных автоматизированных электроприводов с высокой точностью воспроизведения заданных законов управления, например с программным управлением от ЭВМ.

В качестве преобразователей *ЭП* в современных судовых электроприводах используют полупроводниковые устройства с электронными схемами управления (управляемые выпрямители, инверторы, преобразователи частоты).

В качестве примера на рис. 14.14 показана структурная схема включения асинхронного двигателя *АД* на источник питания (например, судовой генератор *Г*) через полупроводниковый преобразователь частоты инверторного типа для плавного управления электроприводом в двигательном режиме и рекуперации энергии электропривода в сеть в режиме динамического торможения. Преобразователь частоты *V* состоит из трех основных звеньев: управляемого выпрямителя V_1, автономного инвертора V_2 и ведомого инвертора V_3. В двигательном режиме преобразователь, получая питание от источника с постоянной частотой f_1 и напряжением U_1,

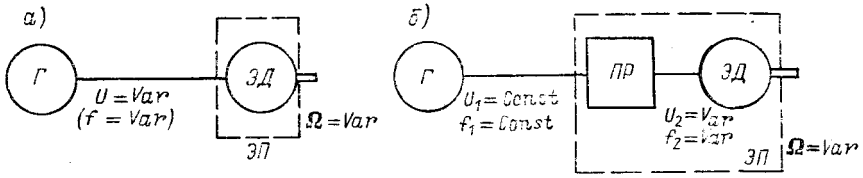


Рис. 14.13. Структурные схемы плавного регулирования режима электропривода по системе генератор—двигатель (*а*) и с помощью преобразователя частоты и напряжения (*б*).

дает на выходе напряжения U_2 с частотой f_2, изменением которых достигается управление режимом электродвигателя (Ω, *M*). Величины U_2 и f_2 определяются сигналом *y* от внешнего автоматического устройства управления электроприводом.

На современных судах широко используются электроприводы с автоматическим управлением. Оно предназначено для стабилизации угловой скорости, ограничения электромагнитного момента, исполнения заданного графика перемещения исполнительного органа во времени, слежения за объектом наблюдения, поддержания постоянства уровня жидкости и т. д. Структурная схема электропривода с автоматической стабилизацией угловой скорости электропривода показана на рис. 14.15. К обмотке якоря электродвигателя *ЭД* подается напряжение *u*, регулируемое управляемым тиристорным преобразователем *ПУ* от трехфазной сети переменного тока с напряжением *U*. На обмотку возбуждения *ОВ* поступает постоянное напряжение возбуждения $u_в$ через неуправляемый полупроводниковый преобразователь *ПН*, включенный своим входом в другую сеть переменного тока. На валу электродвигателя установлен исполнительный механизм *М* и малый по мощности генератор постоянного тока, так называемый тахогенератор *ТГ*, позволяющий измерять угловую скорость, поскольку его напряжение $u_т$ пропорционально Ω. Отклонение текущего значения угловой скорости Ω от заданного Ω_0 определяется разностью напряжения $u_т = k\Omega$ и напряжения источника постоянного напряжения $u_0 = k\Omega_0$. Эта разность подается на электронную схему, которая состоит из усилителя *У* и формирователя импульсов *ФИ*, управляющих углом включения тиристоров преобразователя *ПУ*

и, следовательно, величиной и знаком напряжения якоря u. Установка напряжения u_0 (здесь с помощью потенциометра) является

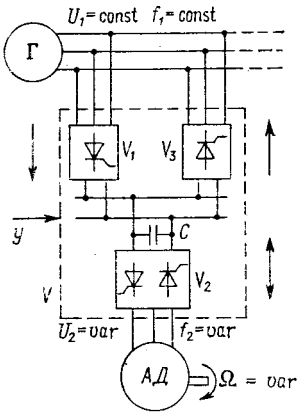


Рис. 14.14. Структурная схема преобразователя частоты инверторного типа для управления асинхронным короткозамкнутым двигателем.

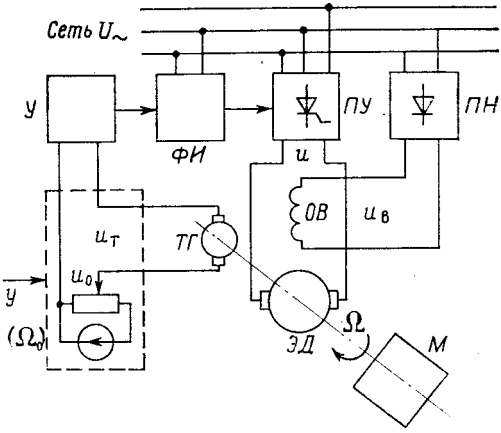


Рис. 14.15. Структурная схема электропривода с автоматической стабилизацией угловой скорости двигателя постоянного тока с помощью полупроводникового управляемого преобразователя.

внешним управляющим сигналом электропривода y_1, определяющим необходимый уровень стабилизации скорости исполнительного механизма.

Электроприводы с изображенной на рис. 14.15 структурной схемой выпускаются серийно в виде комплектов устройств. Пример такого комплекта показан на рис. 14.16. Электродвигатель постоянного тока *ЭД* присоединяется своим валом *В* к приводимому во вращение механизму *М*. В корпус электродвигателя встроены также тахогенератор *ТГ* и электромагнитный тормоз *ЭТ*. Трансформатор *Т* согласует напряжения сети питания и электродвигателя. Блок управления *БУ* при изменении момента сопротивления механизма *М* обеспечивает стабилизацию угловой скорости электродвигателя Ω. Она поддерживается автоматически на уровне Ω_0, который устанавливается оператором с помощью выносного задатчика частоты вращения *ЗЧ* в виде регулируемого потенциометра. Угловая скорость Ω_0 может плавно регулироваться в широких пределах: от малых значений до номинальной угловой скорости $\Omega_{ном}$ (примерно $0{,}001 < \Omega_0/\Omega_{ном} \leqslant 1$).

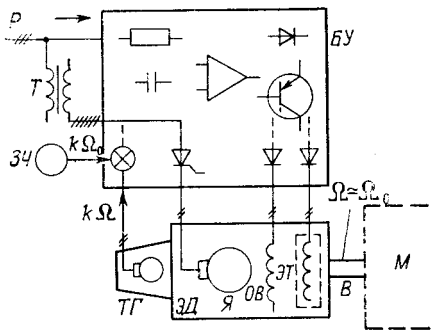


Рис. 14.16. Комплект устройств электропривода постоянного тока с электронным управлением.

В состав блока управления входят тиристорный преобразователь (изменяющий ток якоря), неуправляемый выпрямитель (питающий обмотку возбуждения), формирователь импульсов (управляющий тиристорами), регулятор скорости (поддерживающий ее постоянное значение на заданном оператором уровне Ω_0), регулятор тока (ограничивающий ток якоря, а также скорость его нарастания в переходных режимах), устройства электрической защиты (срабатывающие при перегреве электродвигателя и нарушении нормальной работы элементов блока управления) и источник питания (для электронных схем блока управления).

Электрическая схема блока управления имеет сотни различных по своему типу и параметрам элементов. Количество основных элементов в блоке управления примерно следующее: резисторов — 200, конденсаторов — 100, тиристоров — 36, диодов (включая стабилитроны, магнитодиоды, оптроны) — 125, транзисторов — 25, операционных усилителей — 20.

§ 14.5. Выбор электродвигателей по мощности

Одним из главных вопросов, решаемых при разработке электропривода, является набор мощности электродвигателя с учетом выполнения следующих условий:

1) ограничение температуры нагрева (главным образом, изоляции обмоток) для обеспечения нормального срока эксплуатации электродвигателя;

2) максимальное нагружение электродвигателя для достижения наивысшей экономичности его работы;

3) обеспечение кратковременных перегрузок по моменту при случайных перегрузках исполнительного механизма.

Выбор электродвигателя по мощности P, передаваемой исполнительному механизму с учетом режима его работы и потерь в промежуточных элементах, состоит в определении по каталогу электродвигателя, номинальная мощность которого $P_{ном}$ наиболее близка к передаваемой механизму при соблюдении неравенства

$$P_{ном} \geqslant P. \tag{14.19}$$

При этом тип электродвигателя и его номинальная частота вращения должны соответствовать условиям его эксплуатации и диапазону рабочих частот вращения исполнительного механизма.

В длительном режиме работы с постоянной нагрузкой механизма ($M_м = \text{const}$, $\Omega = \text{const}$, $P_м = \text{const}$) уравнение (14.19) приобретает вид

$$P_{ном} \geqslant \frac{1}{\eta} P_м = \frac{1}{\eta} \Omega M_м, \tag{14.20}$$

где η — КПД передачи.

В режимах с переменными циклическими графиками нагрузки (рис. 14.17), которые являются периодическими функциями вре-

мени периода $T_ц$, имеют место переменные во времени потери в электродвигателе $\Delta P(t)$, влияющие на температуру его нагрева. Во избежание недопустимых повышений температуры должны быть ограничены потери энергии в течение цикла, или среднее значение потерь

$$\Delta P_{ср} = \frac{1}{T_ц} \int_{t}^{t+T_ц} \Delta P(t)\, dt. \qquad (14.21)$$

В зависимости от условий выбора электродвигателя в качестве ограничиваемой величины вместо $\Delta P_{ср}$ могут использоваться свя-

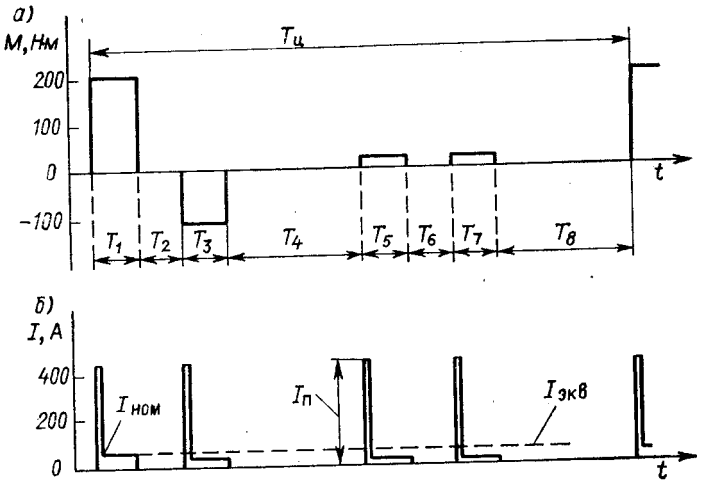


Рис. 14.17. Циклический график момента нагрузки M (*а*) и тока I (*б*) электродвигателя грузовой лебедки в течение одного цикла работы.

занные с ней так называемые эквивалентные значения мощности $P_{экв}$, тока $I_{экв}$ или момента $M_{экв}$. Их значения определяются вытекающими из (14.21) равенствами

$$\left.\begin{aligned} P^2_{экв} &= \frac{1}{T_ц} \int_{t}^{t+T_ц} P^2(t)\, dt; \\ I^2_{экв} &= \frac{1}{T_ц} \int_{t}^{t+T_ц} I^2(t)\, dt; \\ M^2_{экв} &= \frac{1}{T_ц} \int_{t}^{t+T_ц} M^2(t)\, dt. \end{aligned}\right\} \qquad (14.22)$$

В графических расчетах уравнения (14.22) записывают для конечного числа интервалов t_i цикла $T_ц$, на которых подынтегральные функции принимаются постоянными.

При выборе электродвигателя должно удовлетворяться предельное равенство

$$P_{ном} \geqslant P_{экв}.$$

В зависимости от выбора варианта формулы (14.22) соответствующий ему метод расчета называется методом эквивалентной мощности (или момента, или тока).

Принцип выбора электродвигателей, работающих в кратковременных и повторно-кратковременных режимах, аналогичен изложенному. При частных режимах пуска и остановки эти расчеты применять нельзя, так как здесь не учитываются потери, характерные для динамических режимов.

Проверка работоспособности электродвигателя в режимах перегрузки по моменту или току состоит в сопоставлении ожидаемых (заданных) предельных значений моментов M_{max} и токов I_{max} с номинальными значениями этих величин $M_{ном}$ и $I_{ном}$, которые приводятся в каталогах электродвигателей:

$$\frac{M_{max}}{M_{ном}} = k_M \quad \text{и} \quad \frac{I_{max}}{I_{ном}} = k_I.$$

В электроприводах с асинхронными двигателями обычно требуется, чтобы M_{max} не превышал 70 % момента «опрокидывания» (максимального момента на механической характеристике). В электроприводах с двигателями постоянного тока k_I, как правило, ограничивают значениями 2,5—3,0.

§ 14.6. Пример расчета судового электропривода

Основным содержанием расчета электропривода является определение типа и мощности его электродвигателя по заданным параметрам исполнительного механизма и режимам его работы, показанное ниже на примере электропривода грузовой лебедки судна.

Расчет электропривода циклически работающей лебедки (и в первую очередь режимов работы электродвигателя) должен охватывать все время цикла $T_ц$, которое будет включать восемь этапов (см. рис. 14.17): подъем номинального по массе груза T_1, горизонтальное перемещение груза T_2, тормозной спуск груза T_3, расстроповка груза T_4, подъем холостого гака T_5, горизонтальное перемещение гака T_6, спуск холостого гака T_7 и застроповка груза T_8. Электродвигатель грузовой лебедки работает в течение времени T_1, T_3, T_5 и T_7. На каждом из этих этапов имеют место режимы пуска t_1 (разгон), установившегося движения t_2, а также торможения электромагнитным тормозом при отключенном электродвигателе t_3 (рис. 14.18). Горизонтальное перемещение груза (гака) осуществляется электроприводом поворотного устройства.

Исходные данные: номинальная масса груза $m = 3000$ кг, масса гака $m_г = 60$ кг, радиус грузового барабана $\rho = 0{,}25$ м, передаточное число редуктора $k = 44$, КПД лебедки при номинальной

нагрузке $\eta=0{,}8$, скорость подъема груза $V_1=0{,}8$ м·с$^{-1}$, скорость посадки груза $V_3=0{,}13$ м·с$^{-1}$, высота подъема груза $H=15$ м, число циклов подъема — опускания груза в час $N=3600/T_ц=15$, питающая судовая сеть 380 В, три фазы, место установки — верхняя палуба, время горизонтального перемещения груза $T_2=T_6=20$ с, время застроповки и расстроповки груза — $T_4=T_8=60$ с.

Расчет. 1. Момент на валу электродвигателя при подъеме номинального груза

$$M_1=\frac{g\,(m+m_г)\,\rho}{\eta k}=\frac{9{,}8\,(3000+60)\cdot 0{,}25}{0{,}8\cdot 44}=214\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

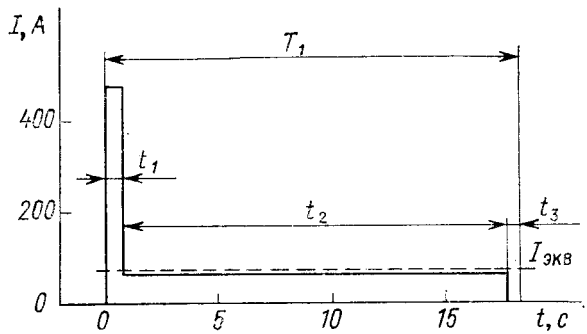


Рис. 14.18. График тока асинхронного двигателя грузовой лебедки во время подъема груза.

Здесь делитель η учитывает момент сил сопротивления в лебедке.

2. Угловая скорость Ω_1 электродвигателя, требующаяся при подъеме номинального груза,

$$\Omega_1=\frac{V_1k}{\rho}=\frac{0{,}8\cdot 44}{0{,}25}=146\ \text{рад/с}\quad\text{или}\quad n_1=\frac{30\Omega_1}{\pi}=$$
$$=\frac{30\cdot 146}{\pi}=1399\ \text{мин}^{-1}.$$

3. Мощность электродвигателя при подъеме номинального груза

$$P_1=M_1\Omega_1=214\cdot 146=31{,}2\ \text{кВт}.$$

4. Момент на валу электродвигателя при спуске номинального груза

$$M_3=\frac{\eta g\,(m+m_г)\,\rho}{k}=\frac{0{,}8\cdot 9{,}8\,(3000+60)\cdot 0{,}25}{44}=137\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

5. Угловая скорость электродвигателя, необходимая при посадке груза,

$$\Omega_3=\frac{V_3k}{\rho}=\frac{0{,}13\cdot 44}{0{,}25}=22{,}9\ \text{рад/с}.$$

6. Мощность электродвигателя, необходимая при посадке груза,

$$P_з = M_з\Omega_з = 137 \cdot 22{,}9 = 3{,}13 \text{ кВт}.$$

7. Данным расчета в пп. 2, 3, 4, и 5 и условиям работы на открытой палубе соответствует электродвигатель типа МАП-611-4/12-24 с дисковым электромагнитным тормозом водозащищенного исполнения. Его характеристики следующие:

Напряжение U_1, В		380	
Частота f, Гц		50	
Число пар полюсов p	4	12	24
Мощность P, кВт	32	13	5
Ток номинальный $I_{ном}$, А	59	38,5	51
Ток пусковой $I_п$, А	470	115	70
Угловая скорость $\Omega_{ном}$, $с^{-1}$	150	45	20
Момент:			
номинальный $M_{ном}$, Н·м		210	
пусковой $M_п$, Н·м	618	570	520
максимальный M_{max}, Н·м	810	590	520
Режим работы $ПВ_{ном}$, %	40	25	15
Момент инерции $J_э$, кг·м²		1,41	
КПД $\eta_д$, %		0,87	
Момент тормоза $M_т$, Н·м		441	

8. Установившаяся скорость подъема номинального груза, которая обеспечивается выбранным электродвигателем,

$$V_1 = \Omega_{ном}\rho\,\frac{1}{k} = \frac{150 \cdot 0{,}25}{44} = 0{,}85 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

9. Момент инерции электропривода J при подъеме номинального груза, приведенный к валу электродвигателя,

$$J = 1{,}2J_э + \frac{(m + m_г)\,V_1^2}{\Omega_{ном}^2} = 1{,}2 \cdot 1{,}41 +$$

$$+ \frac{(3000 + 60) \cdot 0{,}85^2}{150^2} = 1{,}88 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Здесь коэффициент 1,2 приближенно учитывает момент инерции элементов механической передачи.

10. Время разгона груза при подъеме

$$t_1 = \frac{J\Omega_{ном}}{M_п - M_1} = \frac{1{,}88 \cdot 150}{618 - 214} = 0{,}7 \text{ с}.$$

11. Момент сил торможения при отключении электродвигателя и включении тормоза

$$M = M_1 + M_т = 214 + 441 = 655 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

12. Время остановки груза после начала торможения (см. п. 9)

$$t_з = J\,\frac{\Omega_{ном}}{M_з} = 1{,}88 \cdot \frac{150}{655} = 0{,}4 \text{ с}.$$

13. Путь, пройденный при разгоне H_1 и торможении H_3,

$$H_1 = \frac{V_1 t_1}{2} = \frac{0{,}85 \cdot 0{,}7}{2} = 0{,}30 \text{ м};$$

$$H_3 = \frac{V_1 t_3}{2} = \frac{0{,}85 \cdot 0{,}4}{2} = 0{,}17 \text{ м}.$$

14. Время подъема груза с установившейся скоростью

$$t_2 = \frac{H - (H_1 + H_3)}{V_1} = \frac{15 - (0{,}30 + 0{,}77)}{0{,}85} = 17{,}1 \text{ с}.$$

15. Длительность первого этапа (подъема груза)

$$T_1 = t_1 + t_2 + t_3 = 0{,}7 + 17{,}1 + 0{,}4 = 18{,}2 \text{ с}.$$

Проведение согласно пп. 8—15 расчетов работы электропривода на последующих этапах цикла дает следующие значения их длительности: $T_3 = 17{,}0$ с; $T_5 = 17{,}6$ с; $T_7 = 17{,}4$ с. Близость этих величин определяется жесткостью механической характеристики асинхронного двигателя.

16. Общая длительность цикла

$$T_ц = T_1 + T_2 + \ldots + T_8 = 18{,}2 + 20{,}0 + 17{,}0 + 60{,}0 + 17{,}6 + \\ + 20{,}0 + 17{,}4 + 60{,}0 = 230{,}2 \text{ с}.$$

17. Число циклов в час N, обеспечиваемое выбранным электродвигателем,

$$N = \frac{3600}{T_ц} = \frac{3600}{230{,}2} = 15{,}6,$$

что допустимо превышает заданное значение — 15.

18. Мощность нагрузки выбранного электродвигателя в установившихся режимах на этапах T_1, T_3, T_5 и T_7 меньше номинального значения. Однако на этих этапах необходимо убедиться в отсутствии перегрева электродвигателя путем оценки его эквивалентного (среднеквадратичного) тока в цикле, поскольку в обмотках при пусках имеет место значительное тепловыделение.

Эквивалентный (по нагреву) ток нагрузки электродвигателя определяется с помощью (14.22) или как

$$I_{экв} = \left(\frac{1}{T_ц} \int_0^{T_ц} I^2 \, dt \right)^{0{,}5}.$$

В приближенном расчете величины $I_{экв}$ можно полагать, что на каждом этапе (T_1, T_3, T_5 и T_7) в режимах пуска (t_1) и установившегося движения (t_2) ток электродвигателя постоянный.

Во время разгона (t_1) груза при подъеме (T_1) двигатель работает в режиме пуска ($I = I_п$), следовательно,

$$0 < t < t_1; \quad I = I_п; \quad I_п^2 t_1 = 470^2 \cdot 0{,}7 = 215\,000 \text{ А}^2 \cdot \text{с}.$$

Во время подъема груза с установившейся скоростью (t_2) двигатель работает почти в номинальном режиме ($I \approx I_{ном}$):

$$t_1 < t < t_1 + t_2; \quad I_2 = I_{ном}; \quad I_{ном}^2 t_2 = 59^2 \cdot 17{,}1 = 59\,000 \text{ А}^2 \cdot \text{с}.$$

Во время торможения груза при его подъеме (t_3) двигатель отключен ($I=0$).

На этапе подъема груза ($0<t<T_1=t_1+t_2+t_3$)

$$\int_0^{T_1} I^2\,dt = I_п^2 t_1 + I_{ном}^2 t_2 = 215\,000 + 59\,000 = 274\,000 \text{ А}^2\cdot\text{с}.$$

На последующих этапах цикла электродвигатель работает при тормозном спуске груза (t_3), подъеме (T_5) и спуске (T_7) гака без груза. Основная часть тепловыделения в двигателе имеет место при его пусках, продолжительность которых мало отличается от t_1 в цикле T_1. Поэтому без существенной погрешности можно полагать

$$\int_0^{T_ц} I^2\,dt \approx I_п^2 t_1 + I_{ном}^2 t_2 + 3I_п^2 t_1 = 274\,000 + 3\cdot 215\,000 = 919\,000 \text{ А}^2\cdot\text{с}$$

и, следовательно, искомый эквивалентный ток двигателя имеет значение

$$I_{экв} = \left(\frac{1}{T_ц}\int_0^{T_ц} I^2\,dt\right)^{0,5} \approx \left(\frac{1}{230,2}\cdot 919\,000\right)^{0,5} = 63,2 \text{ А}.$$

19. Фактическая продолжительность включения двигателя, если учитывать только паузы во время горизонтального движения ($T_1+T_6=20+20$ с) и стоянки ($T_4+T_8=60+60$ с), а также пренебречь нагрузкой на этапах подъема и спуска гака ($T_5+T_7=17,6+17,4$ с), оказывается равной

$$ПВ = \frac{T_1+T_3}{T_ц} = \frac{18,2+17,0}{230,2} = 0,152 \qquad (15,2\ \%).$$

20. Допустимое значение эквивалентного тока двигателя $I_{экв.\,доп}$ определяется соотношением

$$I_{экв.\,доп}^2\,ПВ = I_{ном}^2\,ПВ_{ном},$$

которое вытекает из (14.22). Отсюда

$$I_{экв\ доп} = I_{ном}\sqrt{\frac{ПВ_{ном}}{ПВ}} = 59\sqrt{\frac{40}{15,2}} = 95,7 \text{ А}.$$

Следовательно, эквивалентный ток нагрева электродвигателя (63,2 А) существенно меньше допустимого (95,7 А) при фактическом значении ПВ=15,2, что доказывает возможность использования (по температурным условиям) выбранного электродвигателя в заданном режиме работы электропривода.

Условные графические обозначения основных элементов на электротехнических схемах

Наименование элементов	Условное графическое обозначение
Линия электрической связи. Провод, кабель	
Соединение проводов, кабелей (электрический узел)	
Резистор постоянный	
Резистор переменный	
Конденсатор постоянной емкости	
Катушка индуктивности	
Трансформатор однофазный	
Автотрансформатор	
Трансформатор трехфазный, соединение обмоток «звезда—звезда»	
Диод	
Стабилитрон	
Фотодиод	
Светодиод	
Тиристор триодный с управлением по катоду	
Транзистор типа *PNP*	
Транзистор типа *NPN*	
Транзистор полевой с каналом *N*-типа	

Наименование элементов	Условное графическое обозначение
Логический элемент НЕ	
Логический элемент ИЛИ	
Логический элемент И	
RS-триггер	
T-триггер	
Асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором	
Синхронная машина	
Машина постоянного тока	
Выключатель трехполюсный	
Катушка реле, контактора	
Контакт коммутационный:	
а) замыкающий	
б) размыкающий	

Буквенные обозначения и единицы измерения (ГОСТ 19880—74, ГОСТ 1494—77, СТ СЭВ 1052—78)

Буквенное обозначение	Наименование	Единица измерения	
		наименование	обозначение
	Электромагнитные явления		
q	Электрический заряд	Кулон	Кл
E	Напряженность электрического поля	Вольт на метр	В/м
H	Напряженность магнитного поля	Ампер на метр	А/м
B	Индукция магнитного поля	Тесла	Тл
Φ	Магнитный поток	Вебер	Вб
Ψ	Потокосцепление	Вебер	Вб
F	Магнитодвижущая сила	Ампер	А
μ_a	Абсолютная магнитная проницаемость	Генри на метр	Гн/м
μ	Относительная магнитная проницаемость	—	—
ε_a	Абсолютная диэлектрическая проницаемость	Фарада на метр	Ф/м
ε	Относительная диэлектрическая проницаемость	—	—
U	Потенциал электрический	Вольт	В
	Электрический ток, напряжение, электродвижущая сила		
i	Мгновенное значение электрического тока	Ампер	А
I	Постоянный электрический ток; действующее значение переменного тока	Ампер	А
$\underline{I}$	Комплекс тока	Ампер	А
u	Мгновенное значение напряжения	Вольт	В
U	Постоянное напряжение; действующее значение переменного напряжения	Вольт	В
$\underline{U}$	Комплекс напряжения	Вольт	В
e	Мгновенное значение электродвижущей силы (ЭДС)	Вольт	В
E	Постоянная ЭДС; действующее значение переменной ЭДС	Вольт	В
	Мощность, энергия, сила, момент		
p	Мгновенное значение мощности	Ватт	Вт
P	Активная мощность	Ватт	Вт
Q	Реактивная мощность	Вар	вар
S	Полная мощность	Вольт-ампер	В·А
$\underline{S}$	Комплексная мощность	Вольт-ампер	В·А
λ	Коэффициент мощности	—	—
$\cos\varphi$	Коэффициент мощности при синусоидальных напряжении и токе	—	—

Продолжение

Буквенное обозначение	Наименование	Единица измерения	
		наменование	обозначение
W	Энергия	Джоуль	Дж
G	Сила	Ньютон	Н
M	Момент	Ньютон-метр	Н·м
	Параметры электрических цепей		
R	Сопротивление	Ом	Ом
G	Проводимость	Сименс	См
L	Индуктивность	Генри	Гн
C	Емкость	Фарада	Ф
r, x, Z	Активное, реактивное, полное сопротивление	Ом	Ом
$\underline{Z}$	Комплексное сопротивление	Ом	Ом
g, b, Y	Активная, реактивная, полная проводимость	Сименс	См
$\underline{Y}$	Комплексная проводимость	Сименс	См
	Частоты, фазы, временные характеристики		
f	Частота	Герц	Гц
ω	Угловая частота	Радиан в секунду	рад/с
T	Период	Секунда	с
τ	Постоянная времени	Секунда	с
Ω	Угловая скорость	Радиан в секунду	рад/с
n	Частота вращения	Оборот в минуту	об/мин
ψ	Начальная фаза	Радиан	рад
φ	Разность фаз между синусоидальным напряжением и током	Радиан	рад

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. М., Высшая школа, 1978.

2. Веников В. А., Шнейберг Я. А. Мировоззренческий и воспитательный аспекты преподавания технических дисциплин (на примере электротехники и электроэнергетики). М., Высшая школа, 1979.

3. Забродин Ю. С. Промышленная электроника. М., Высшая школа, 1982.

4. Основы промышленной электроники/Под ред. В. Г. Герасимова. М., Высшая школа, 1978.

5. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. М., Наука, 1978.

6. Сборник задач по электротехнике и основам электроники/Под ред. В. С. Пантюшина. М., Высшая школа, 1979.

7. Справочник по преобразовательной технике/Под ред. чл.-кор. АН УССР И. М. Чиженко. Киев, «Техніка», 1978.

8. Справочник судового электротехника/Под ред. Г. И. Китаенко. Л., Судостроение, 1980.

9. Чекунов К. А. Судовые электроприводы и электродвижение судов. Л., Судостроение, 1976.

10. Электрооборудование судов/Под ред. Д. В. Вилесова. Л., Судостроение, 1982.

11. Электротехника/Под ред. В. С. Пантюшина. М., Высшая школа, 1976.

12. Электротехника. Программированное учебное пособие для неэлектротехнических специальностей вузов/Под ред. В. Г. Герасимова. М., Высшая школа, 1983.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Алгоритм 169

Векторная диаграмма 49
Ветвь электрической цепи 14
Внешняя характеристика синхронного генератора 253
— — генератора постоянного тока 271
Вращающееся магнитное поле 255, 233, 244
Выпрямитель 174
— однофазный неуправляемый 176
— — управляемый 184
— трехфазный неуправляемый 190
— трехфазный управляемый 196

Генератор синусоидального сигнала 149
— прямоугольных импульсов 160

Динистор 123
Диод 118
— выпрямительный 118
— импульсный 120

Закон Ампера 269
— Ома 16
— Кирхгофа первый 15
— Кирхгофа второй 15
Законы коммутации 105

Инвертор 210
— автономный 211
— ведомый сетью 211
— напряжения 212
— резонансный 212
— тока 211
Интегральная схема 131
— — гибридная 132
— — полупроводниковая 131
Интегратор 148
Источник напряжения 24
— тока 24
— электрической энергии 9

Каскад усилительный 135
Коллектор 266
Контур электрической цепи 14
Короткое замыкание 255
Коэффициент мощности 38
— нелинейных искажений 254
— полезного действия 236, 238, 252, 275, 294
— пульсаций 175
— трансформации 93

Ленца правило 244
Логическая единица 155
Логический ноль 155
— элемент 156

Магнитопровод 230, 265, 272
Машина асинхронная 224
— постоянного тока 265
— синхронная 244, 247
Механическая характеристика асинхронной машины 237
— — синхронного двигателя 256
— — электродвигателя постоянного тока 274
Микропроцессор 169
Момент асинхронной машины 236
— машины постоянного тока 269
— нагрузки 256
— пусковой 239
— синхронной машины 252
Мощность активная 37
— полная 38
— реактивная 38

Напряжение 9

Обмотка возбуждения 265, 271
— ротора 231
— статора 230
— якоря 266
Относительные единицы 225

Постоянная времени цепи 108
Поток магнитный рассеяния 89, 229, 233
Потокосцепление 18, 87

Приемник электрической энергии 9
Провод нейтральный 65
Проводимость 43
Процесс установившийся 13
— переходный 103
Процессор ЭВМ 169
Пульсирующее магнитное поле 226
Пусковой ток 239, 240, 277

Рабочая частота инвертора 210
Рабочие характеристики асинхронного двигателя 238
Реакция якоря 249, 270, 272
Регистр 167
Режим длительный 288
— короткого замыкания 13
— кратковременный 288
— номинальный 12, 237, 238
— повторно-кратковременный 289
— холостого хода 12
Резонанс напряжений 50
— токов 53
Ротор 224, 230, 245, 265
— короткозамкнутый 232
— фазный 232

Самовозбуждение 272
Светодиод 122
Синхронизация 260
Синхронный генератор 244
— двигатель 256
Скольжение 225
— критическое 237
Сопротивление активное 43
— емкостное 45
— индуктивное 45
— комплексное 41
— полное 43
— реактивное 43
Стабилизатор напряжения 204
Стабилитрон 120
Статор 227, 230, 244, 265
Сумматор 148
Счетчик 166

Таймер 172
Тахогенератор 269
Тиристор 123
— триодный 124
Транзистор 127
— биполярный 127
— полевой 129
Трансформатор 90
Триггер 163

Угол коммутации 212
— опережения 213
Узел электрической цепи 14
Усилитель 133
— дифференциальный 136
— инвертирующий 146
— мощности 142
— неинвертирующий 147
— операционный 143
— переменного тока 133, 148
— постоянного тока 133

Фаза генератора 64
— потребителя 64
— начальная тока и напряжения 33
Ферромагнетики 80
Фильтр сглаживающий 200
— электрический 59
Фотодиод 121

Характеристика вебер-амперная 18
— вольт-амперная 17
— короткого замыкания 253
— кулон-вольтная 21
— регулировочная 253
— угловая 256
— холостого хода 253, 269
— частотная 56

Цепь магнитная 77
— трехфазная 64
— электрическая 9

Щетка 248, 266, 270

Электромагнитная сила 84, 235
Электропривод 279
Электроэнергетическая система 248

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 5

Раздел I. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ 9

Глава 1. **Элементы и основные свойства электрических цепей. Цепи постоянного тока** 9

§ 1.1. Основные понятия. Законы и режимы электрических цепей 9
§ 1.2. Потребители электрической энергии. *R*-, *L*- и *C*-элементы 16
§ 1.3. Источники электрической энергии 23
§ 1.4. Расчет электрических цепей постоянного тока 26
§ 1.5. Расчет градуировочной характеристики термометра сопротивлений 31

Глава 2. **Цепи синусоидального электрического тока** 33

§ 2.1. Основные понятия и определения 33
§ 2.2. Расчет электрических цепей методом комплексных переменных . . . 40
§ 2.3. Цепи переменного тока с последовательным и параллельным соединением элементов 46
§ 2.4. Цепи с периодическими негармоническими напряжениями и токами 54
§ 2.5. Пример расчета судовой цепи переменного тока 59

Глава 3. **Трехфазные цепи переменного тока** 63

§ 3.1. Элементы трехфазных цепей переменного тока 63
§ 3.2. Напряжения, токи и сопротивления в трехфазных цепях 66
§ 3.3. Мощность в трехфазных цепях 70
§ 3.4. Расчет трехфазной цепи с несколькими потребителями 72
§ 3.5. Расчет поражающего тока в трехфазной цепи 73

Глава 4. **Магнитные цепи. Трансформаторы** 77

§ 4.1. Основные понятия 77
§ 4.2. Основные законы магнитных цепей 80
§ 4.3. Энергия магнитного поля и электромагнитные силы 83
§ 4.4. Электромагнитная индукция 86
§ 4.5. Назначение, конструкция, принцип действия трансформатора 90
§ 4.6. Математическое описание реального однофазного трансформатора 94
§ 4.7. Характеристики и режимы работы трансформатора 97
§ 4.8. Примеры электромагнитных расчетов 100

Глава 5. **Переходные процессы в электрических цепях** . . . 103

§ 5.1. Общие сведения 103
§ 5.2. Переходный процесс в цепи, содержащей *L*- и *R*-элементы 106
§ 5.3. Переходный процесс в цепи, содержащей *R*- и *C*-элементы 111
§ 5.4. Разряд конденсатора на резистор и индуктивность 113
§ 5.5. Расчет максимального тока внезапного короткого замыкания источника синусоидального напряжения 115

Раздел II. ЭЛЕКТРОНИКА 118

Глава 6. **Элементы электронных устройств** 118

§ 6.1. Полупроводниковые диоды 118
§ 6.2. Тиристоры 123
§ 6.3. Транзисторы 127
§ 6.4. Интегральные схемы 131

Глава 7. **Усилители** 133

§ 7.1. Назначение, классификация и параметры усилителей 133
§ 7.2. Принцип действия усилительных каскадов 135
§ 7.3. Операционные усилители 143
§ 7.4. Устройства на основе операционных усилителей 146
§ 7.5. Применение операционных усилителей 151

Глава 8. **Цифровые электронные устройства** 154

§ 8.1. Сигналы в цифровых электронных устройствах. Двоичная система счисления 154
§ 8.2. Транзисторный ключ 156
§ 8.3. Логические элементы 157
§ 8.4. Генератор прямоугольных импульсов 160
§ 8.5. Триггеры 163
§ 8.6. Устройства на триггерах 166
§ 8.7. Микропроцессоры 169

Глава 9. **Выпрямители** 174

§ 9.1. Назначение и параметры выпрямителей, эквивалентные схемы нагрузок 174
§ 9.2. Однофазные неуправляемые выпрямители 176
§ 9.3. Однофазные управляемые выпрямители 184
§ 9.4. Трехфазные неуправляемые выпрямители 190
§ 9.5. Трехфазные управляемые выпрямители 196
§ 9.6. Сглаживающие фильтры 200
§ 9.7. Внешние характеристики, коэффициент мощности и КПД выпрямителей 201
§ 9.8. Стабилизаторы напряжения 204
§ 9.9. Применение выпрямителей 208

Глава 10. **Инверторы** 210

§ 10.1. Назначение, принцип действия, классификация 210
§ 10.2. Инверторы тока 214
§ 10.3. Резонансные инверторы 218
§ 10.4. Инверторы напряжения 220

Раздел III. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ЭЛЕКТРОПРИВОД . . . 224

Глава 11. **Асинхронные машины** 224

§ 11.1. Общие сведения 224
§ 11.2. Вращающееся магнитное поле асинхронной машины 225
§ 11.3. Устройство и основные конструктивные элементы асинхронных машин 230
§ 11.4. Математическое описание асинхронной машины 232
§ 11.5. Характеристики асинхронной машины 237
§ 11.6. Режимы работы асинхронных двигателей 239
§ 11.7. Тиристорное управление судовыми асинхронными короткозамкнутыми электродвигателями 242

Глава 12. **Синхронные машины** 244
§ 12.1. Общие сведения 244
§ 12.2. Математическое описание синхронной машины 249
§ 12.3. Характеристики синхронных машин 253
§ 12.4. Параллельная работа синхронных генераторов 257
§ 12.5. Расчеты режимов судовых синхронных генераторов 262

Глава 13. **Машины постоянного тока** 265
§ 13.1. Общие сведения 265
§ 13.2. Электродвижущая сила и электромагнитный момент якоря 267
§ 13.3. Генераторный режим машины постоянного тока 271
§ 13.4. Двигательный режим машин постоянного тока 274
§ 13.5. Судовой электродвигатель постоянного тока большой мощности 278

Глава 14. **Электропривод** 280
§ 14.1. Общие сведения 280
§ 14.2. Механика электропривода 282
§ 14.3. Тепловые режимы электродвигателей 287
§ 14.4. Управление электроприводами 289
§ 14.5. Выбор электродвигателей по мощности 294
§ 14.6. Пример расчета судового электропривода 296

Приложение 301

Указатель литературы 305

Предметный указатель 306

Евгений Николаевич Архангельский,
Владимир Григорьевич Богач,
Дмитрий Васильевич Вилесов,
Алексей Петрович Сеньков

СУДОВАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Заведующий редакцией *А. Д. Старков*
Редактор *Т. Н. Сморкалова*
Художественный редактор *О. П. Андреев*
Технический редактор *А. И. Казаков*
Корректоры: *С. Н. Маковская, И. М. Савенок*
Художник *В. В. Беляков*
ИБ № 913

Сдано в набор 08.08.85. Подписано к печати 21.11.85. М-30911. Формат 60×90 1/16. Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 19,5. Усл. кр.-отт. 19,5. Уч.-изд. л. 19,6. Изд. № 4024—84. Тираж 8200 экз. Заказ № 254. Цена 95 коп. Издательство «Судостроение», 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6